N°4 La Gazette du Rallye mathématique de l'IREM Paris-Nord

15 mai 2016

LE RALLYE 2016 : TABLEAU D'HONNEUR

Palmarès des classes de sixième

93	LE RAINCY	Collège Jean-Baptiste Corot - 6ème 6
94	LA VARENNE	Collège Camille Pissarro - 6ème2
77	SAINT-THIBAUD DES VIGNES	Collège Léonard de Vinci - 6èmeA

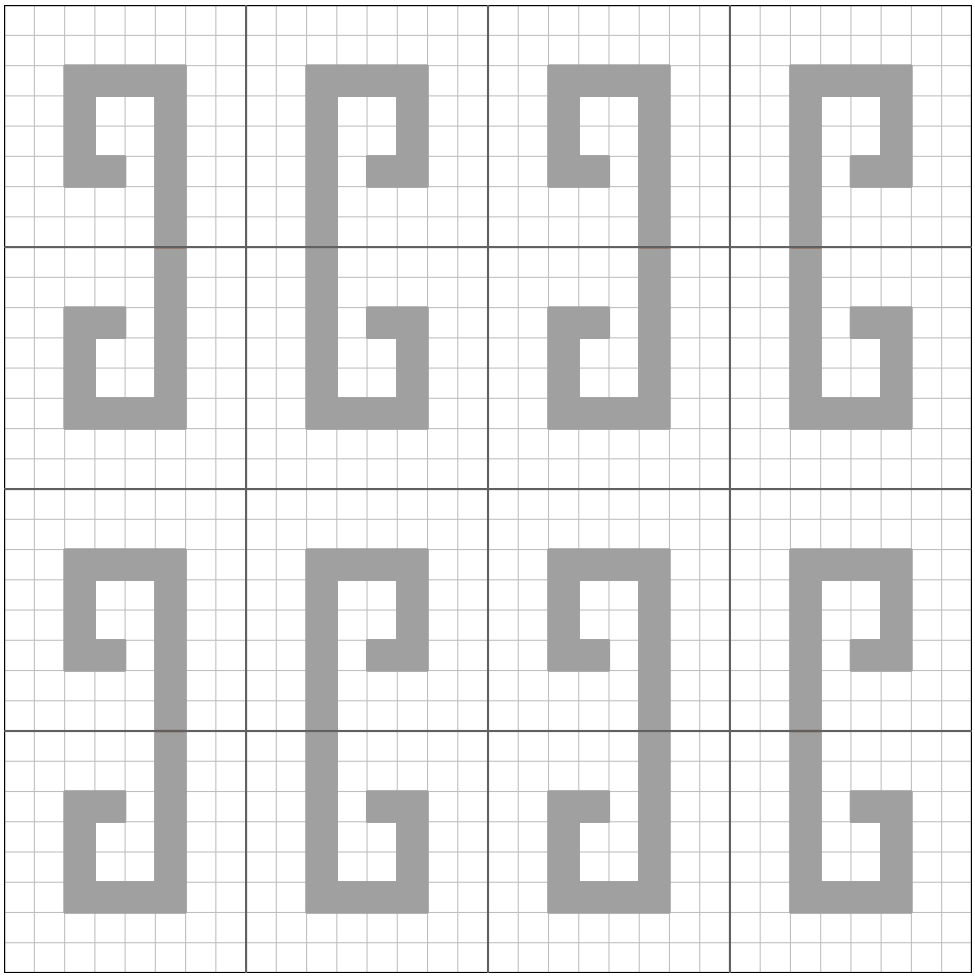
Palmarès des groupes mixtes

93	GOURNAY-SUR-MARNE	École des Pâquerettes - CM2 C Collège Eugène Carrière - 6èmeA	} Groupe B
94	ARCUEIL	École Henri Barbusse - CM2 A Collège Dulcie September - 6èmeA	} Groupe B
77	BAILLY-ROMAINVILLIERS	École Les Coloriades - CM2 Thomas Collège Les Blés d'Or - 6ème4	} Groupe B

Palmarès des classes de CM2

93/94/77	LA QUEUE EN BRIE	École Jean Jaurès - CM2 C

Épreuve 1 : Le napperon



Cette épreuve a été assez bien réussie, même si elle était assez longue à réaliser proprement en entier. Plusieurs groupes ont dit avoir réalisé le napperon en pliant et découpant une feuille, ce qui était une méthode sûre.

Peu de commentaires évoquent la symétrie axiale, qui n'était peut-être pas si facile que cela à anticiper. On pouvait faire agir les symétries dont les axes étaient les plis sur le motif de départ, dans l'ordre qu'on voulait.

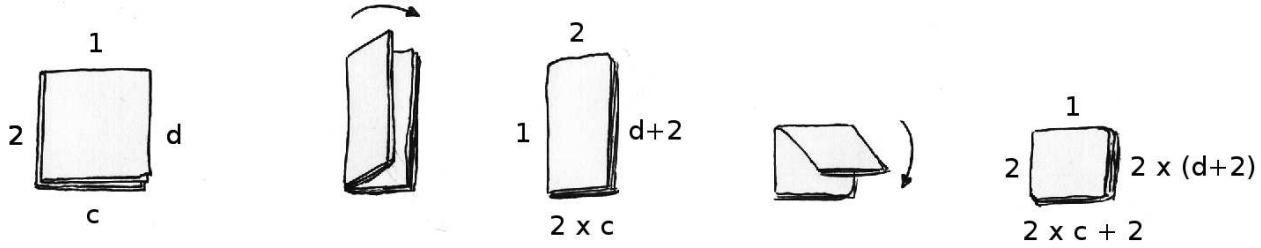
Épreuve 2 : Plié en quatre

Cette épreuve n'était pas facile ! Pour la résoudre, on pouvait commencer par plier les trois premières étapes, mais compter les bords à la main sans se tromper était un défi, et la quatrième étape était vraiment impossible à réaliser même avec une feuille A3.

Il fallait alors de trouver un moyen de *calculer* les nombres de bords de la troisième puis de la quatrième étape, en réalisant les pliages *mentalement*.

Un premier constat a été très largement fait par les élèves : les deux premiers côtés du carré comportent toujours 1 et 2 bords respectivement. Restent deux nombres à trouver.

Le schéma suivant résume les raisonnements qui ont pu être faits. Pour simplifier la présentation, nous avons utilisé deux variables c et d :



On trouvait ainsi, pour la troisième étape :

$$c = 2 \times 10 + 2 = 22$$

$$d = 2 \times (12 + 2) = 28$$

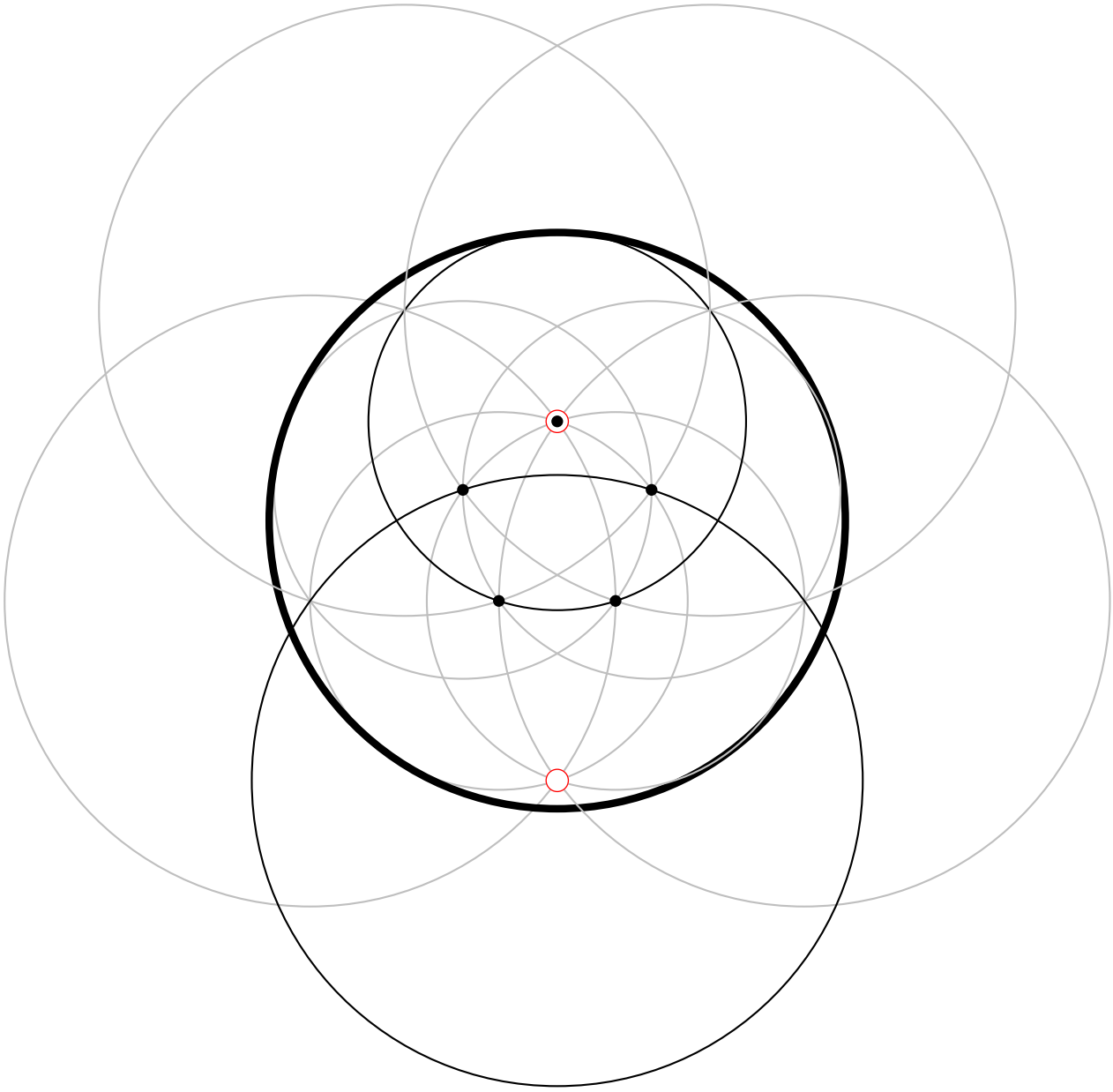
... et pour la quatrième :

$$c = 2 \times 22 + 2 = 46$$

$$d = 2 \times (28 + 2) = 60$$

Ce problème peut être une occasion de parler de priorités de calcul et de variables, en sixième.

Épreuve 3 : La rosace



Cette épreuve a été très bien réussie, nous avons valorisé le soin et la précision des tracés.

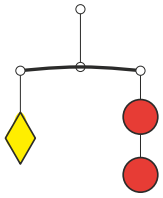
Il y avait deux familles de cinq cercles à tracer :

— les cercles de la première famille étaient centrés sur les points de base et avaient pour rayon une diagonale du pentagone régulier.
— les cercles de la seconde famille étaient centrés sur les intersections des cercles de la première famille.

Épreuve 4 : Le mobile

8	3	1	2	5

Cette épreuve pouvait être résolue par essais-erreurs en testant des nombres entiers. On pouvait aussi la résoudre en raisonnant sur les divers équilibres, voici un exemple de raisonnement possible :

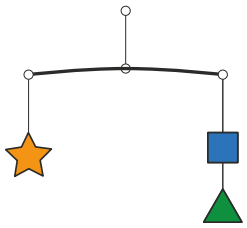
— l'équilibre  donnait tout de suite la masse du losange : $\diamond = 2$

— l'équilibre de la branche supérieure du mobile donnait alors l'égalité suivante :

$$\bigstar + \square + \triangle = 5 + 2\triangle + \square$$

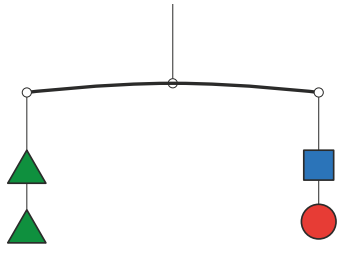
En enlevant un triangle et un carré de chaque côté, cet équilibre donnait :

$$\bigstar = 5 + \triangle$$

— L'équilibre  donnait quant à lui l'égalité suivante :

$$\bigstar = \square + \triangle$$

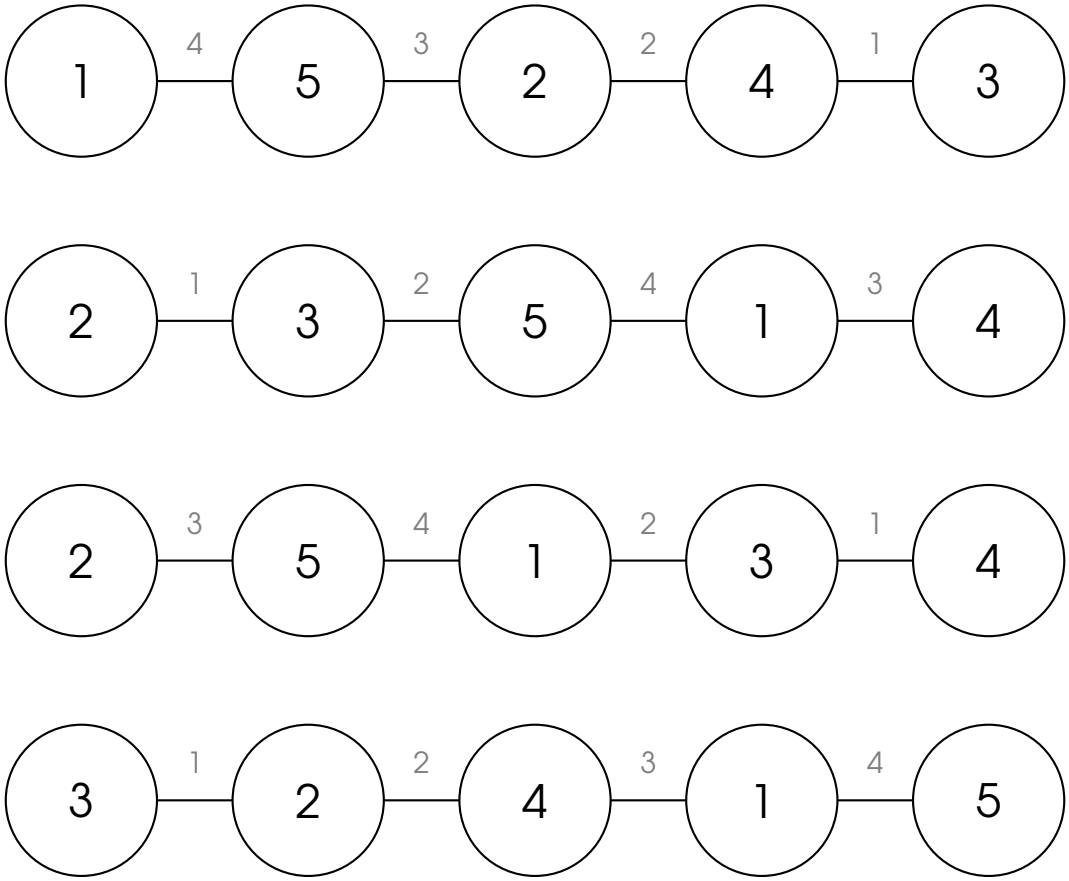
et la comparaison avec l'égalité précédente donnait la masse du carré : $\square = 5$

— enfin, l'équilibre  permettait de trouver la masse du triangle :

$2\triangle = 6$ donc $\triangle = 3$

Épreuve 5 : Les différences différentes

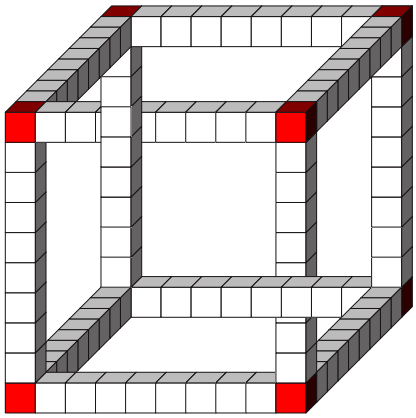
Il y avait quatre solutions à ce problème (à une symétrie près) :



L'épreuve a été assez largement réussie. La difficulté essentielle était la compréhension de la consigne, qui était assez complexe. Pour le reste on pouvait, en tâtonnant, tomber sur une solution sans trop de difficulté. Quelques groupes ont donné plusieurs solutions, ce qui a été valorisé.

Épreuve 6 : La structure impossible

Cette structure est composée de 104 petits cubes.



On pouvait faire le raisonnement suivant : une fois « démêlée », cette structure est constituée des arêtes et des sommets d'un grand cube. Chacune des douze arêtes comporte 8 petits cubes (on ne compte pas les extrémités), chacun des huit sommets est constitué d'un petit cube, ce qui fait en tout :

$$12 \times 8 + 8 = 104$$

On pouvait aussi compter 10 petits cubes par arête, ce qui faisait $12 \times 10 = 120$ petits cubes, mais il ne fallait pas oublier qu'on comptait ainsi *trois* fois chacun des huit sommets du grand cube, c'était deux fois de trop, il fallait donc soustraire $2 \times 8 = 16$ et on trouvait bien 104.

Plusieurs groupes ont employé cette dernière méthode sans soustraire les 16 petits cubes comptés en trop, ou en n'en soustrayant que 8, ils trouvaient 120 ou 112. D'autres, qui ont peut-être compté en partie à la main, trouvent différents nombres proches de 104.

Épreuve 7 : La boite à trucs

Les pièces qui *peuvent* rentrer dans la boite sont : D, A, B, F, G

Les pièces qui *ne peuvent pas* rentrer dans la boite sont : C, E

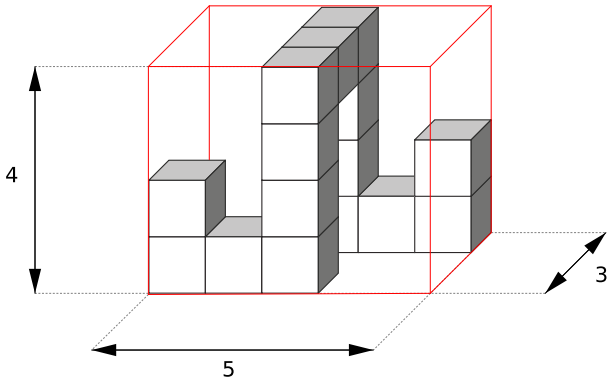
C'est une épreuve qui a posé des difficultés. Il fallait déterminer trois dimensions pour chaque pièce. La difficulté vient du fait que la perspective déforme tout : certaines longueurs sont écrasées tandis que d'autres ne le sont pas. C'est si peu évident qu'une erreur nous avait échappé en publiant les réponses dans la gazette 3...

Voici quelques dessins, mais comme rien ne vaut la manipulation, nous vous proposons sur cette page de notre site :

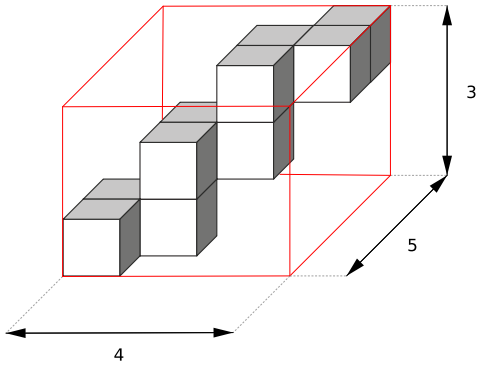
http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?article724

un fichier GéoTortue permettant de faire tourner ces solides, ainsi que quelques animations.

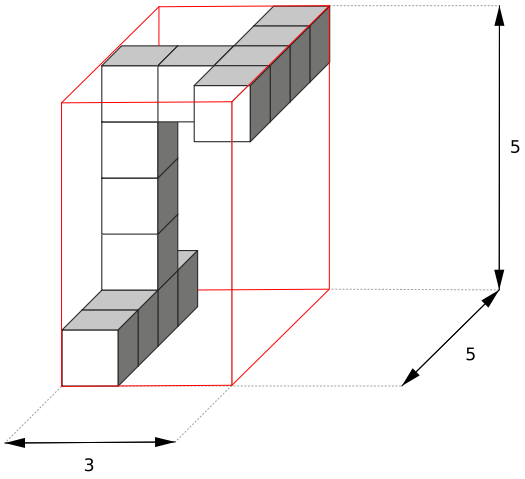
La pièce A rentre dans la boite :



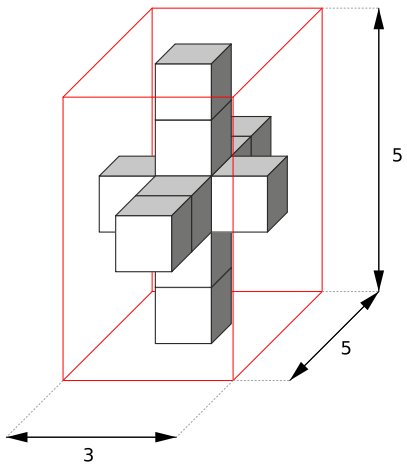
La pièce B rentre aussi :



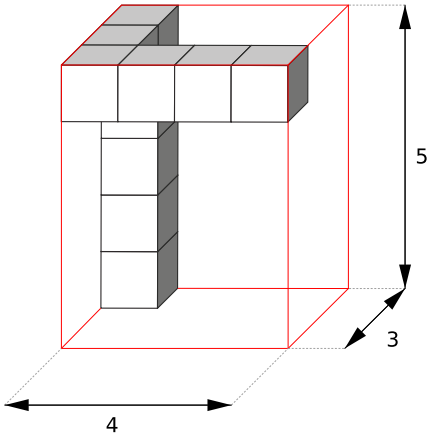
La pièce C ne rentre pas :



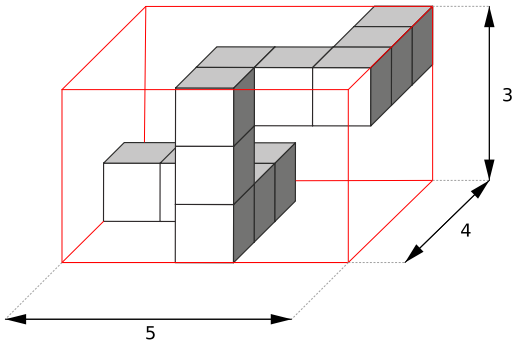
La pièce E ne rentre pas non plus :



La pièce F rentre bien :



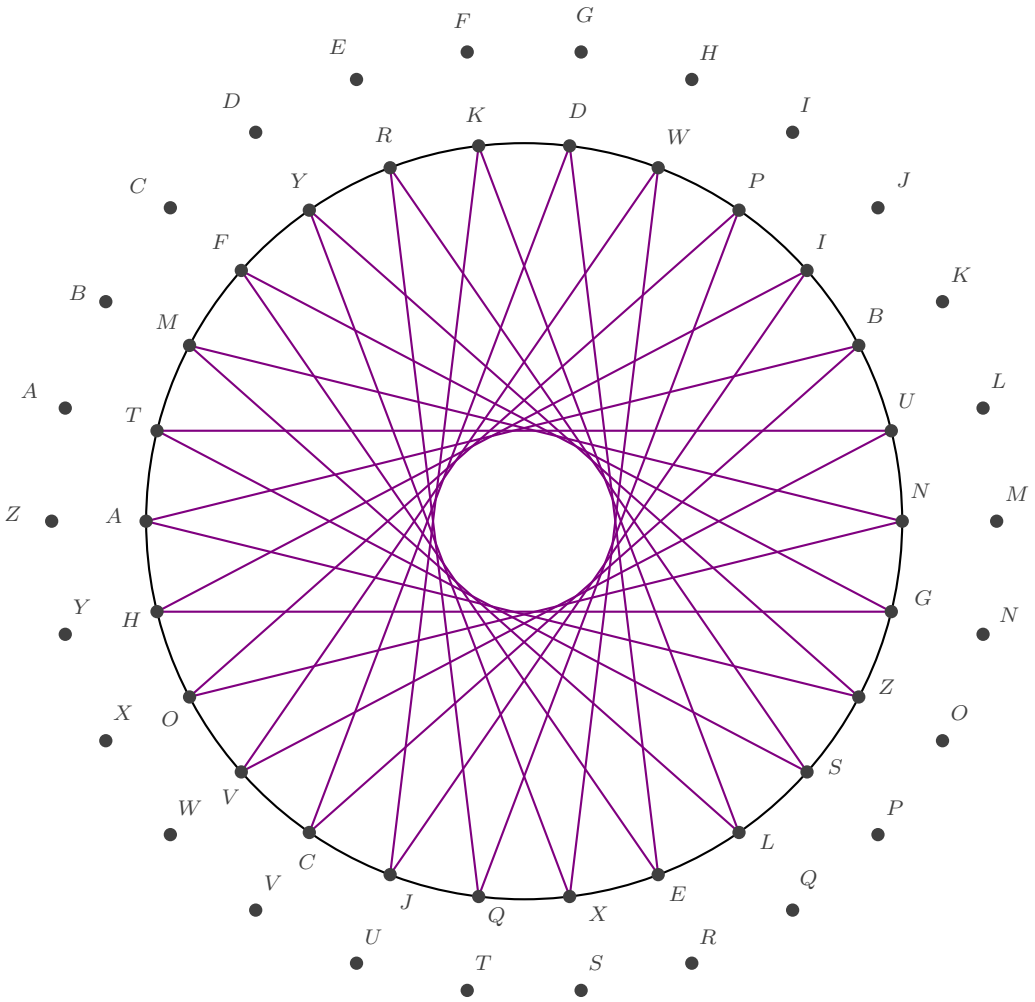
La pièce G aussi :



Épreuve 8 : Le code secret

Le message secret est : « PAR TOUTATIS, CESAR N'Y COMPRENDRA RIEN ! »

Dans cette épreuve, il fallait deviner que les premiers dessins étaient le début d'une suite à continuer pour obtenir une correspondance entre les lettres de l'alphabet. L'algorithme était assez simple : il fallait relier le dernier point atteint au onzième point rencontré en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre et écrire les lettres de l'alphabet dans l'ordre. On obtenait ce dessin :



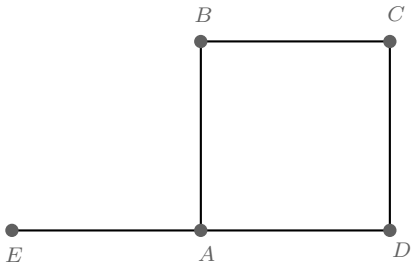
Certains groupes ont hésité, dans leur décompte de points, à compter ceux qui étaient déjà atteints par un segment : cette hésitation était légitime ! mais cette méthode ne donnait rien. Le code à trouver était un code affine, c'est à dire une généralisation du code employé par César qui consistait à opérer un simple décalage sur les lettres de l'alphabet.

Épreuve 9 : Les trois coupables

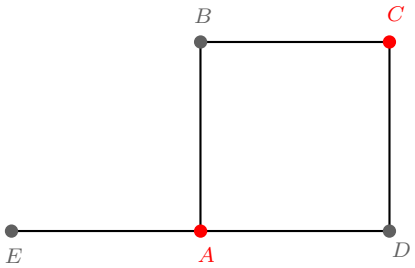
Les trois coupables sont : Bob, Dina et Élodie

Cette épreuve logique a dérouté beaucoup de groupes, qui ont eu du mal à démêler les arguments logiques des arguments psychologiques ou sexistes.

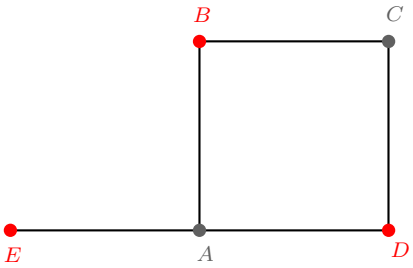
Le plus clair est peut-être de faire un schéma (un « graphe ») : les quatre enfants, représentés par des points portant leurs initiales, sont reliés entre eux par un segment chaque fois que l'un accuse l'autre. Deux enfants reliés par un segment ne peuvent être coupables tous les deux puisque l'un accuse l'autre : soit il dit vrai et il est innocent, soit il ment et c'est l'autre qui est innocent. De même, ils ne peuvent pas être innocents tous les deux.



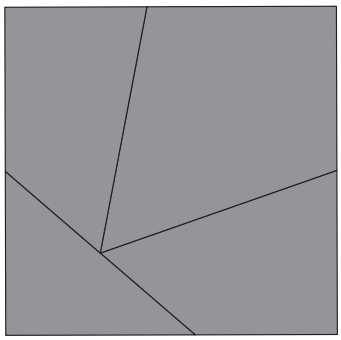
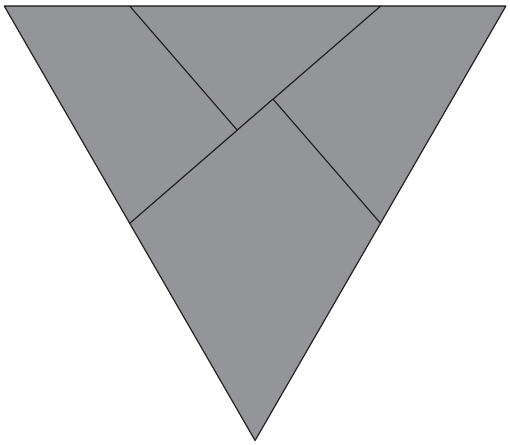
Il n'y a que deux façons de colorier en rouge certains sommets de ce graphe de façon que deux sommets reliés entre eux ne soient jamais de la même couleur :



ou



Puisqu'il y a trois coupables, c'est le schéma de droite qu'il faut retenir, donc les coupables sont Bob, Dina et Élodie.

Épreuve 10 : Le puzzle

Cette épreuve exigeait une bonne reconnaissance des angles droits et des angles du triangle équilatéral. Le triangle n'a pas toujours été trouvé ! Un groupe a dit, très justement : « Le triangle équilatéral n'a pas d'angle droit donc nous avons cherché à placer les angles droits à l'intérieur ».