N°2 La Gazette du Rallye mathématique de l'IREM Paris-Nord

14 mars 2016

LE RALLYE : CONSIGNES ET ÉPREUVES

- Le Rallye comporte dix épreuves qui s'adressent **à la classe**. Durant **une heure**, celle-ci a toute liberté pour s'organiser, sans l'aide de l'enseignant. À la fin de l'heure, la feuille-réponse remplie par la classe est remise à l'enseignant.
- L'enseignant s'organise pour faire passer les épreuves à sa classe

entre le lundi 14 mars et le vendredi 25 mars 2016

(la période habituelle a été prolongée cette année pour tenir compte de convocations pour formation)

- On peut associer une classe de sixième et une classe de CM2 pour en faire deux groupes mixtes (groupe A et groupe B) avec deux feuilles-réponses.
- Tous les outils sont autorisés : calculette, compas, papier calque, ciseaux, crayons de couleurs, etc.
- Cette année, nous avons classé les épreuves par niveau de difficulté, de facile (★) à difficile (★★★).
- L'enseignant peut inciter les élèves à proposer des commentaires (des lignes sont prévues à cet effet sur la feuille-réponse).
- Le sujet pourra être reproduit par photocopie autant que nécessaire. Il a été conçu pour une impression recto-verso (certaines pages ont été laissées blanches).
- Le rallye n'est pas une épreuve individuelle, chaque classe n'envoie qu'une seule feuille-réponse.
- L'enseignant(e) responsable doit envoyer par la poste avant :

le 26 mars dernier délai

- ◦ la feuille-réponse,
- ◦ d'éventuelles observations

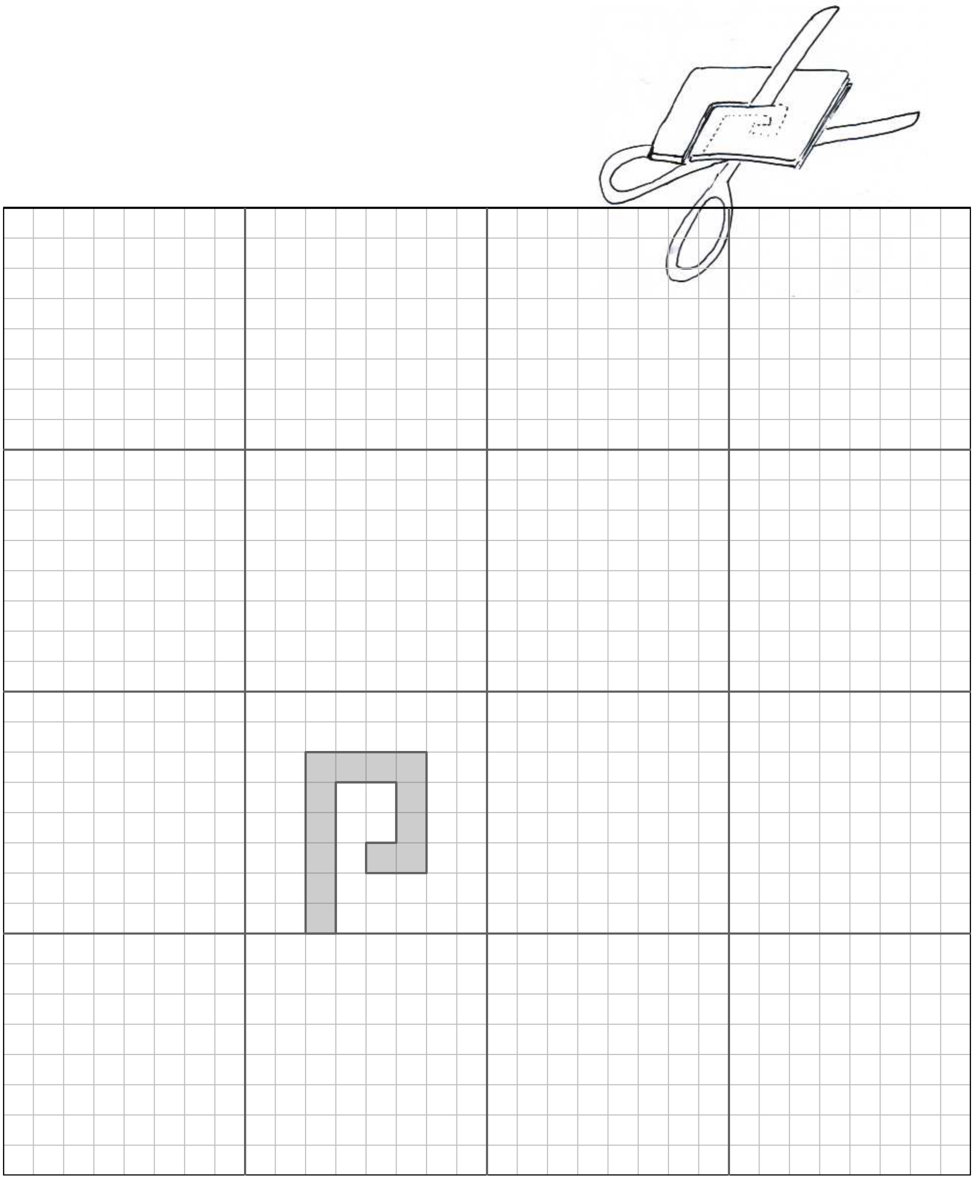
Pensez, s'il vous plait, à agrafer le tout.

- Les réponses aux épreuves seront disponibles en ligne le lundi 28 mars. La correction détaillée et le tableau d'honneur seront publiés dans le courant du mois de mai.

Pages suivantes, les énoncés des épreuves et la feuille-réponse

Épreuve 1 : Le napperon *(5 points)* ★

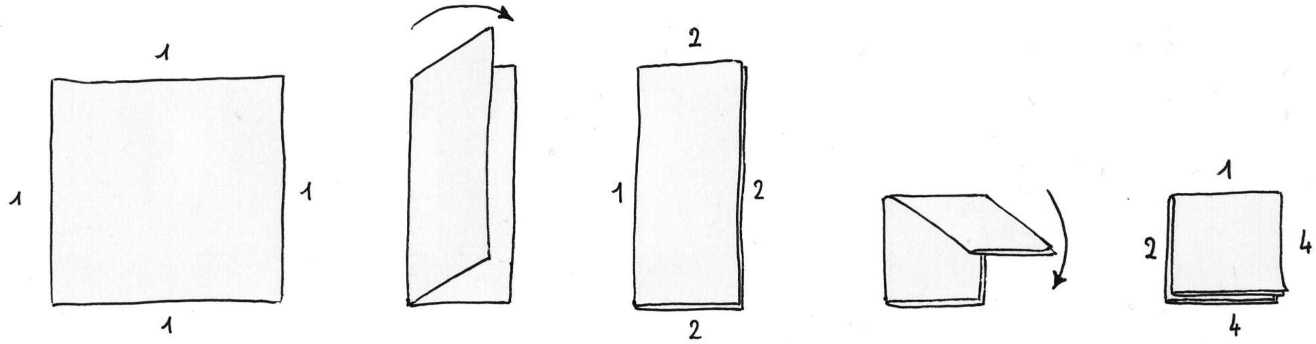
Pour obtenir un joli napperon, Juliette plie une feuille carrée en quatre pour obtenir un carré, puis elle plie encore ce carré en quatre. Avec ses ciseaux, elle découpe alors une forme dans le petit carré obtenu, puis déplie le tout.



Complétez le napperon sur la feuille-réponse en coloriant les parties découpées.

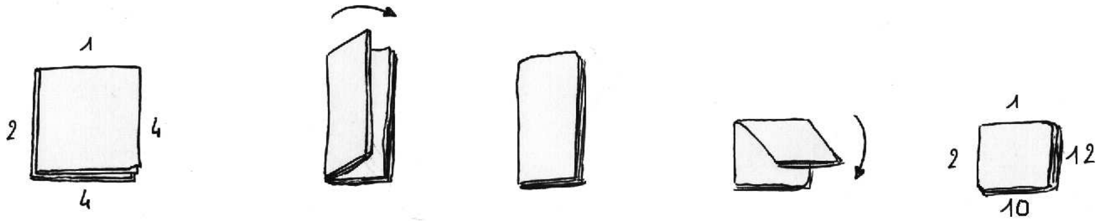
Épreuve 2 : Plié en quatre *(4 points)* ★★★

Prenez un carré de papier et pliez-le en quatre une première fois, comme sur l'illustration :

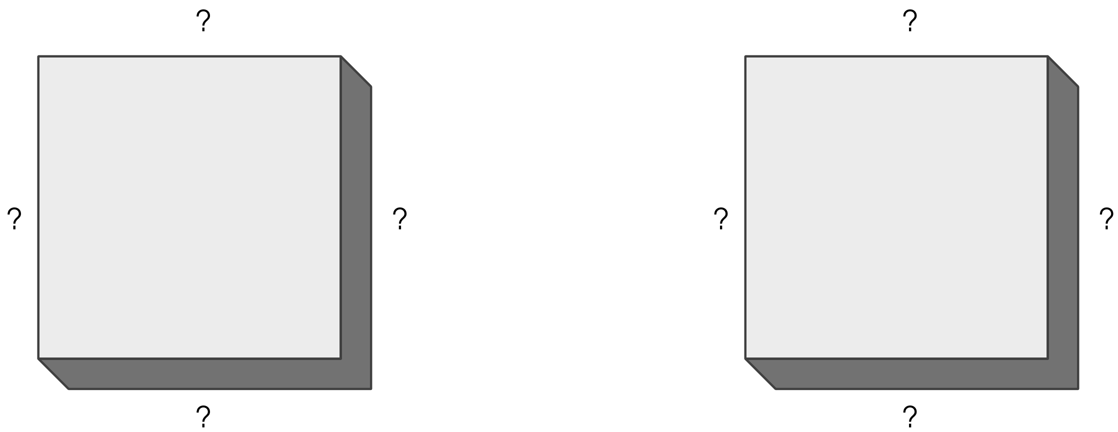


Vous pouvez voir que les côtés du petit carré obtenu ne présentent pas tous le même nombre de *bords* de papier.

Recommencez l'opération une deuxième fois : sans tourner le carré obtenu, pliez-le encore en quatre de la même façon, en rabattant la partie gauche vers la droite puis la partie haute vers le bas.

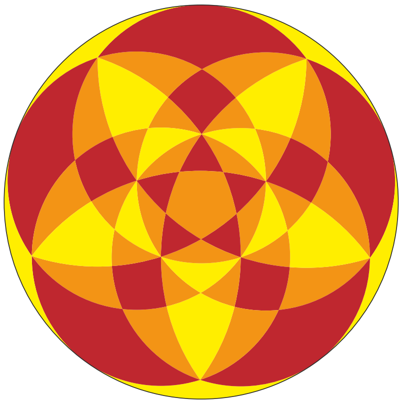


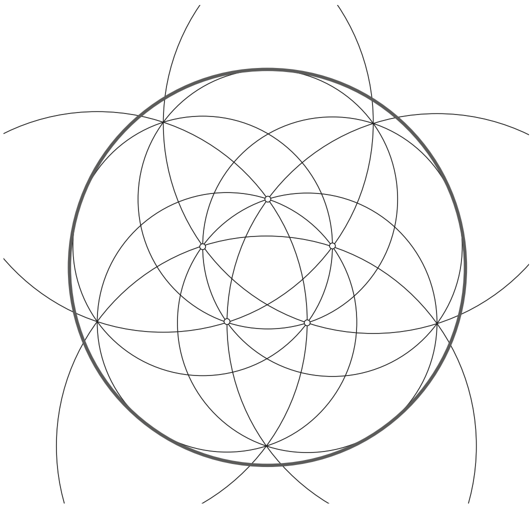
Si vous recommencez l'opération **une *troisième* puis une *quatrième* fois**, vous obtenez de tout petits carrés de papier, de plus en plus épais !

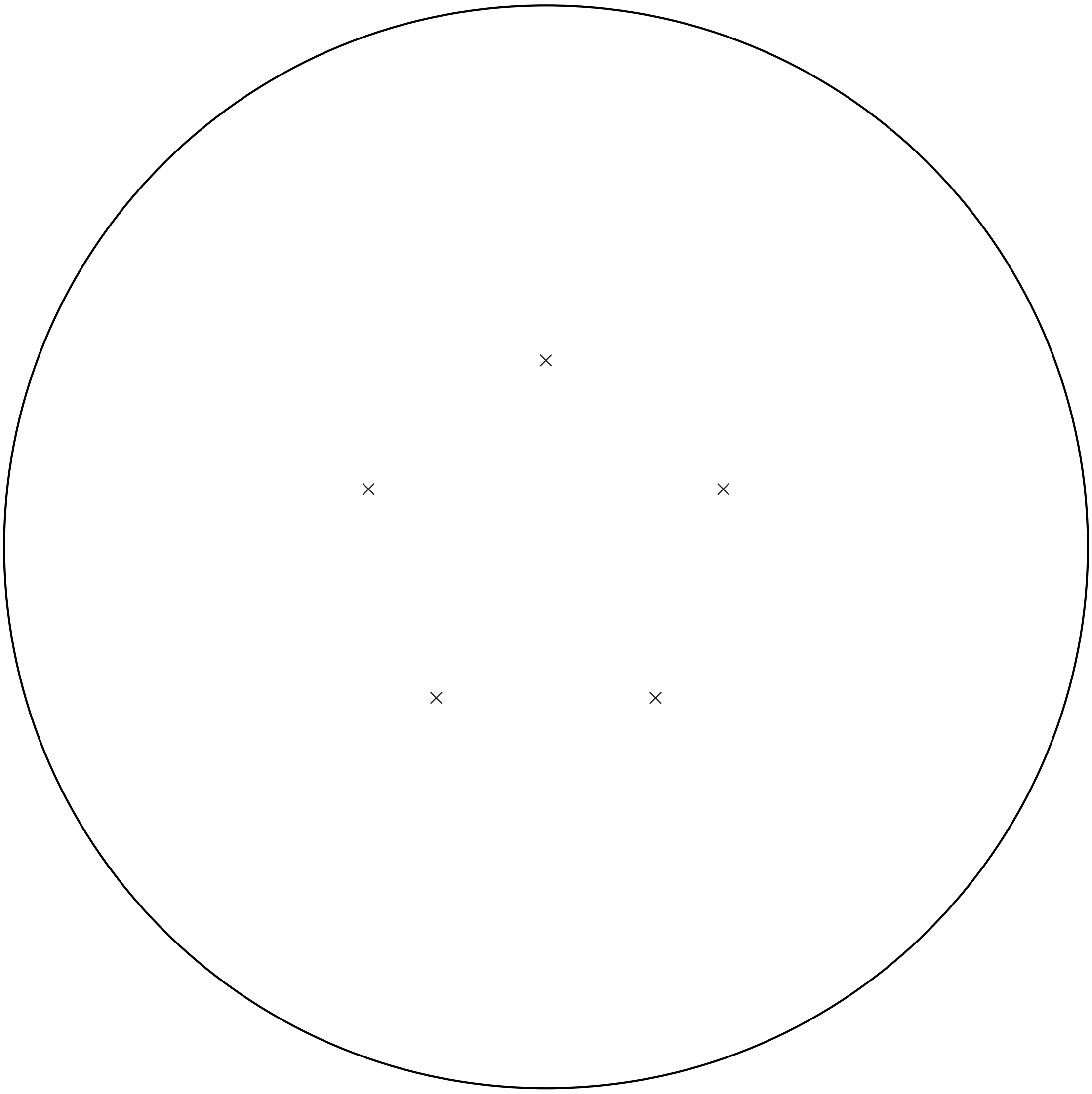


Combien de *bords* comportent les côtés du tout petit carré obtenu à la fin de la troisième étape ? à la fin de la quatrième étape ?

Épreuve 3 : La rosace *(6 points)* ★★



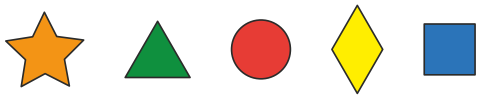




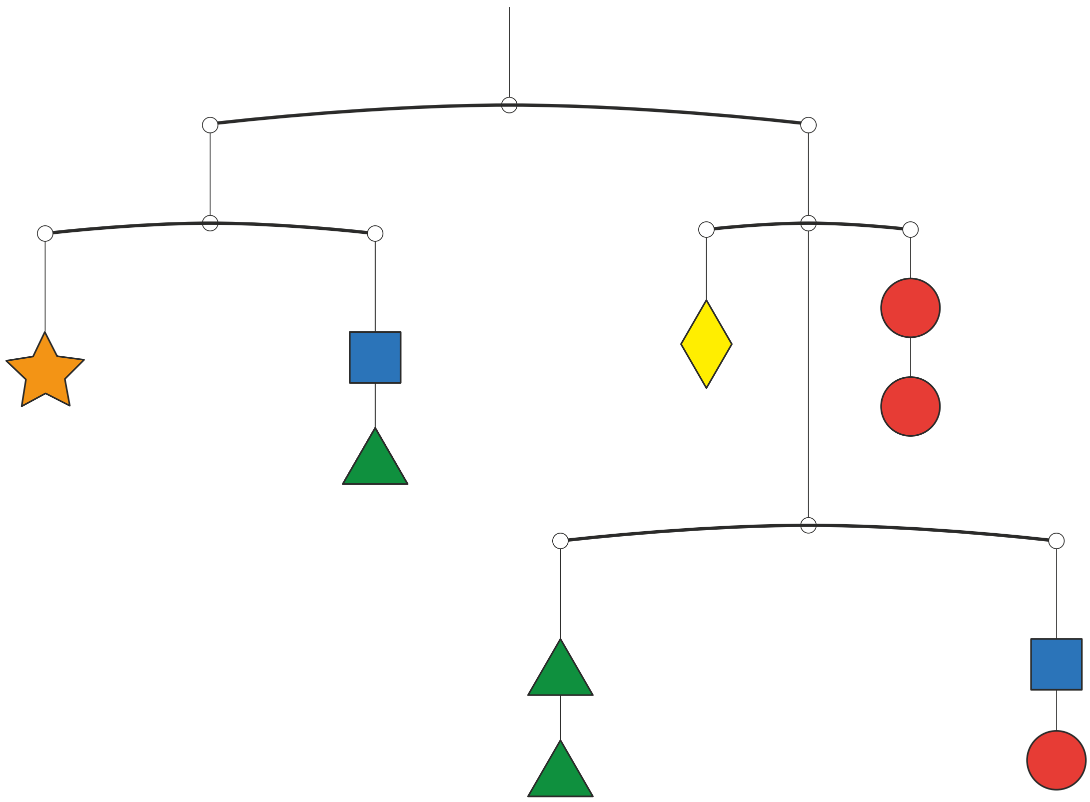
Reproduisez la figure sur la feuille-réponse.

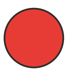
Épreuve 4 : Le mobile *(5 points)* ★★★

Un mobile est composé à l'aide des cinq pièces suivantes :

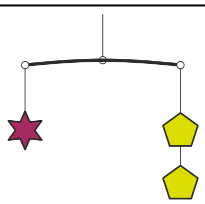


Chacune des pièces a un poids différent. Le mobile ci-dessous est parfaitement en équilibre.



Sachant que la pièce  **pèse 1 gramme, déterminez la masse de chacune des pièces.**

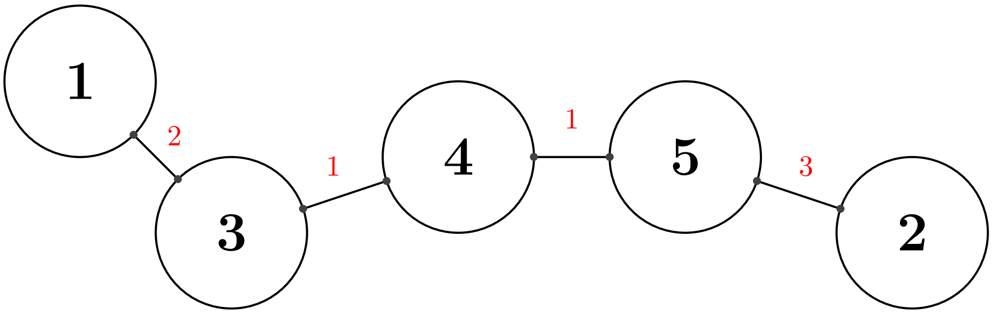
Indication



 pèse autant que deux 

Épreuve 5 : Différences différentes *(4 points)* ★

Les nombres entiers entre 1 et 5 font une farandole :

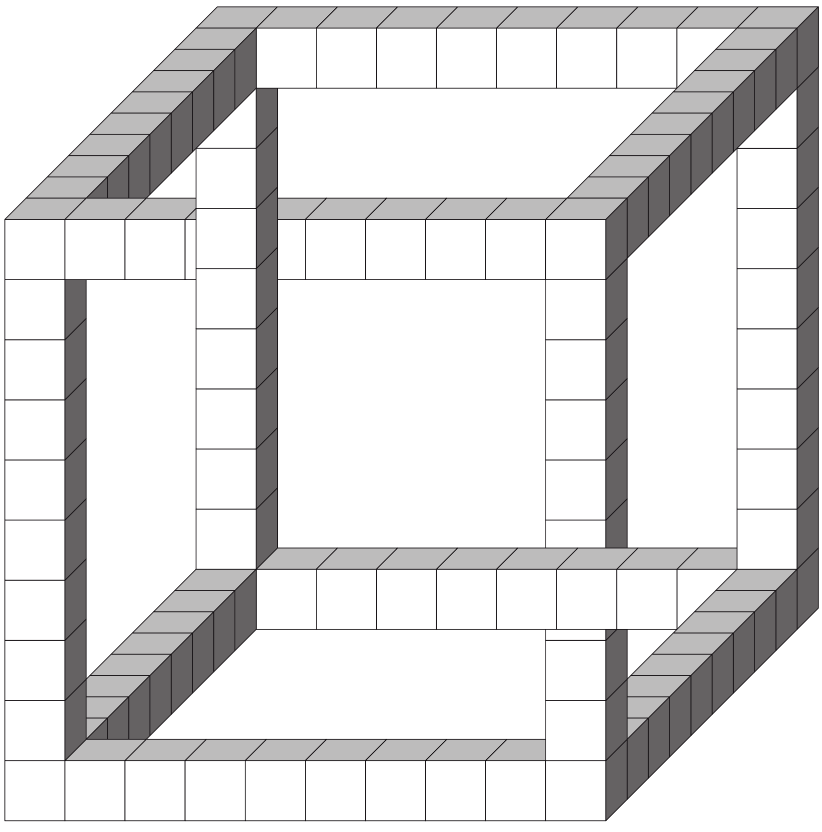


Dans cette farandole, la différence entre le 3 et le 4, qui se donnent la main, est la même que la différence entre le 4 et le 5.

Les nombres entiers entre 1 et 5 voudraient maintenant faire une farandole dans laquelle *toutes les différences* entre deux nombres qui se donnent la main sont différentes.

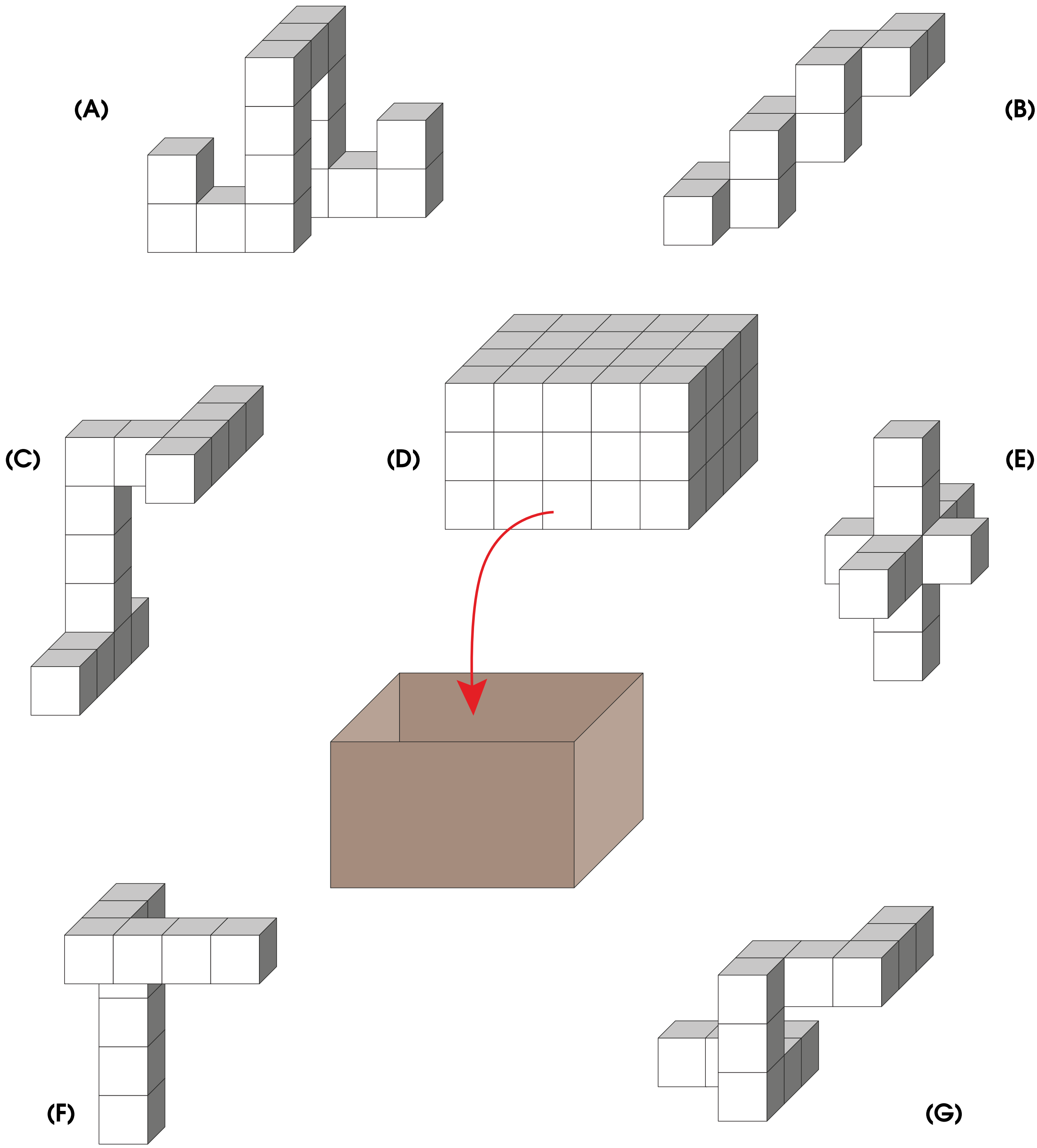
Dessinez une telle farandole.

Épreuve 6 : La structure impossible *(4 points)* ★★



De combien de petits cubes se compose cette structure impossible ?

Épreuve 7 : La boite à trucs *(6 points)* ★★★



On dispose d'une boite en carton et de sept pièces assemblées avec des petits cubes de bois collés entre eux. La pièce de bois **(D)** rentre parfaitement dans la boite.

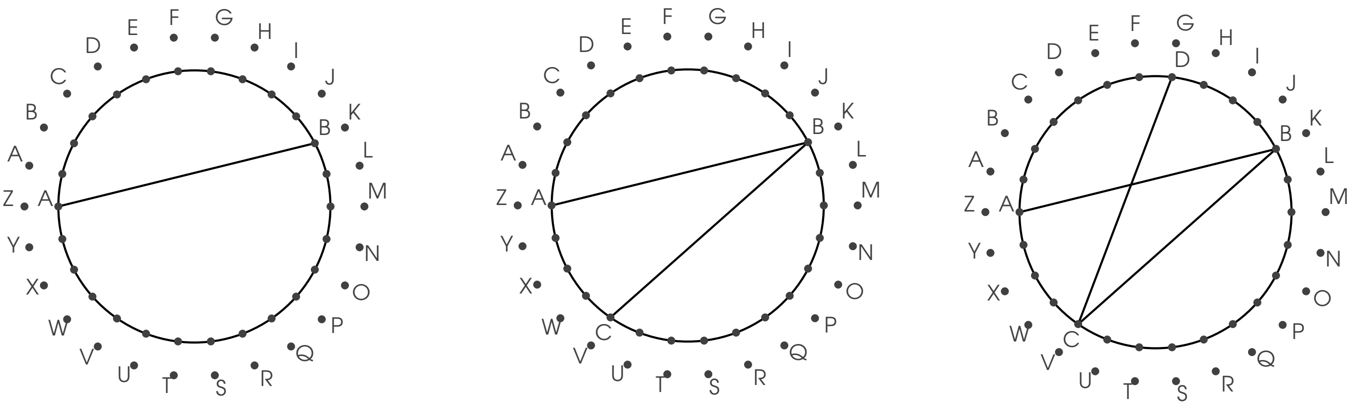
Quelles sont les autres pièces qui peuvent rentrer dans la boite ?

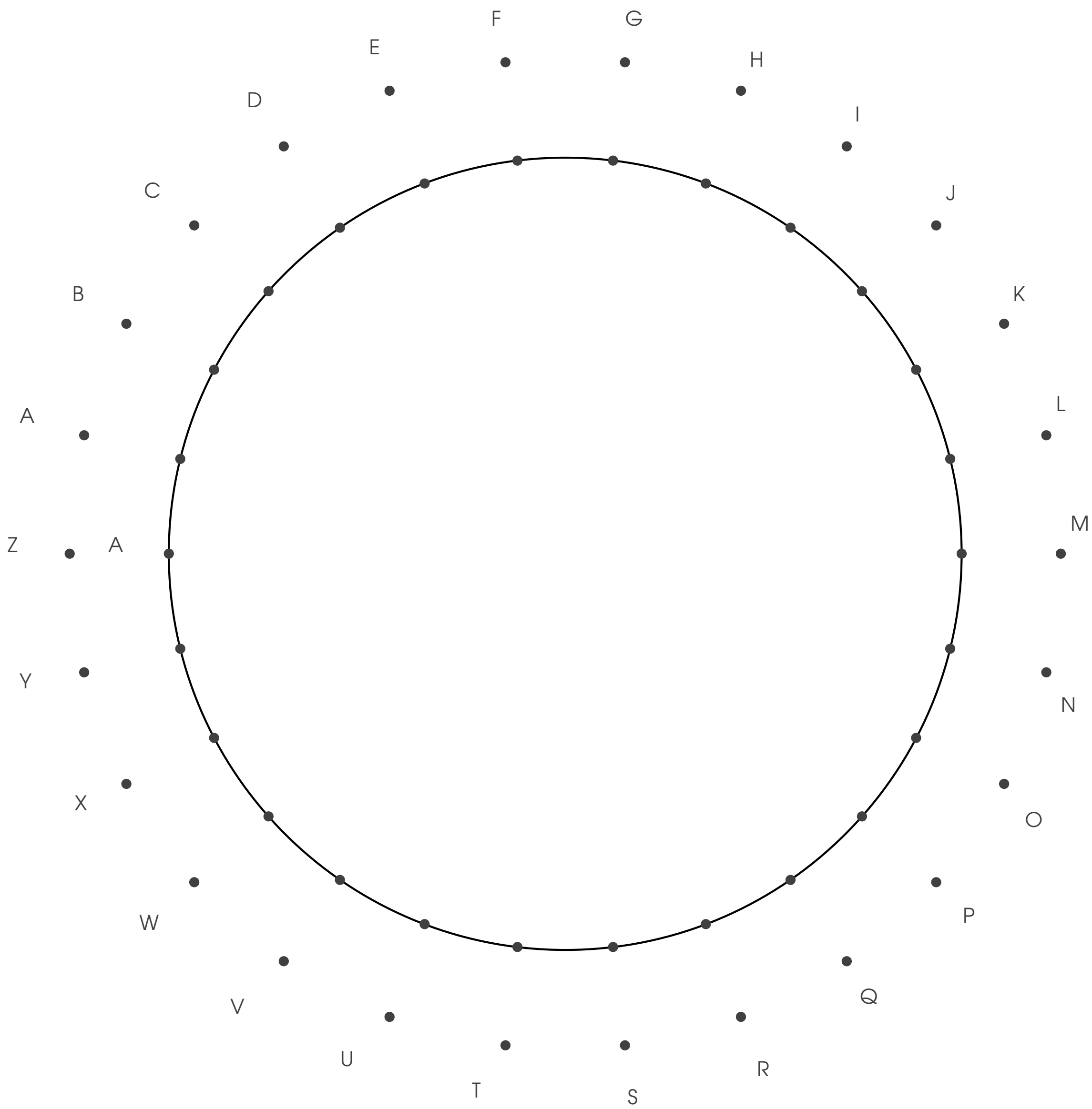
On peut tourner et retourner les pièces de bois dans tous les sens pour parvenir à les faire rentrer dans la boite.

Épreuve 8 : Le message secret *(5 points)* ★★

On a retrouvé ce message ainsi que quelques mystérieux dessins.

IZE AXLAZAJP, VRPZE M'D VXBIERMGEZ EJRM !





Décodez le message.

Épreuve 9 : Les trois coupables *(5 points)* ★★

C'est la récréation, il neige. Par la fenêtre de son bureau, la directrice de l'école aperçoit soudain trois élèves qui lancent des boules de neige sur les passants à travers la grille de l'école. Comme elle est trop loin pour les identifier avec certitude, elle fait entrer cinq suspects dans son bureau : Abel, Bob, Colin, Dina et Élodie. Elle est sûre que les trois coupables sont parmi eux.

Elle demande : "Qui a lancé des boules de neige à travers la grille ?"

- C'est Bob ! dit Abel

- Même pas vrai, c'est Colin ! s'écrie Bob

- Menteur, c'est Dina ! fait Colin

- N'importe quoi, c'est Abel ! crie Dina

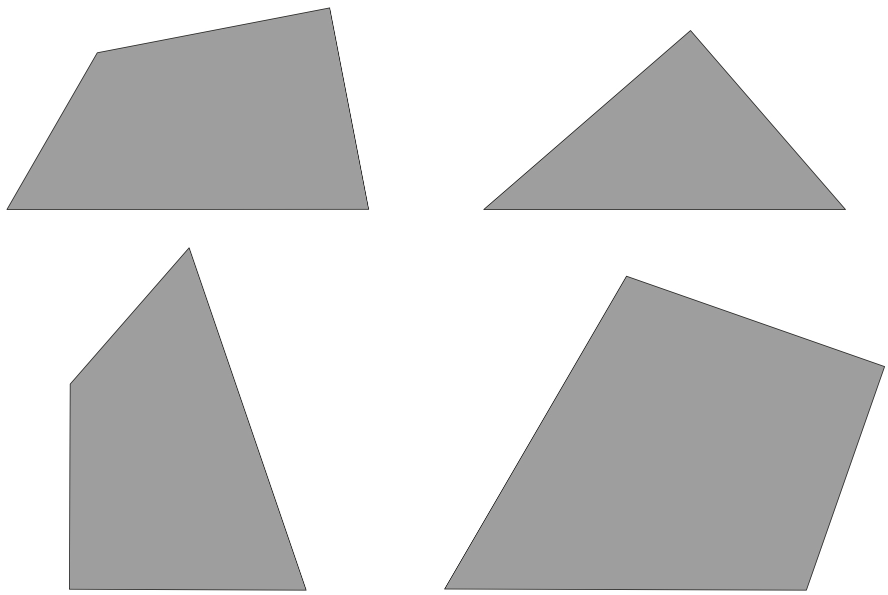
- Oui, c'est Abel ! confirme Élodie

Bien entendu, les trois coupables mentent et les autres disent la vérité.

Qui sont les trois coupables ?

Épreuve 10 : Le puzzle *(6 points)* ★★

Un puzzle de bois est composé des quatre pièces ci-dessous : trois quadrilatères et un triangle.



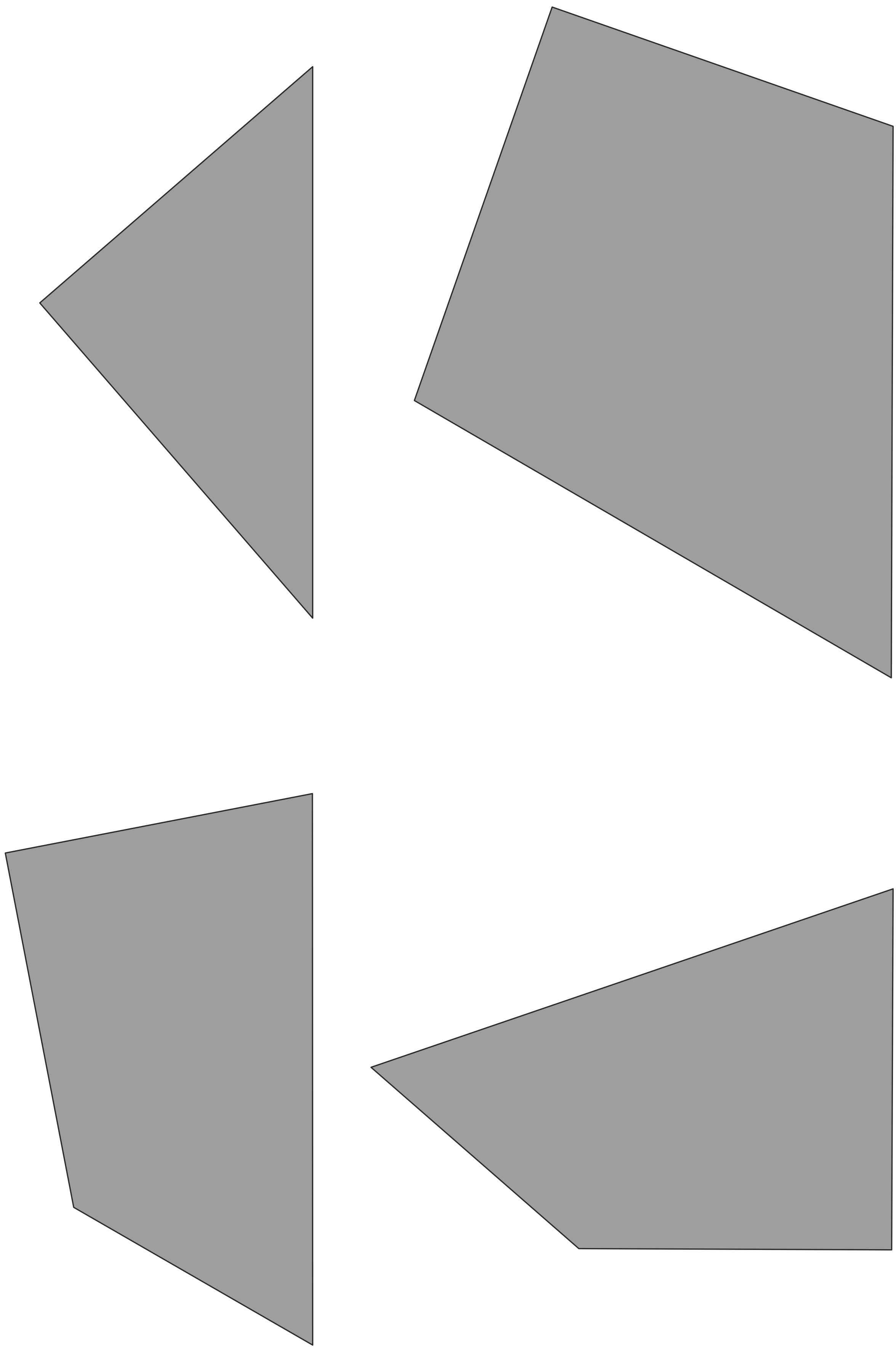
Après avoir découpé les pièces nécessaires sur la feuille annexe :

1) assemblez les quatre pièces pour obtenir un carré,

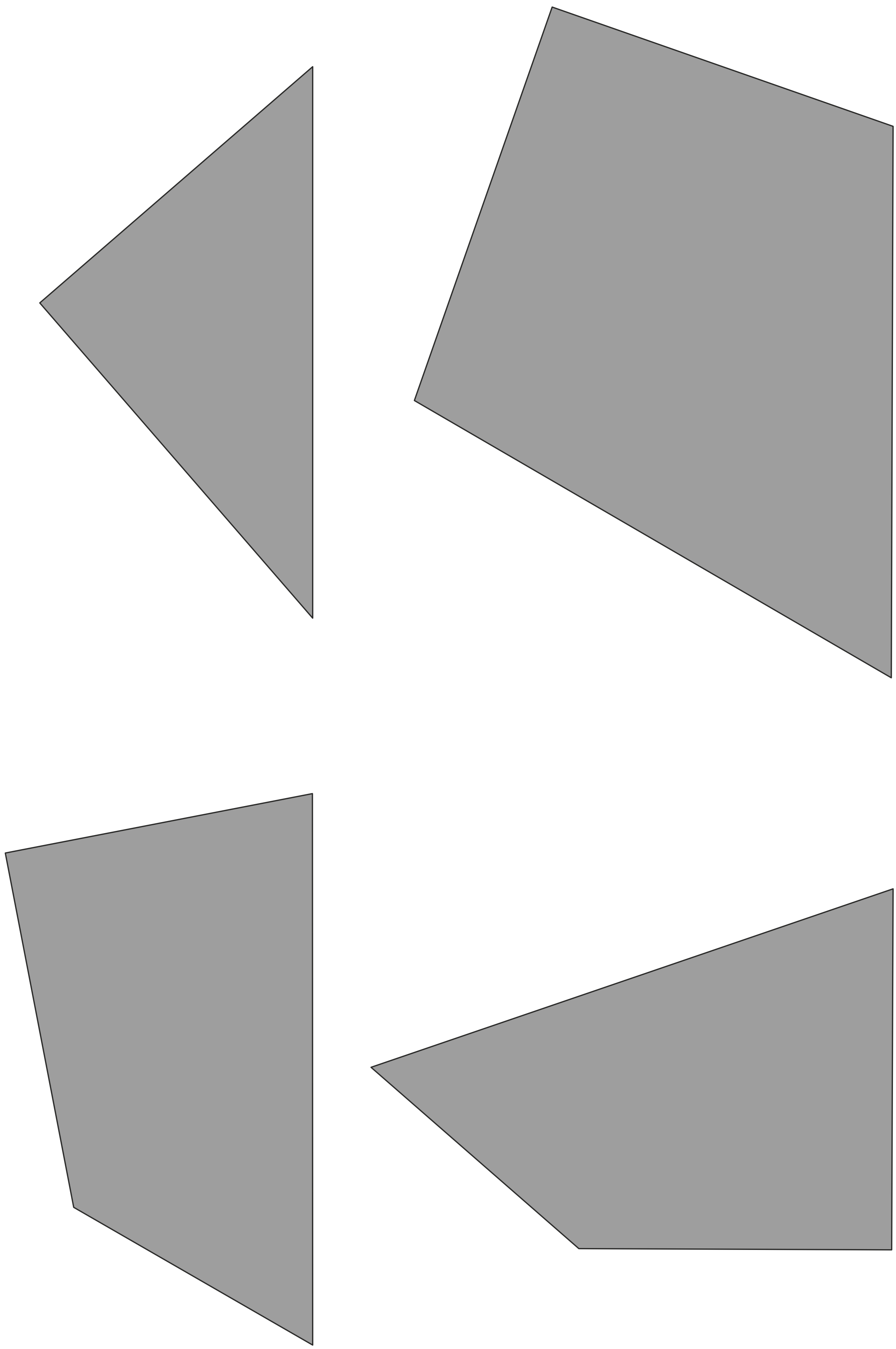
2) assemblez les quatre pièces pour obtenir un triangle équilatéral.

Il ne doit y avoir aucun espace entre les pièces dans chacun des assemblages.

Annexe - Épreuve 10



Annexe - Épreuve 10



FEUILLE-RÉPONSE

RALLYE 2016 IREM PARIS-NORD

Cadre à remplir par l'enseignant

Votre classe a-t-elle été pré-inscrite sur internet ? (il n'est pas trop tard pour le faire)

☐ Oui ☐ Non

Cocher la case correspondant à votre situation et remplir la ou les colonnes :

☐ CM2 ☐ Mixte (groupe A) ☐ Mixte (groupe B) ☐ 6ème

ÉCOLE	COLLÈGE
Classe : ______ Nombre d'élèves : __________	Classe : ______ Nombre d'élèves : __________
Nom de l'enseignant : ____________________	Nom de l'enseignant : ____________________
Adresse : École ______________________	Adresse : Collège ______________________
______________________________	______________________________
______________________________	______________________________
Code postal : ____________________	Code postal : ____________________
Ville : ________________________	Ville : ________________________
e-mail : ________________________	e-mail : ________________________

Commentaires éventuels de l'enseignant :

____

____

____

____

____

Commentaires ou suggestions éventuels de la classe :

____

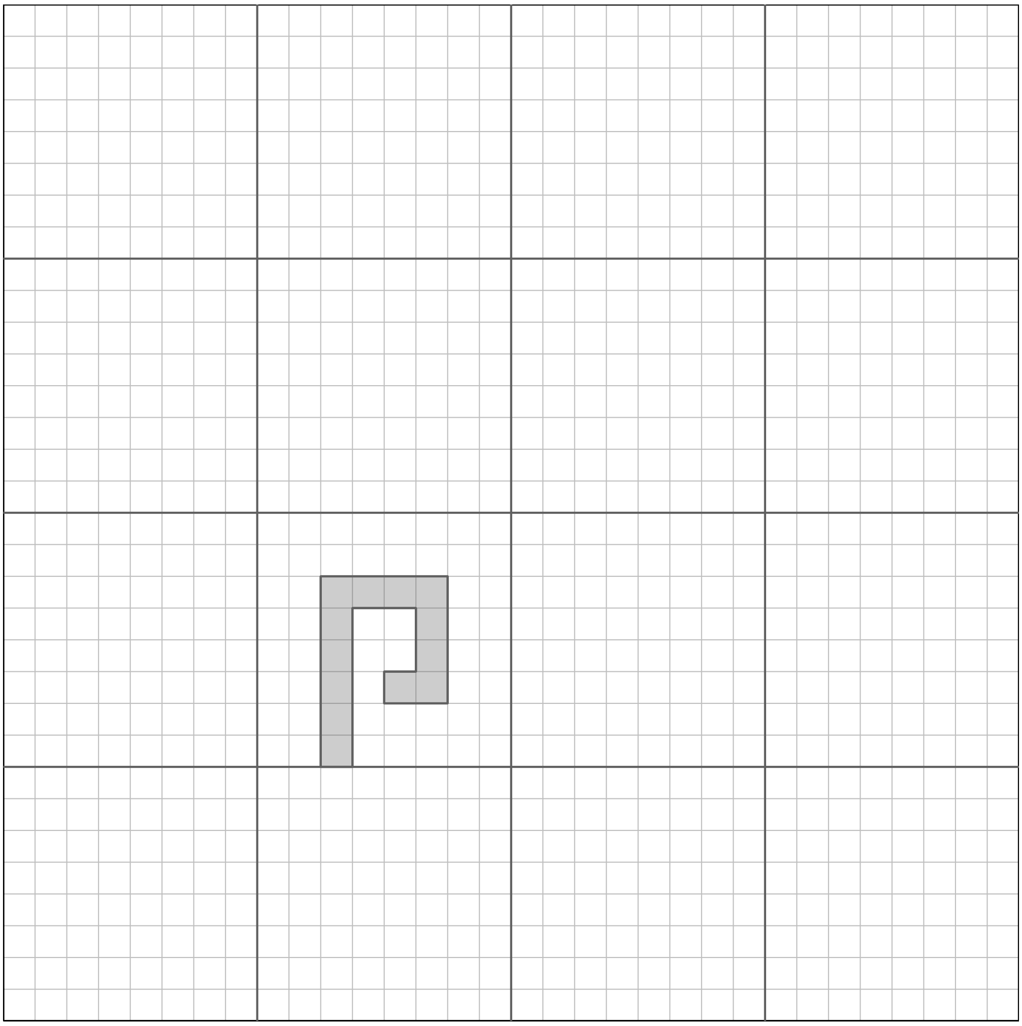
____

____

____

____

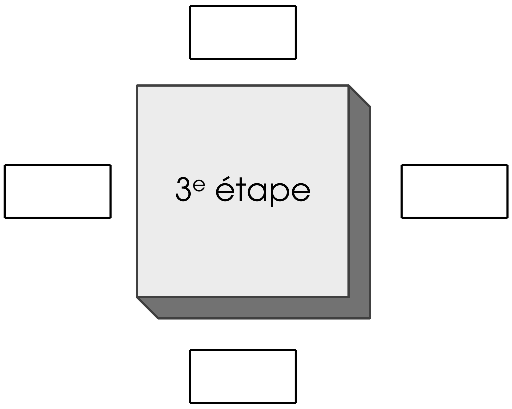
Épreuve 1 : Le napperon

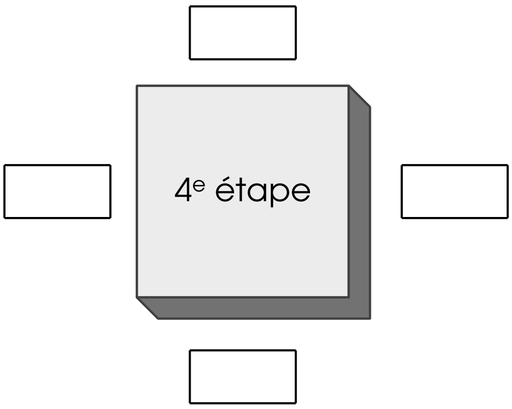


Commentaires :

Épreuve 2 : Plié en quatre

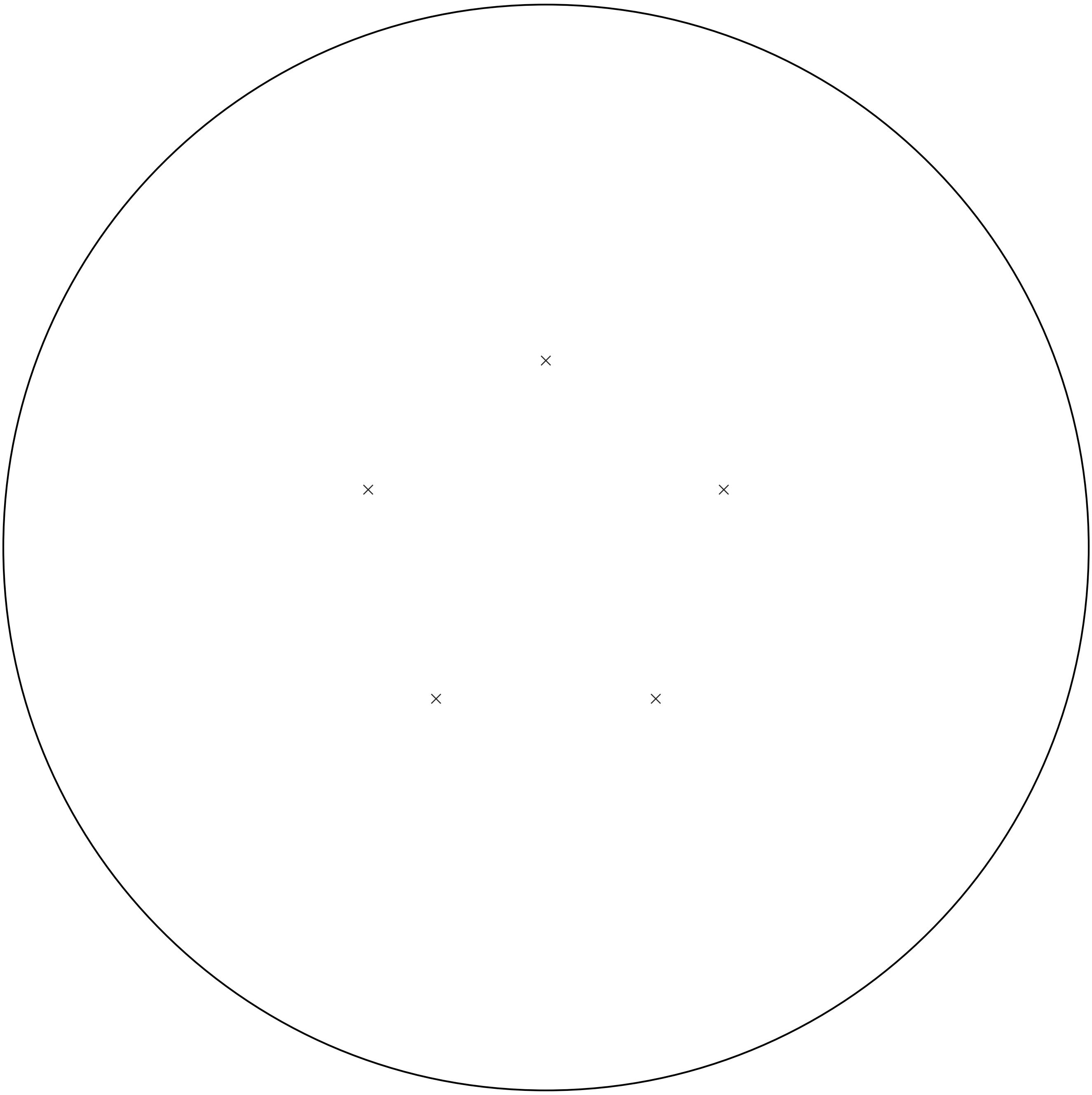
Remplissez les cases pour indiquer le nombre de bords sur chaque côté du carré :





Commentaires :

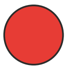
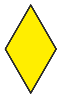
Épreuve 3 : La rosace



Commentaires :

Épreuve 4 : Le mobile

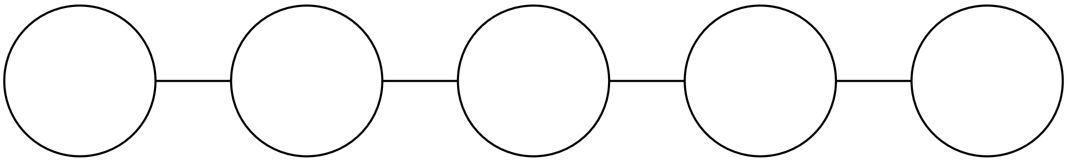
Donnez les masses en grammes de chacune des pièces :

				
		1		

Commentaires :

Épreuve 5 : Les différences différentes

Écrivez les nombres entiers entre 1 et 5 à leurs places :



Commentaires :

Épreuve 6 : La structure impossible

Cette structure est composée de ☐ petits cubes.

Commentaires :

Épreuve 7 : La boite à trucs

Les pièces qui **peuvent** rentrer dans la boite sont : D,

Les pièces qui **ne peuvent pas** rentrer dans la boîte sont :

Commentaires :

Épreuve 8 : Le code secret

Le message secret est :

Vous pouvez découper et coller ici le schéma qui vous a servi à décoder le message :

Commentaires :

Épreuve 9 : Les trois coupables

Les trois coupables sont :

Commentaires :

Épreuve 10 : Le puzzle

Assemblez et collez ici les pièces du puzzle pour former un **carré** :

Commentaires :

Épreuve 10 : Le puzzle (suite)

Assemblez et collez ici les pièces du puzzle pour former un **triangle équilatéral** :

Commentaires :

N°3 La Gazette du Rallye mathématique de l'IREM Paris-Nord

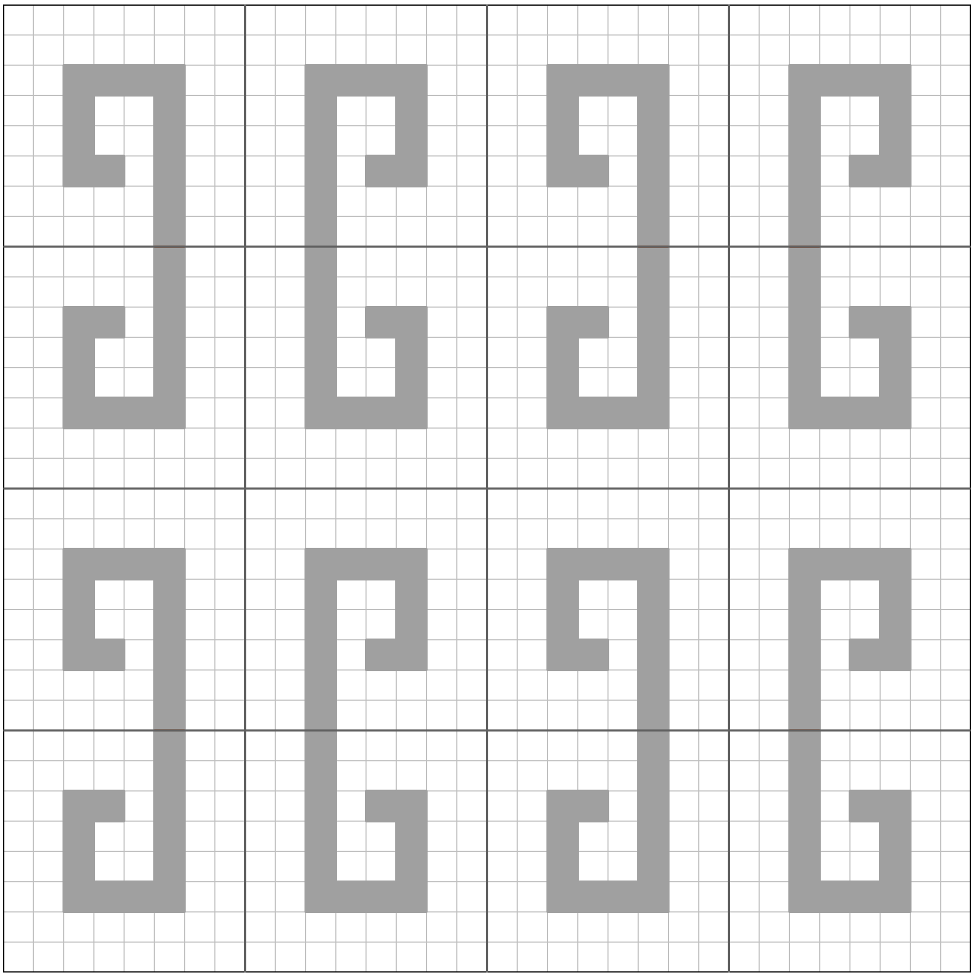
25 mars 2016

LE RALLYE : LES RÉPONSES

Nous espérons que vous avez passé de bonnes épreuves et que vous avez pris plaisir à participer au rallye cette année !

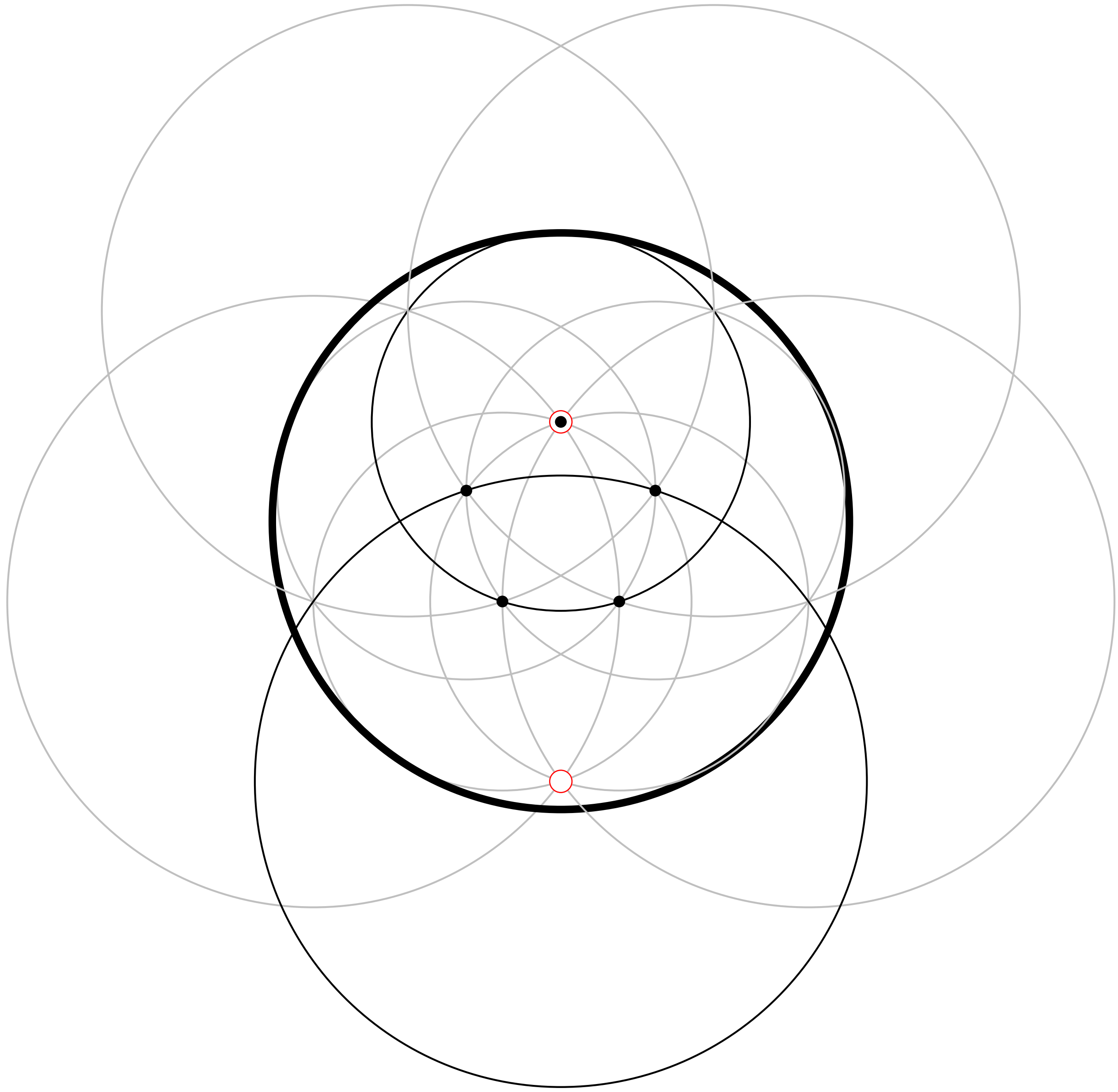
Les solutions détaillées de toutes les épreuves et le palmarès du concours paraitront dans le courant du mois de mai avec la gazette n° 4. En attendant, voici les réponses aux dix épreuves.

Épreuve 1 : Le napperon



Épreuve 2 : **Plié en quatre**

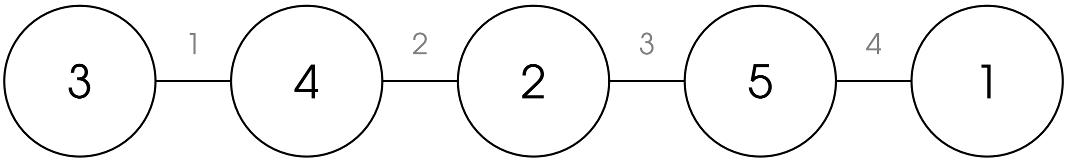
Épreuve 3 : **La rosace**



Épreuve 4 : Le mobile

★	▲	●	◆	■
8	3	1	2	5

Épreuve 5 : Les différences différentes



Épreuve 6 : La structure impossible

Cette structure est composée de 104 petits cubes.

Épreuve 7 : La boite à trucs

Les pièces qui *peuvent* rentrer dans la boite sont : D, A, B, F, G

Les pièces qui *ne peuvent pas* rentrer dans la boite sont : C, E

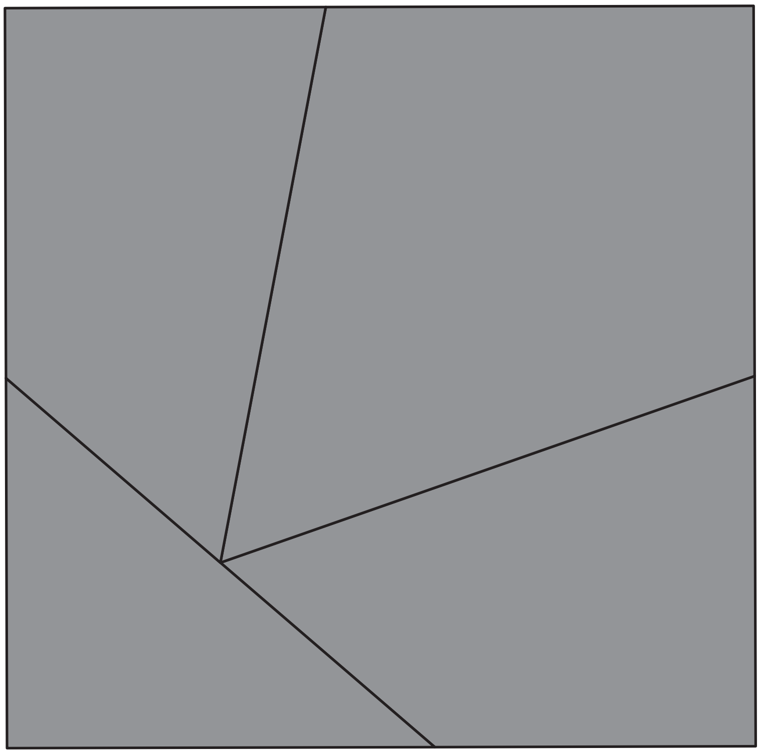
Épreuve 8 : Le code secret

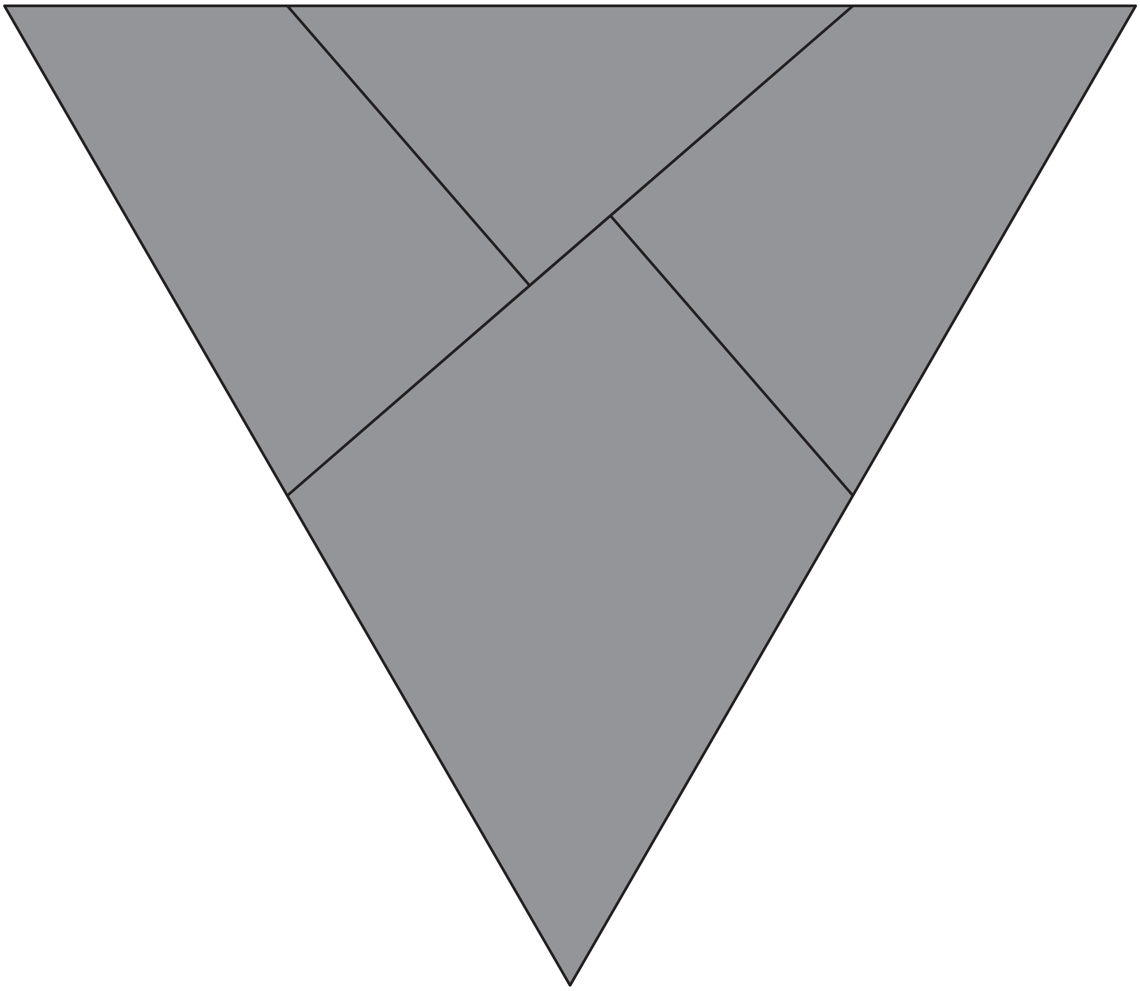
Le message secret est : « PAR TOUTATIS, CESAR N'Y COMPRENDRA RIEN ! »

Épreuve 9 : Les trois coupables

Les trois coupables sont : Bob, Dina et Élodie

Épreuve 10 : **Le puzzle**





N°4 La Gazette du Rallye mathématique de l'IREM Paris-Nord
15 mai 2016

LE RALLYE 2016 : TABLEAU D'HONNEUR

Palmarès des classes de sixième

93	LE RAINCY	Collège Jean-Baptiste Corot - 6ème 6
94	LA VARENNE	Collège Camille Pissarro - 6ème2
77	SAINT-THIBAUD DES VIGNES	Collège Léonard de Vinci - 6ème A

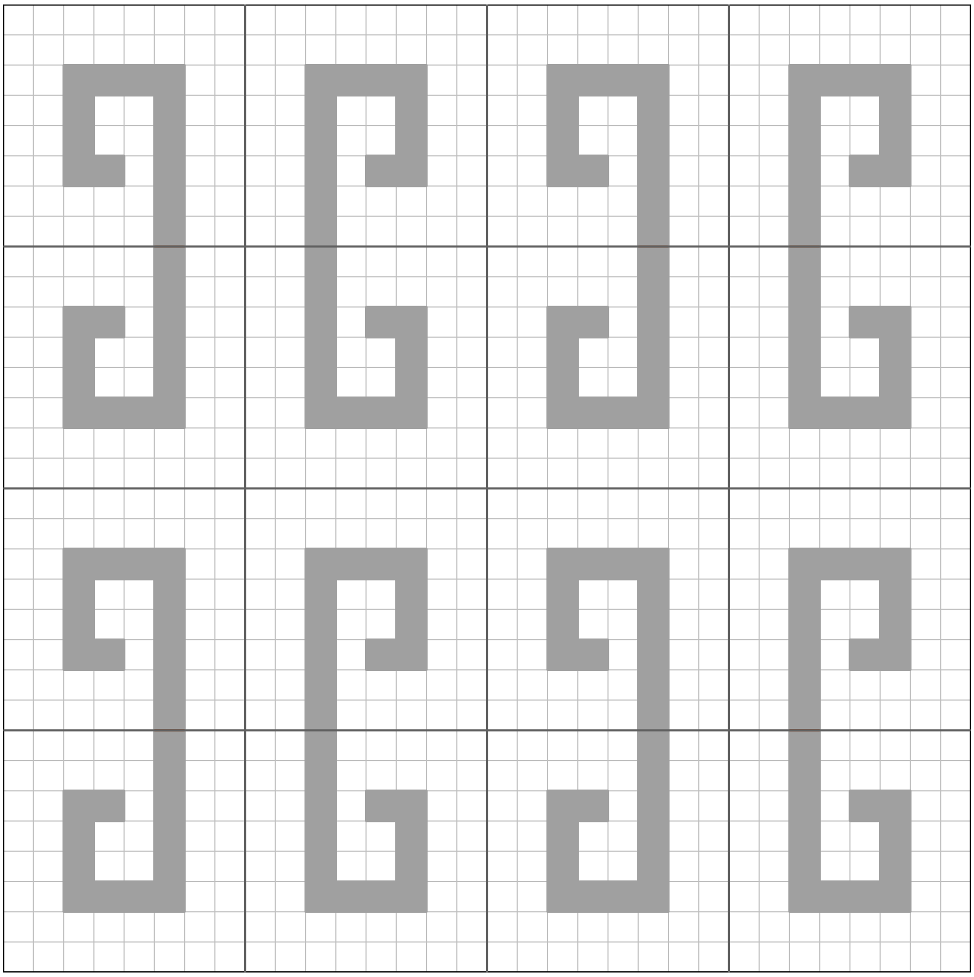
Palmarès des groupes mixtes

93	GOURNAY-SUR-MARNE	École des Pâquerettes - CM2 C Collège Eugène Carrière - 6ème A	Groupe B
94	ARCUEIL	École Henri Barbusse - CM2 A Collège Dulcie September - 6ème A	Groupe B
77	BAILLY-ROMAINVILLIERS	École Les Coloriades - CM2 Thomas Collège Les Blés d'Or - 6ème 4	Groupe B

Palmarès des classes de CM2

93/94/77	LA QUEUE EN BRIE	École Jean Jaurès - CM2 C

Épreuve 1 : Le napperon



Cette épreuve a été assez bien réussie, même si elle était assez longue à réaliser proprement en entier. Plusieurs groupes ont dit avoir réalisé le napperon en pliant et découpant une feuille, ce qui était une méthode sûre.

Peu de commentaires évoquent la symétrie axiale, qui n'était peut-être pas si facile que cela à anticiper. On pouvait faire agir les symétries dont les axes étaient les plis sur le motif de départ, dans l'ordre qu'on voulait.

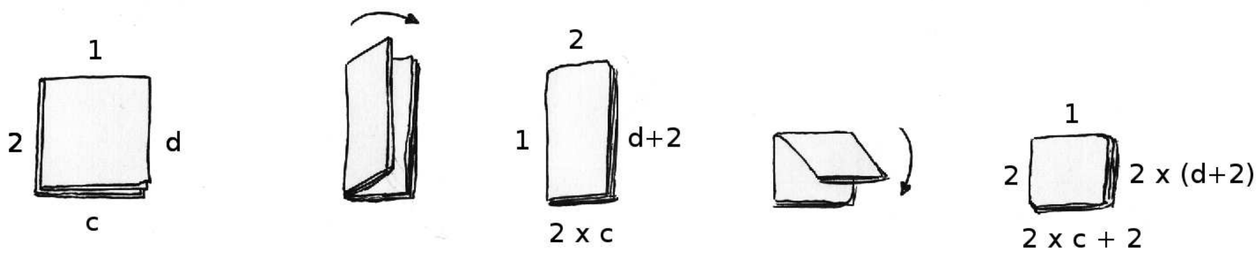
Épreuve 2 : Plié en quatre

Cette épreuve n'était pas facile ! Pour la résoudre, on pouvait commencer par plier les trois premières étapes, mais compter les bords à la main sans se tromper était un défi, et la quatrième étape était vraiment impossible à réaliser même avec une feuille A3.

Il fallait alors de trouver un moyen de *calculer* les nombres de bords de la troisième puis de la quatrième étape, en réalisant les pliages *mentalement*.

Un premier constat a été très largement fait par les élèves : les deux premiers côtés du carré comportent toujours 1 et 2 bords respectivement. Restent deux nombres à trouver.

Le schéma suivant résume les raisonnements qui ont pu être faits. Pour simplifier la présentation, nous avons utilisé deux variables c et d :



On trouvait ainsi, pour la troisième étape :

$$c = 2 \times 10 + 2 = 22$$

$$d = 2 \times (12 + 2) = 28$$

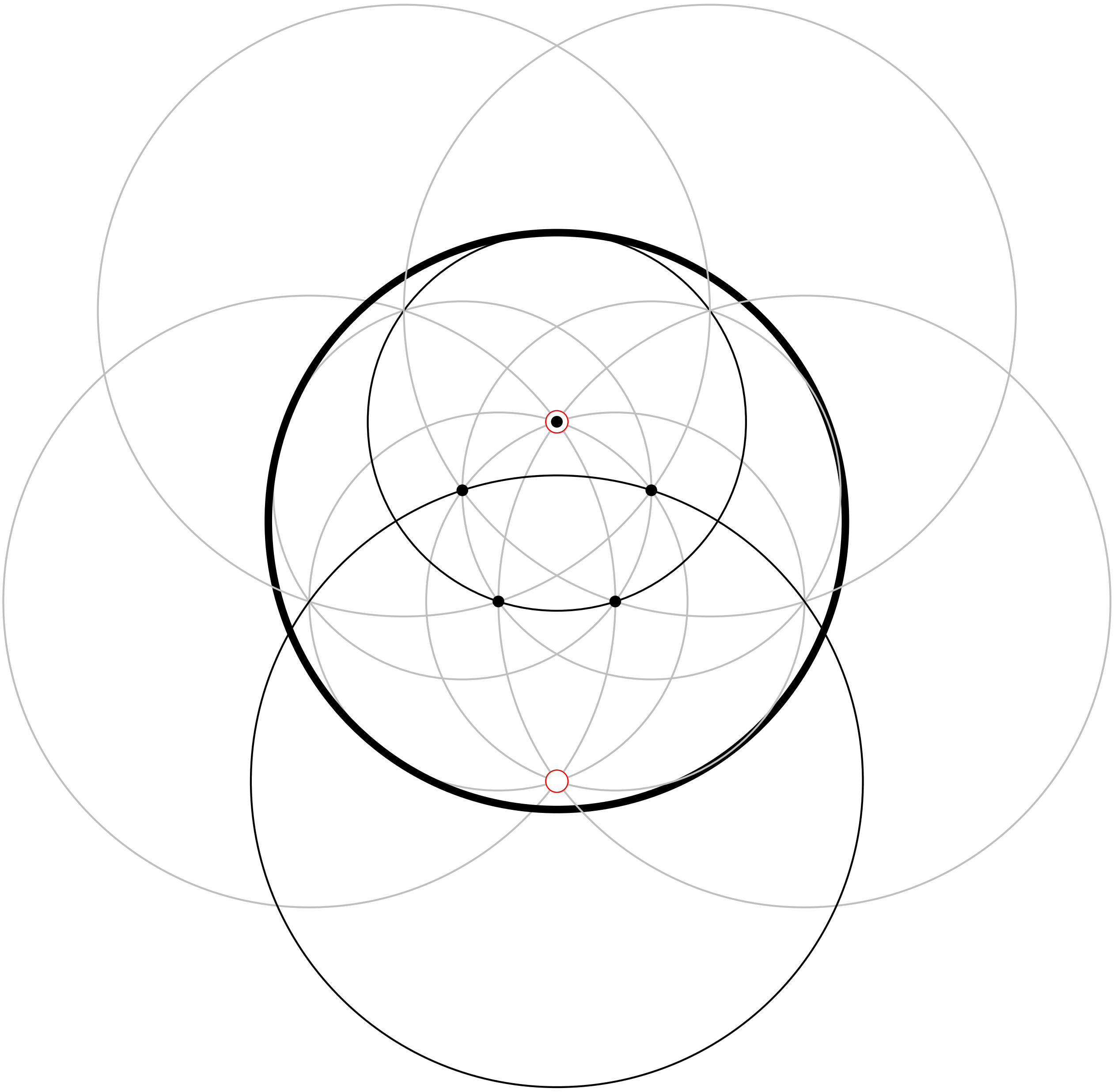
... et pour la quatrième :

$$c = 2 \times 22 + 2 = 46$$

$$d = 2 \times (28 + 2) = 60$$

Ce problème peut être une occasion de parler de priorités de calcul et de variables, en sixième.

Épreuve 3 : La rosace



Cette épreuve a été très bien réussie, nous avons valorisé le soin et la précision des tracés.

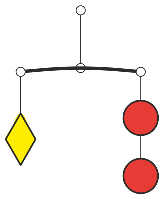
Il y avait deux familles de cinq cercles à tracer :

- les cercles de la première famille étaient centrés sur les points de base et avaient pour rayon une diagonale du pentagone régulier.
- les cercles de la seconde famille étaient centrés sur les intersections des cercles de la première famille.

Épreuve 4 : Le mobile

$\bigstar$	$\blacktriangle$	$\bullet$	$\lozenge$	$\blacksquare$
8	3	1	2	5

Cette épreuve pouvait être résolue par essais-erreurs en testant des nombres entiers. On pouvait aussi la résoudre en raisonnant sur les divers équilibres, voici un exemple de raisonnement possible :

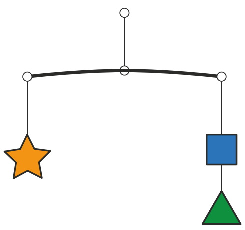
— l'équilibre  donnait tout de suite la masse du losange : $\lozenge = 2$

— l'équilibre de la branche supérieure du mobile donnait alors l'égalité suivante :

$$\bigstar + \blacksquare + \blacktriangle = 5 + 2\blacktriangle + \blacksquare$$

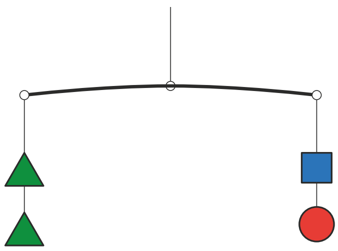
En enlevant un triangle et un carré de chaque côté, cet équilibre donnait :

$$\bigstar = 5 + \blacktriangle$$

— L'équilibre  donnait quant à lui l'égalité suivante :

$$\bigstar = \blacksquare + \blacktriangle$$

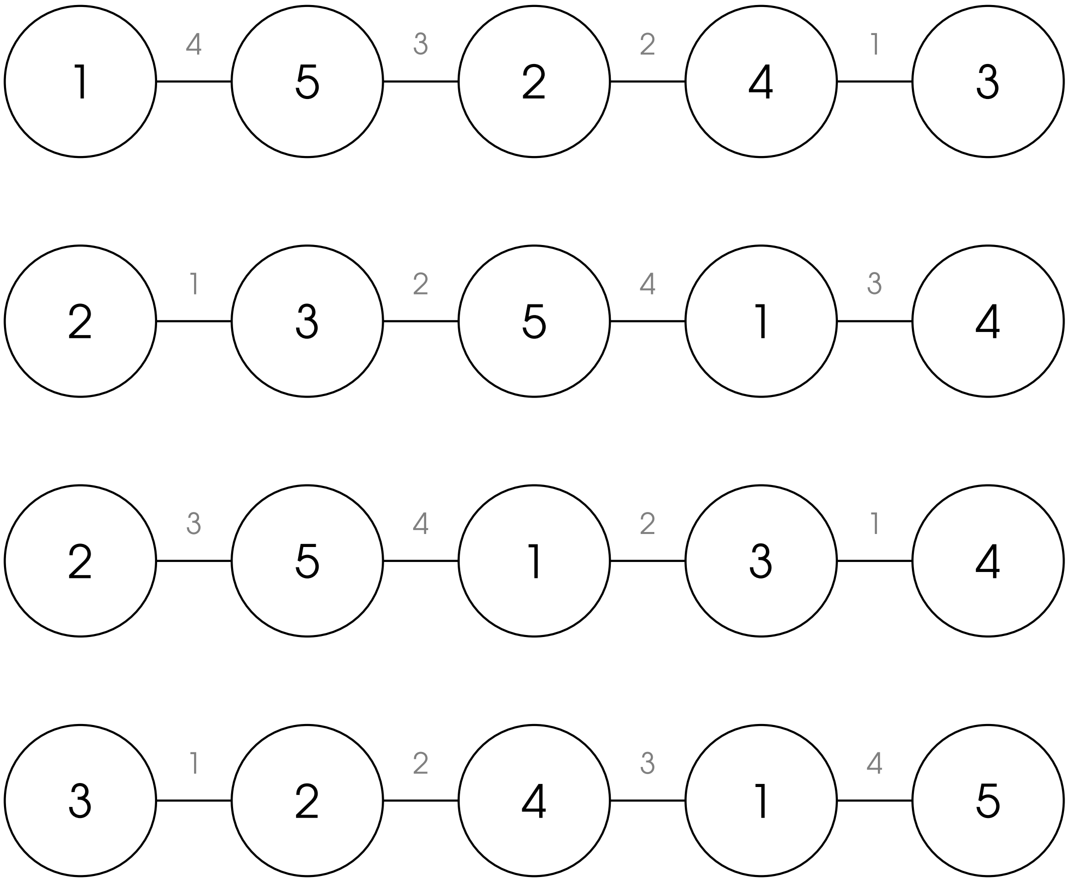
et la comparaison avec l'égalité précédente donnait la masse du carré : $\blacksquare = 5$

— enfin, l'équilibre  permettait de trouver la masse du triangle :

$2\blacktriangle = 6$ donc $\blacktriangle = 3$

Épreuve 5 : Les différences différentes

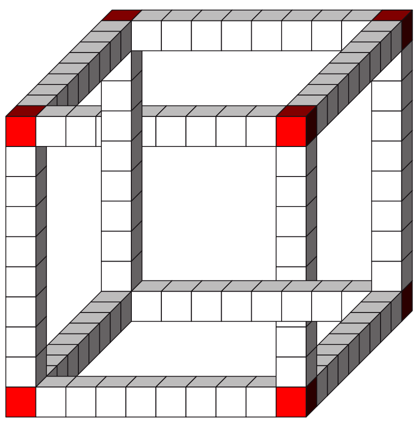
Il y avait quatre solutions à ce problème (à une symétrie près) :



L'épreuve a été assez largement réussie. La difficulté essentielle était la compréhension de la consigne, qui était assez complexe. Pour le reste on pouvait, en tâtonnant, tomber sur une solution sans trop de difficulté. Quelques groupes ont donné plusieurs solutions, ce qui a été valorisé.

Épreuve 6 : La structure impossible

Cette structure est composée de 104 petits cubes.



On pouvait faire le raisonnement suivant : une fois « démélée », cette structure est constituée des arêtes et des sommets d'un grand cube. Chacune des douze arêtes comporte 8 petits cubes (on ne compte pas les extrémités), chacun des huit sommets est constitué d'un petit cube, ce qui fait en tout :

$$12 \times 8 + 8 = 104$$

On pouvait aussi compter 10 petits cubes par arête, ce qui faisait $12 \times 10 = 120$ petits cubes, mais il ne fallait pas oublier qu'on comptait ainsi *trois* fois chacun des huit sommets du grand cube, c'était deux fois de trop, il fallait donc soustraire $2 \times 8 = 16$ et on trouvait bien 104.

Plusieurs groupes ont employé cette dernière méthode sans soustraire les 16 petits cubes comptés en trop, ou en n'en soustrayant que 8, ils trouvaient 120 ou 112. D'autres, qui ont peut-être compté en partie à la main, trouvent différents nombres proches de 104.

Épreuve 7 : La boite à trucs

Les pièces qui *peuvent* rentrer dans la boite sont : D, A, B, F, G

Les pièces qui *ne peuvent pas* rentrer dans la boite sont : C, E

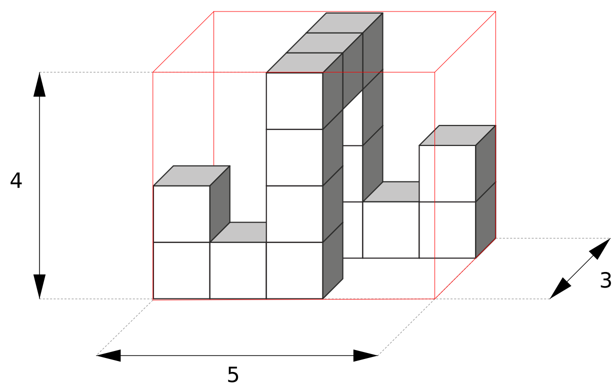
C'est une épreuve qui a posé des difficultés. Il fallait déterminer trois dimensions pour chaque pièce. La difficulté vient du fait que la perspective déforme tout : certaines longueurs sont écrasées tandis que d'autres ne le sont pas. C'est si peu évident qu'une erreur nous avait échappé en publiant les réponses dans la gazette 3...

Voici quelques dessins, mais comme rien ne vaut la manipulation, nous vous proposons sur cette page de notre site :

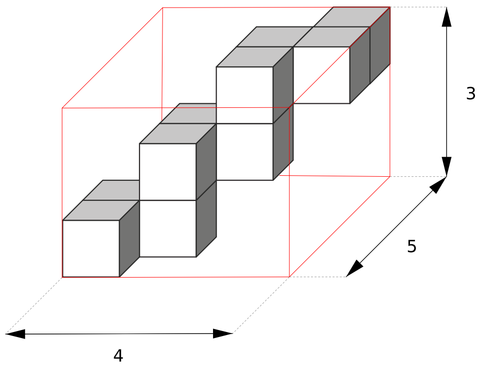
http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?article724

un fichier GéoTortue permettant de faire tourner ces solides, ainsi que quelques animations.

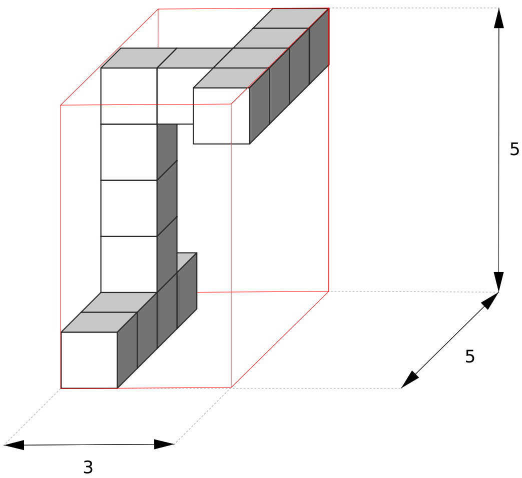
La pièce A rentre dans la boite :



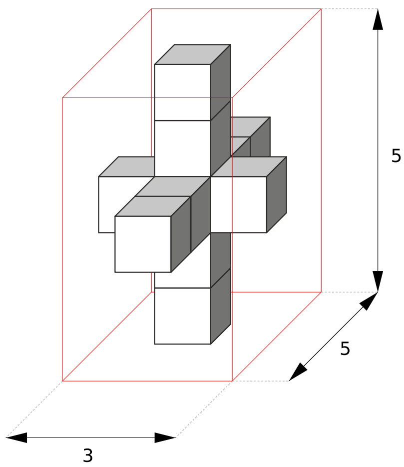
La pièce B rentre aussi :



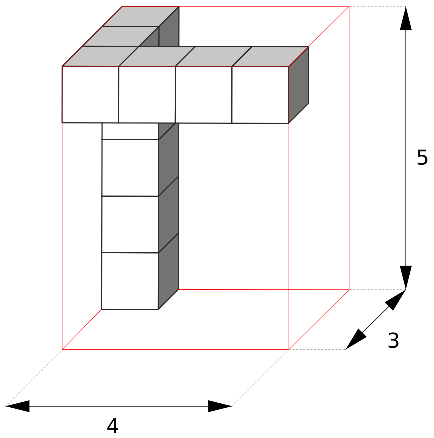
La pièce C ne rentre pas :



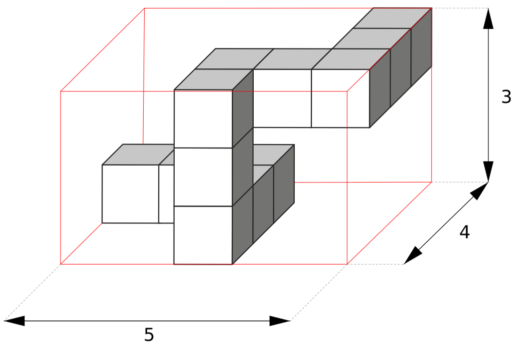
La pièce E ne rentre pas non plus :



La pièce F rentre bien :



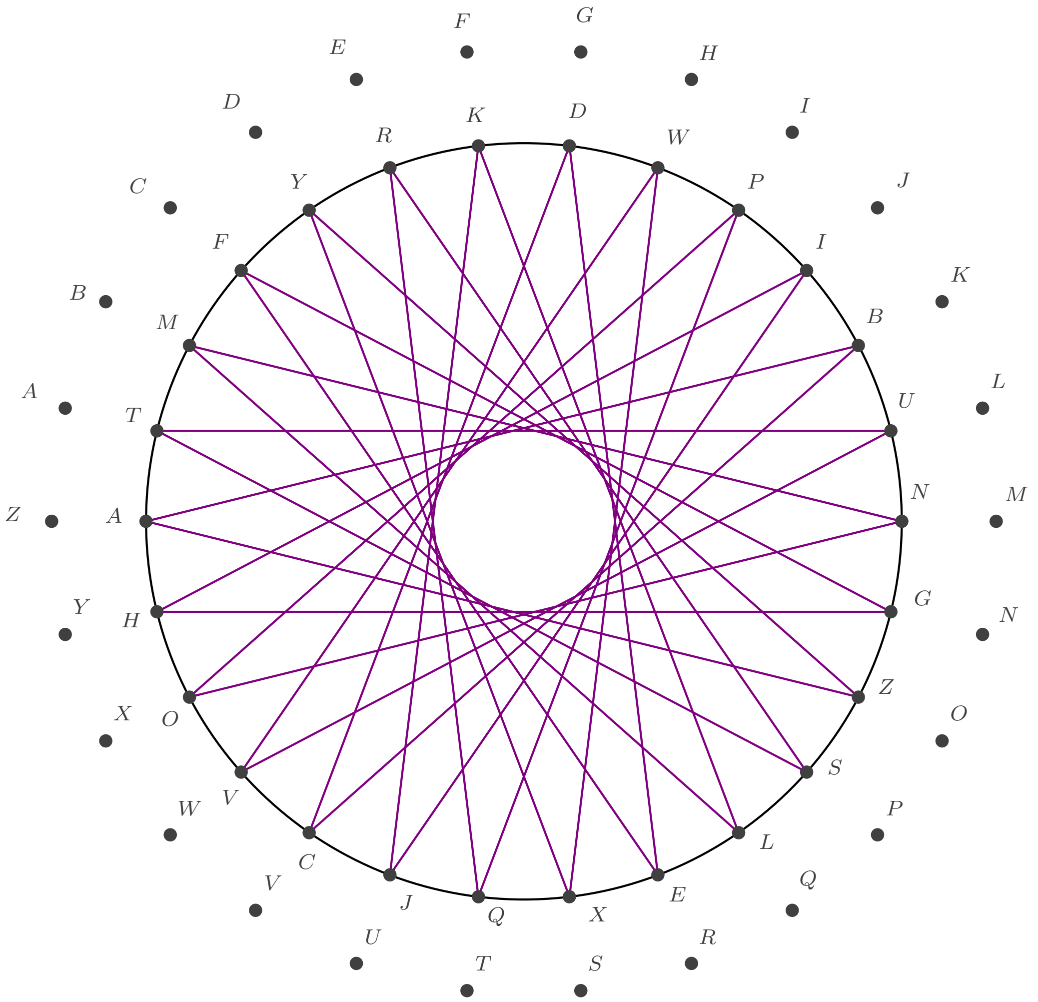
La pièce G aussi :



Épreuve 8 : Le code secret

Le message secret est : « PAR TOUTATIS, CESAR N'Y COMPRENDRA RIEN ! »

Dans cette épreuve, il fallait deviner que les premiers dessins étaient le début d'une suite à continuer pour obtenir une correspondance entre les lettres de l'alphabet. L'algorithme était assez simple : il fallait relier le dernier point atteint au onzième point rencontré en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre et écrire les lettres de l'alphabet dans l'ordre. On obtenait ce dessin :



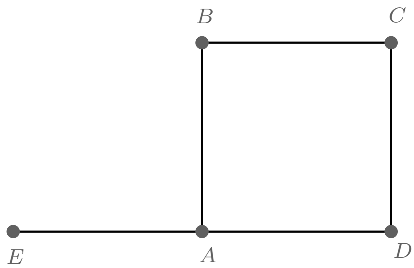
Certains groupes ont hésité, dans leur décompte de points, à compter ceux qui étaient déjà atteints par un segment : cette hésitation était légitime ! mais cette méthode ne donnait rien. Le code à trouver était un code affine, c'est à dire une généralisation du code employé par César qui consistait à opérer un simple décalage sur les lettres de l'alphabet.

Épreuve 9 : Les trois coupables

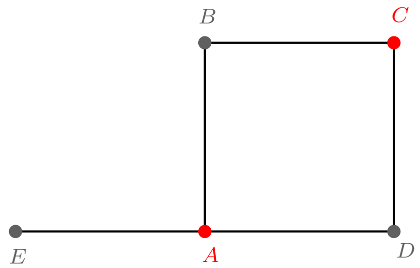
Les trois coupables sont : Bob, Dina et Élodie

Cette épreuve logique a dérouté beaucoup de groupes, qui ont eu du mal à démêler les arguments logiques des arguments psychologiques ou sexistes.

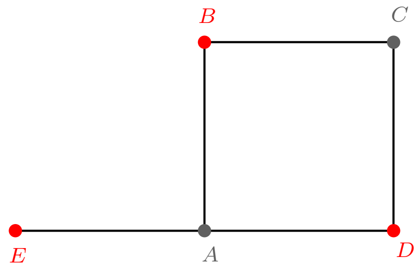
Le plus clair est peut-être de faire un schéma (un « graphe ») : les quatre enfants, représentés par des points portant leurs initiales, sont reliés entre eux par un segment chaque fois que l'un accuse l'autre. Deux enfants reliés par un segment ne peuvent être coupables tous les deux puisque l'un accuse l'autre : soit il dit vrai et il est innocent, soit il ment et c'est l'autre qui est innocent. De même, ils ne peuvent pas être innocents tous les deux.



Il n'y a que deux façons de colorier en rouge certains sommets de ce graphe de façon que deux sommets reliés entre eux ne soient jamais de la même couleur :



ou



Puisqu'il y a trois coupables, c'est le schéma de droite qu'il faut retenir, donc les coupables sont Bob, Dina et Élodie.

Épreuve 10 : Le puzzle

Cette épreuve exigeait une bonne reconnaissance des angles droits et des angles du triangle équilatéral. Le triangle n'a pas toujours été trouvé ! Un groupe a dit, très justement : « Le triangle équilatéral n'a pas d'angle droit donc nous avons cherché à placer les angles droits à l'intérieur ».