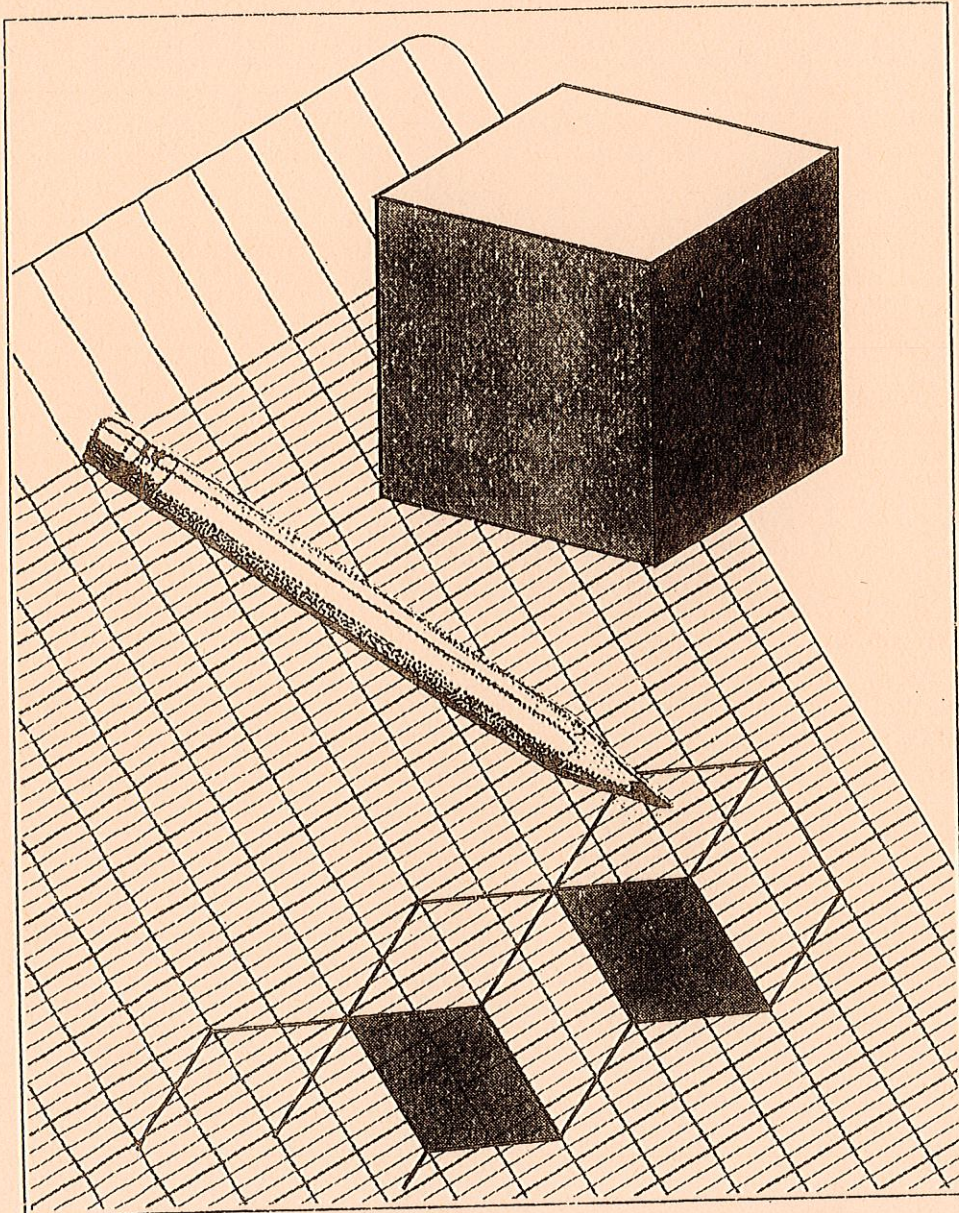


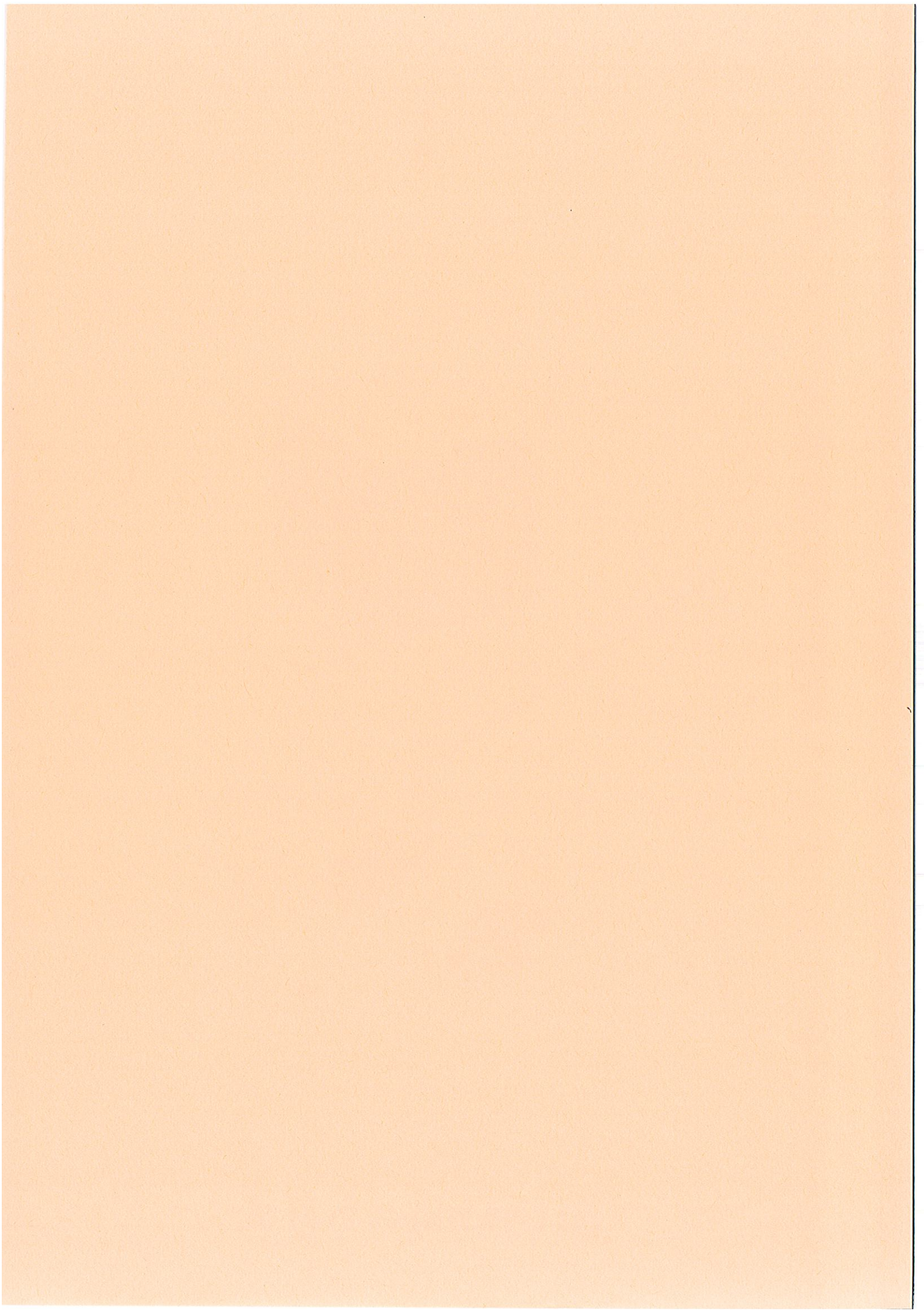
**Carnets de stages**

# Activités mathématiques au Collège



*Fascicule 2*

**IREM Paris-Nord**



**UNIVERSITE PARIS NORD - IREM**

*Carnets de stages*

**Activités mathématiques au Collège**

Fascicule 2

60 pages, A4

ISBN 2 86240 106 X

Dépot légal: 2<sup>ème</sup> Trimestre 1996

200 exemplaires  
**20,00 Francs**



# ***Avant-propos***

Cette brochure témoigne des stages MAT 416, MAT 518 des plans académiques de formation 94/95; 95/96 de la MAFPEN de Créteil, proposés et animés par l'IREM Paris-Nord.

Sur le thème "Activités géométriques au Collège", les participants sont invités à élaborer des séquences d'enseignement sur des thèmes choisis par eux, en s'appuyant sur leur pratique enseignante et sur l'analyse critique des diverses publications existantes et disponibles à l'IREM.

Pour ce faire, différents outils sont mis en œuvre : dessins géométriques, situations-problèmes, logiciels informatiques ...

L'une des finalités du stage est de produire des documents directement utilisables en classe.

Faisant suite au premier fascicule paru en avril 1995, cette seconde publication regroupe quelques unes des activités mises au point lors de l'étude des thèmes :

- Le cube
- Premières séances de géométrie

Elle constitue le deuxième volet du dossier "*Carnets de stages*" ouvert pour recevoir d'autres thèmes.

Afin de donner une certaine cohésion à l'ensemble, nous avons cru bon d'adopter une démarche type de présentation pour chacun des thèmes, à savoir :

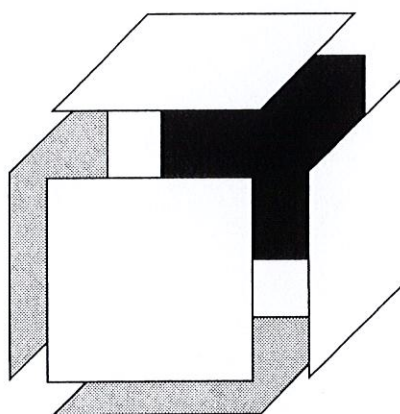
- la place du thème dans les programmes et commentaires officiels,
- les éléments bibliographiques qui ont semblé les plus pertinents parmi toute la documentation relevée,
- les points retenus après analyse des articles et du vécu des participants,
- des activités éclairant ces points, en précisant l'objectif visé pour chacune d'elles.

Précisons enfin que cette modeste brochure ne saurait constituer un quelconque *rapport de stage*. Elle prétend simplement restituer le plaisir partagé d'une réflexion avec d'autres collègues l'espace d'un stage, en souhaitant qu'elle en inspire d'autres.



# **GEOMETRIE DANS L'ESPACE**

## **LE CUBE**







# GEOMETRIE DANS L'ESPACE : LE CUBE

## 1 . Extraits des programmes de sixième (1996) :

### A. TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES

Contenu	Compétences exigibles
... 3. Parallélépipède rectangle : description, représentation en perspective, patrons ...	Fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données.

### Commentaires

L'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis de l'école élémentaire : représenter, décrire et construire des solides de l'espace. L'usage d'une perspective cavalière et la fabrication d'un patron sont complémentaires. Mais ces travaux s'appuient sur l'étude de vrais objets éventuellement réalisés en technologie. Passer de l'objet à ses représentations et inversement constitue l'essentiel du travail dans l'espace à ce niveau.

Les travaux porteront sur les éléments plans des objets de l'espace et le vocabulaire correspondant sera utilisé à cette occasion : faces, arêtes et sommets.

La manipulation et la construction de parallélépipèdes rectangles conduiront à la réalisation de patrons et des représentations en perspective.

L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace, ...) peut permettre de mieux visualiser les différentes représentations d'un objet.

## 2 . Bibliographie :

- SLOWIK C.; Géométrie IV; *Irem de LILLE*
- GUIBERT J. in Suivi scientifique 5 ème Bulletin Inter-Irem Premier Cycle
- DELORD R. et MATHIAUD M. in Bulletin Inter-Irem liaison Collège- Seconde
- MATHERSHEAD L.; Investigation in mathematics; Basil Blackwell - OXFORD
- Géométrie dans l'espace: le cube; *Irem Paris-Nord*
- Les transformations : Pour commencer ; fascicule 1 *Irem Paris-Nord*
- Activités spatiales; *Irem Paris-Sud*
- Activités mathématiques au collège; Petit x ; : N° hors série; nov. 92
- Dessiner l'espace; *Irem de Lorraine*
- Dix fascicules pour vos élèves; *Galion thèmes*
- Autour du cube Soma; *Irem LORRAINE*

### 3. Points retenus

Au collège il s'agit d'aider l'élève à se fabriquer une image mentale de l'espace. Pour cela des situations simples et concrètes, construites à partir de solides, pourront permettre la mise en place de la représentation plane d'objets de l'espace, des notions de parallélisme et d'orthogonalité des droites et plans dans l'espace. Toute formalisation à ce sujet sera évitée.

#### Construire :

- Permis de construire
- Les languettes
- Boite à cubes

#### Voir et observer des cubes :


- Les escaliers
- Le termitier à cube
- Des p'tits cubes, un gros cube,...
- Les pièces
- Un dé qui tourne

#### Dessiner sur un cube :

- Le chien
- Les oiseaux
- Cubisme
- D'un cube à l'autre
- C'est l'histoire d'un cube...

#### Dessiner des cubes :

- Coller des cubes
- Décoller des cubes
- Il manque une pièce

 Page ci-contre, les représentations les plus usuelles d'un cube de référence.

#### PERSPECTIVE CAVALIERE

Représentation obtenue par une projection oblique parallèlement à une direction donnée, sur un plan de projection parallèle à l'une des faces du cube de projection. Elle possède les propriétés suivantes :

1. toute figure contenue dans un plan parallèle au plan de projection se projette en vraie grandeur
2. les droites perpendiculaires au plan de projection se projettent suivant des droites obliques parallèles appelées fuyantes; l'angle des fuyantes dépend de la direction d'observation.

#### PERSPECTIVES AXONOMETRIQUES

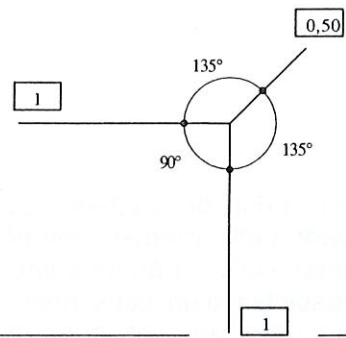
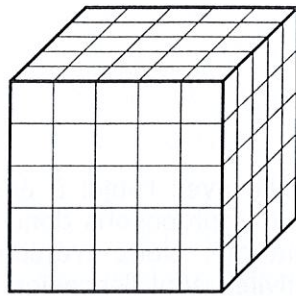
Représentation obtenue par projection sur un plan oblique par rapport aux trois faces du cube; aucune des faces n'est donc projetée en vraie grandeur. La représentation est définie par les trois angles  $\alpha, \beta, \gamma$  que font entre elles les projections de trois arêtes concourantes du cube de référence, l'une des arêtes se projetant suivant une verticale, les deux autres étant placées de part et d'autre de la première.

La perspective est dite isométrique si  $\alpha = \beta = \gamma$ ; dimétrique si  $\alpha = \beta \neq \gamma$ ; trimétrique si  $\alpha \neq \beta \neq \gamma$

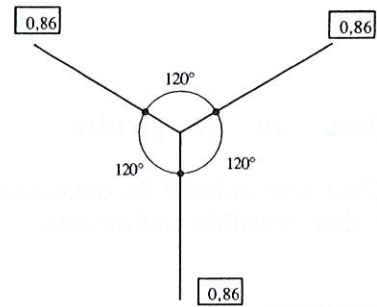
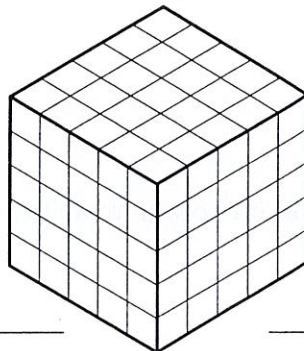
A lire : G. AUDIBERT; *La perspective cavalière*; Publication A.P.M.E.P. N° 75

# PERSPECTIVES USUELLES NORMALISÉES

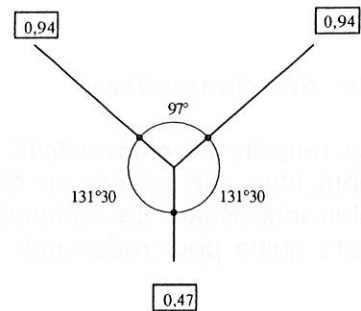
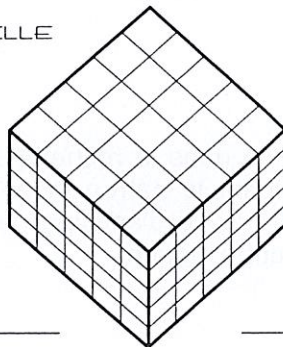
PERSPECTIVE CAVALIÈRE



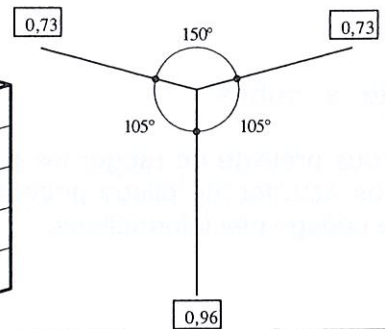
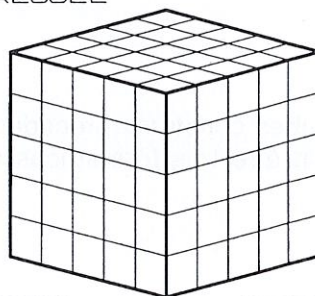
PERSPECTIVE ISOMÉTRIQUE



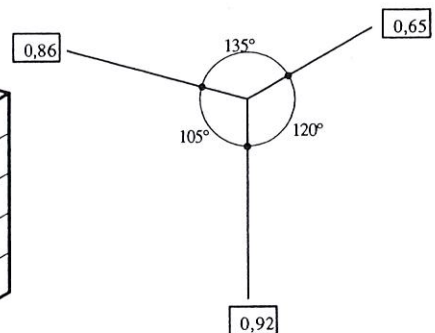
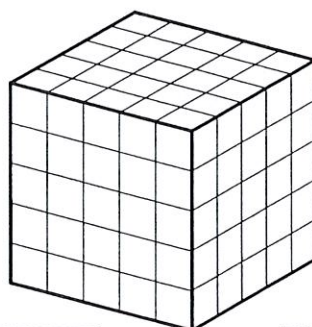
PERSPECTIVE DIMÉTRIQUE USUELLE



PERSPECTIVE DIMÉTRIQUE REDRESSÉE



PERSPECTIVE TRIMÉTRIQUE



# Construire

Une prise de contact très matérielle avec l'objet à étudier nous paraît souhaitable. Dans cette première partie nous nous proposons donc de faire construire des cubes ainsi qu'un parallélépipède rectangle. Nous n'étudierons pas tous les patrons possibles d'un cube mais ces activités sont l'occasion d'en faire découvrir quelques uns; libre aux collègues qui le souhaitent de faire rechercher les autres.

## Permis de construire

C'est une activité de découpage et de collage mais les cubes construits pourront servir à des activités ultérieures.

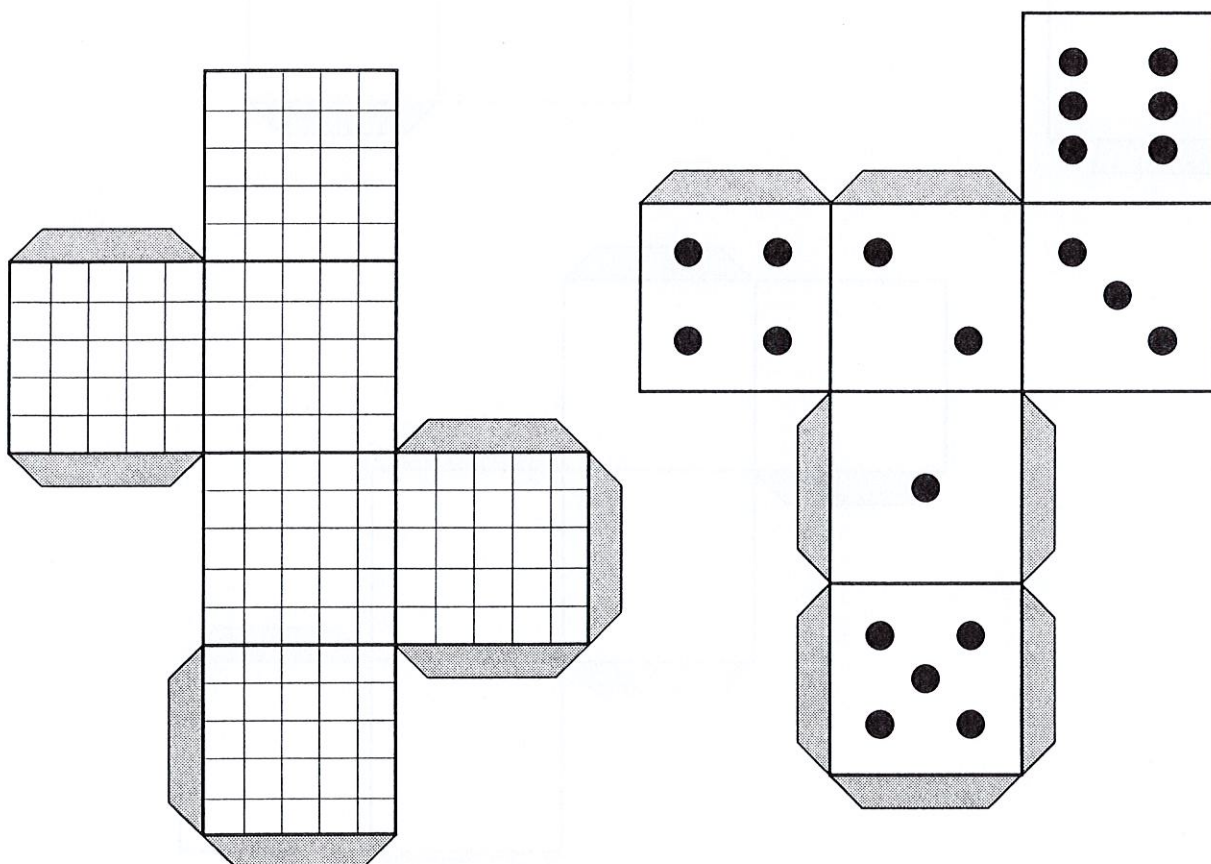
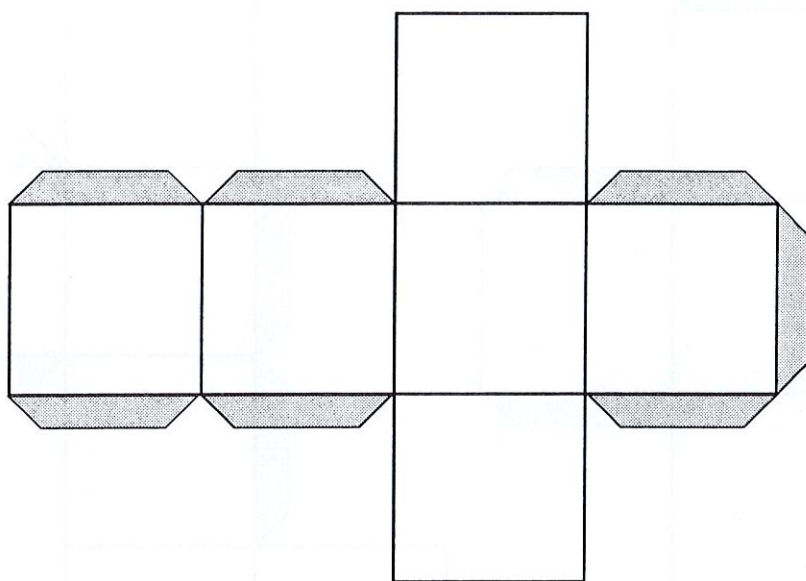
## Avec des languettes

La réussite de cette activité réside dans la recherche de la languette manquante. On peut bien sûr le faire en découpant le patron et en montant le cube, mais il paraît plus intéressant de demander à l'élève d'anticiper le montage. En cas d'erreur il en sera quitte pour redessiner un autre patron.

## Boîte à cubes

Sous prétexte de ranger les cubes construits précédemment, voici un pliage classique. Les activités de pliage peuvent être très formatrices quant à la lecture de consignes, le codage des informations, ...

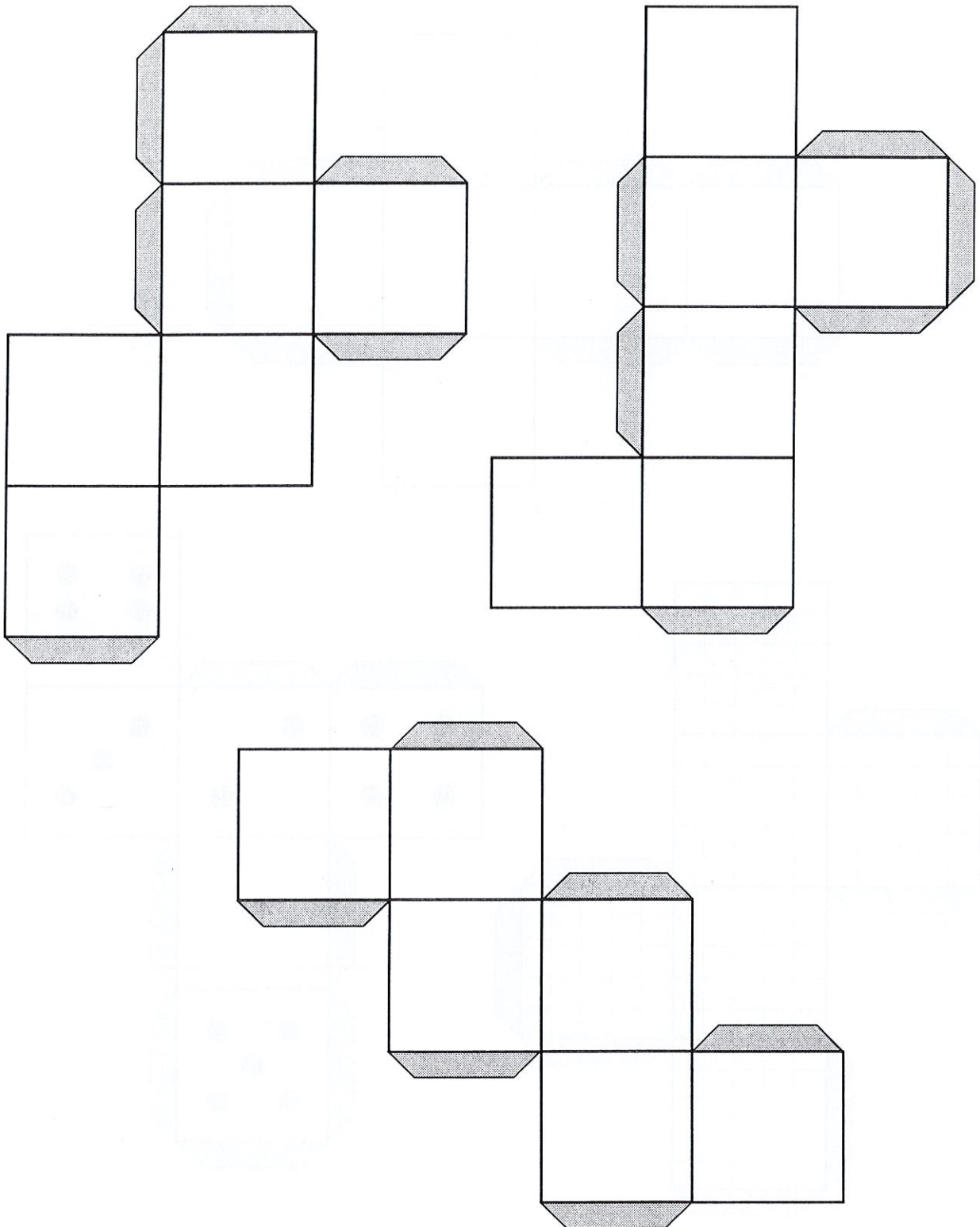
# Permis de construire



Découpe et colle

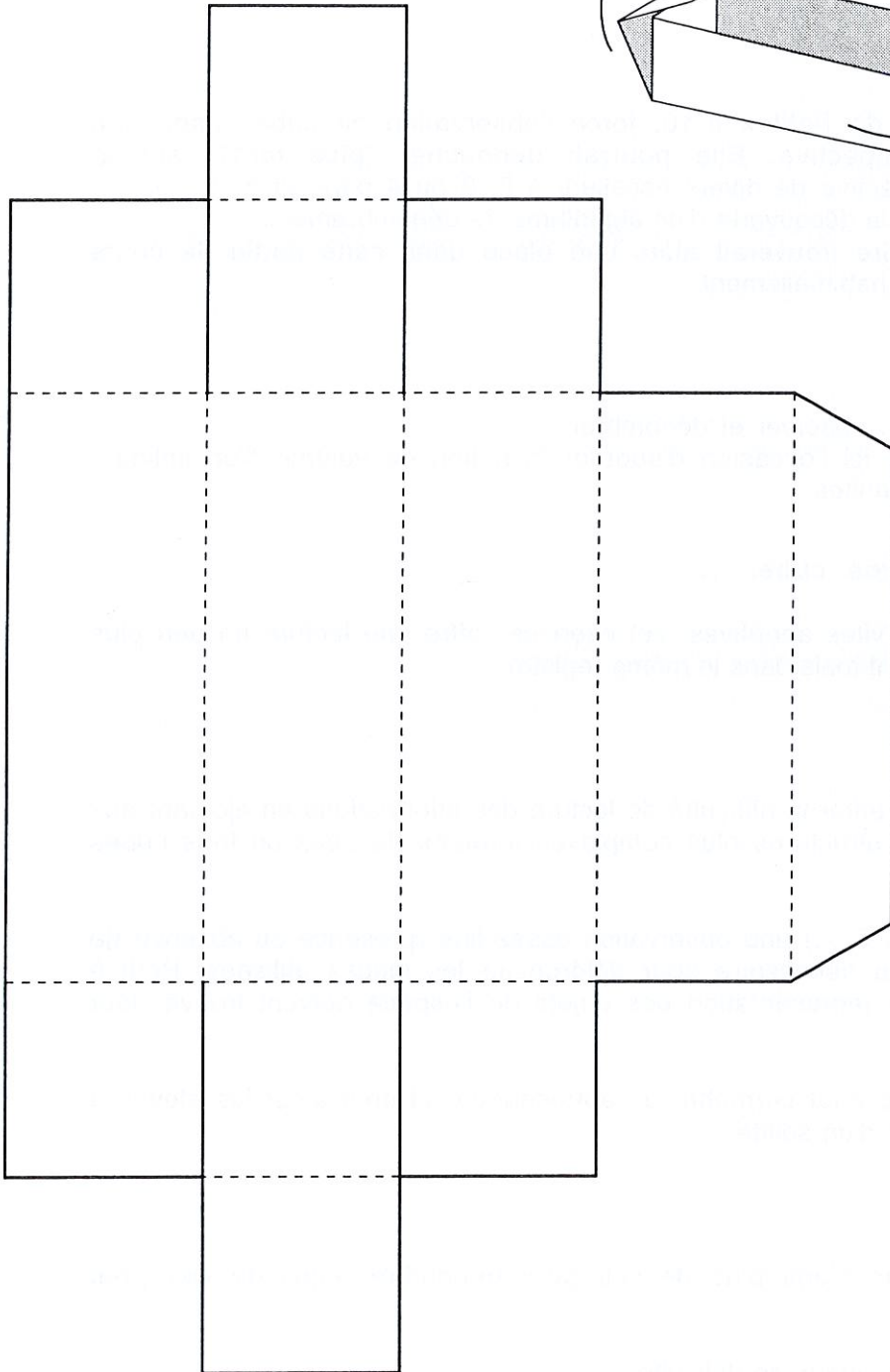
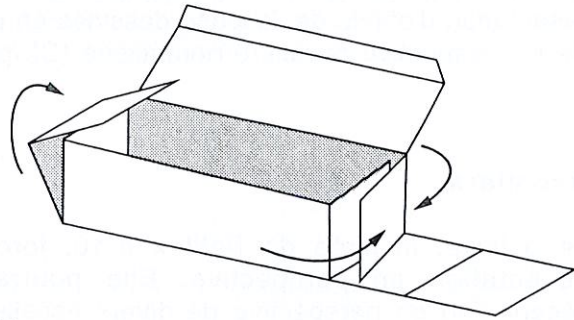


## Les languettes



Ajoute la languette manquante qui permet de construire un cube de façon hermétique

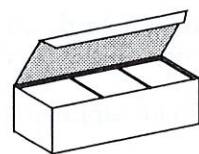
# Boîte à cubes



Coupe ———

Plie - - - - -

... et monte la boîte.



## Voir et observer des cubes

Cette seconde partie doit permettre aux élèves de se familiariser avec la représentation d'objets de l'espace dessinés en perspective.

Seule la perspective cavalière normalisée (Cf. page 3 ) y sera utilisée.

### Les escaliers

Cette activité, inspirée de Petit x n°10, force l'observation de cubes dans une représentation en perspective. Elle pourrait déboucher (plus tard?) sur la représentation en perspective de divers escaliers à 2, 3 ou 4 pans et 3, 4, 5, ... marches mais aussi sur la découverte d'un algorithme de dénombrement.

L'arithmétique élémentaire trouverait alors une place dans cette partie de cours qu'elle ne fréquente pas habituellement.

### Le termite à cube

L'objectif reste le même : observer et dénombrer.

On pourra aussi trouver ici l'occasion d'aborder la notion de volume d'un solide : nombre de petits cubes-unités.

### Des p'tits cubes, un gros cube, ...

Pour poursuivre nos activités apéritives, cet exercice offre une lecture un peu plus complexe que le précédent mais dans le même registre.

### Les pièces

Nous continuons à augmenter la difficulté de lecture des informations en ajoutant aux cubes élémentaires des structures plus complexes formées de deux ou trois cubes accolés.

Dans certains cas (C, D, E ...) une observation assez fine (présence ou absence de traits "séparateurs") sera nécessaire pour différencier les pièces utilisées. Petit à petit les conventions de représentation des objets de l'espace doivent trouver leur place.

Le tableau double entrée peut permettre un auto-contrôle et peut aider les élèves à acquérir l'idée de volume d'un solide.

### Un dé qui tourne

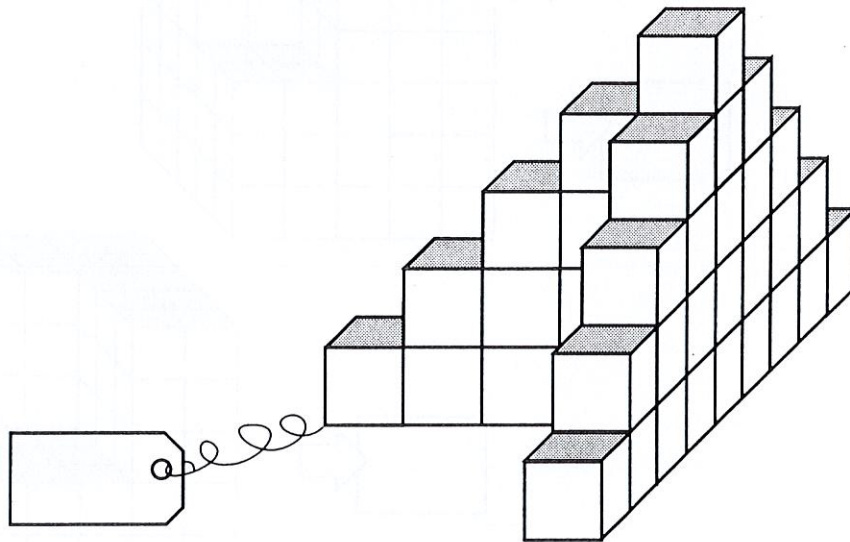
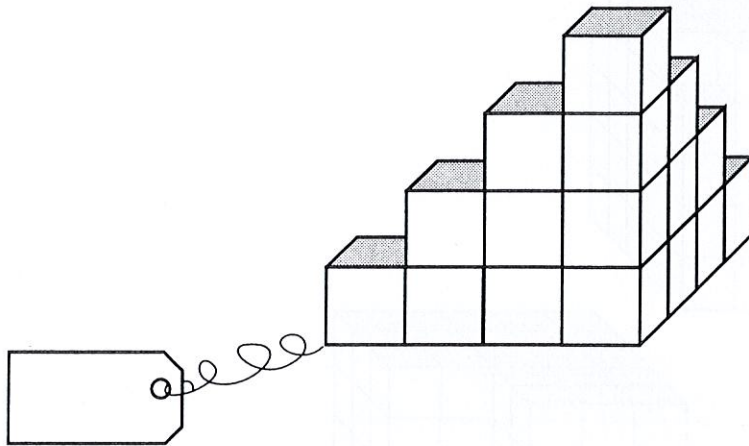
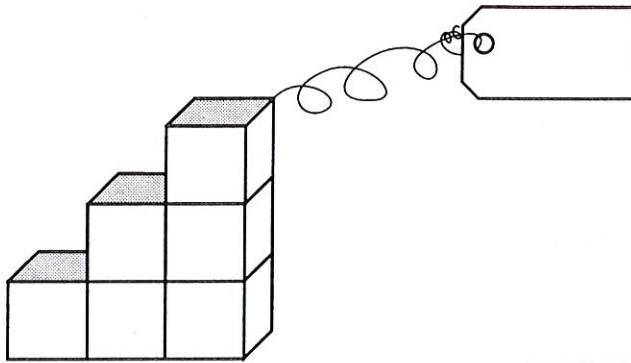
Dans cette activité il ne s'agit plus de voir pour dénombrer mais de voir pour dessiner.

On peut concevoir deux niveaux de difficulté :

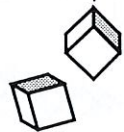
- en utilisant un dé conforme au modèle présenté (éventuellement celui déjà construit) : il n'y a plus alors qu'à observer pour compléter;
- en lui rappelant que la somme des points de deux faces opposées d'un dé est 7.



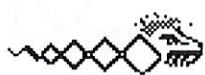
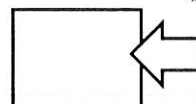
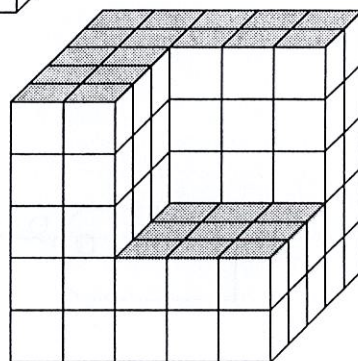
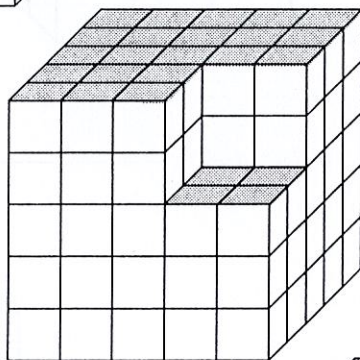
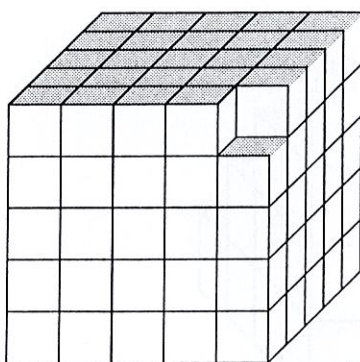
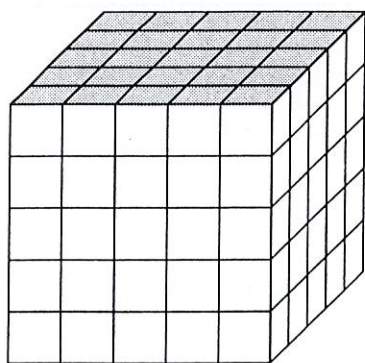
# Les escaliers



Combien faut-il de cubes pour construire chacun de ces escaliers ?

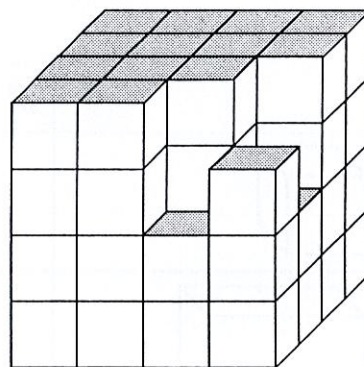
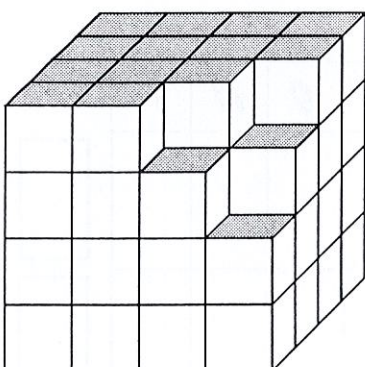
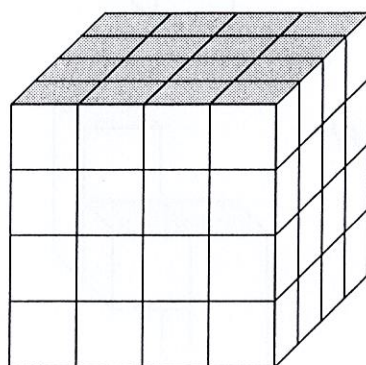
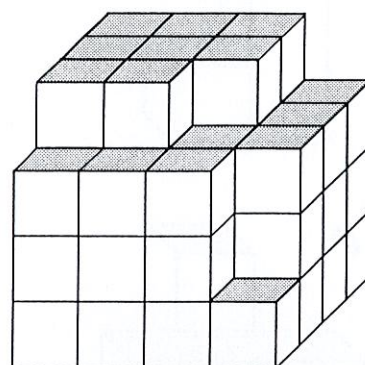
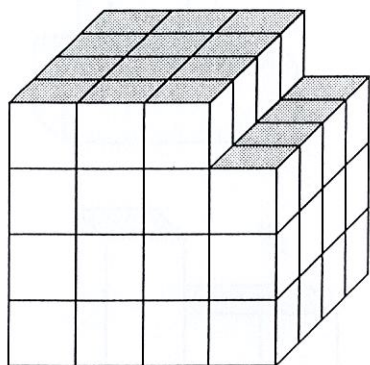


# Le termite à cubes

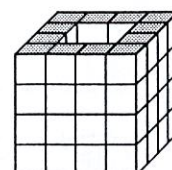


Combien reste-t-il de cubes après chaque passage du termite ?

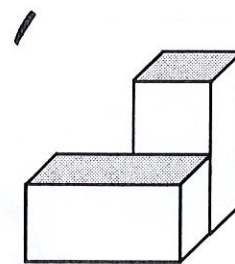
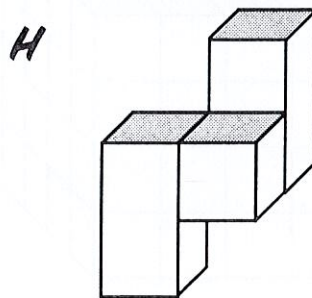
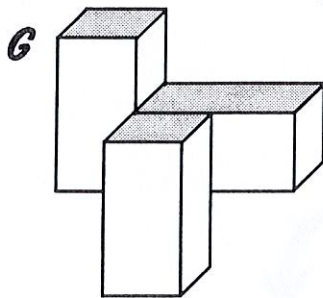
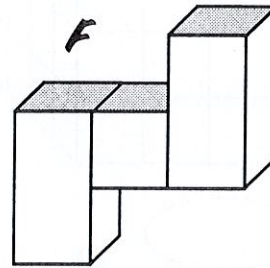
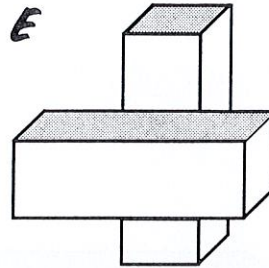
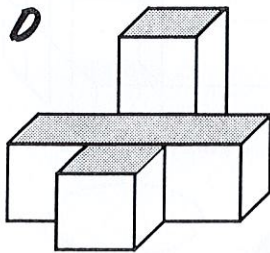
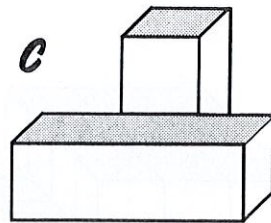
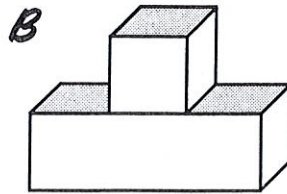
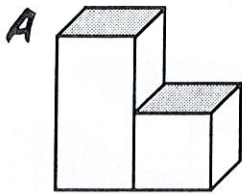
# Des p'tits cubes, un gros cube, ...



Combien a-t-on retiré de petits cubes pour obtenir chacun de ces solides ?



# Les pièces

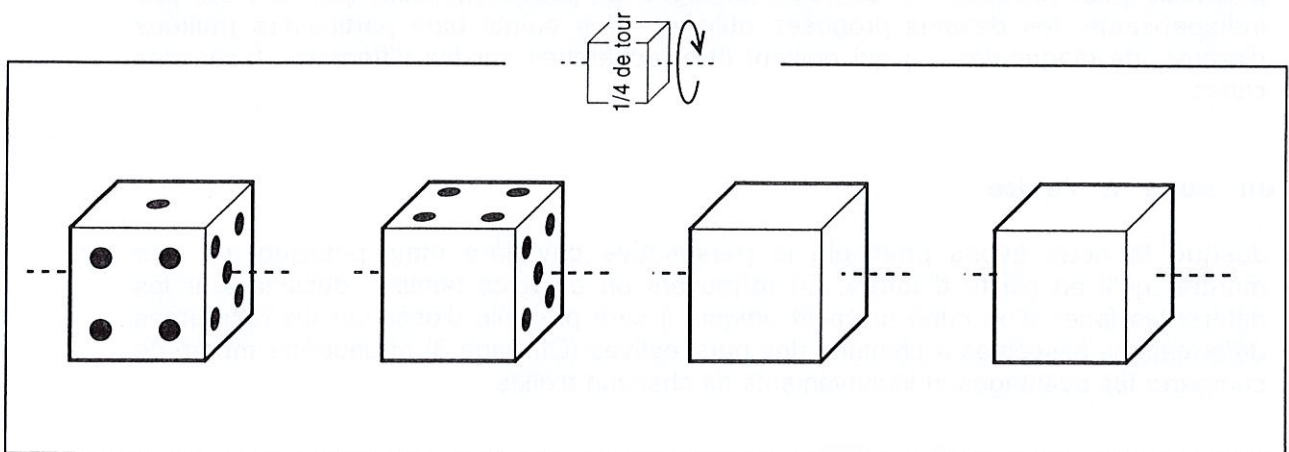
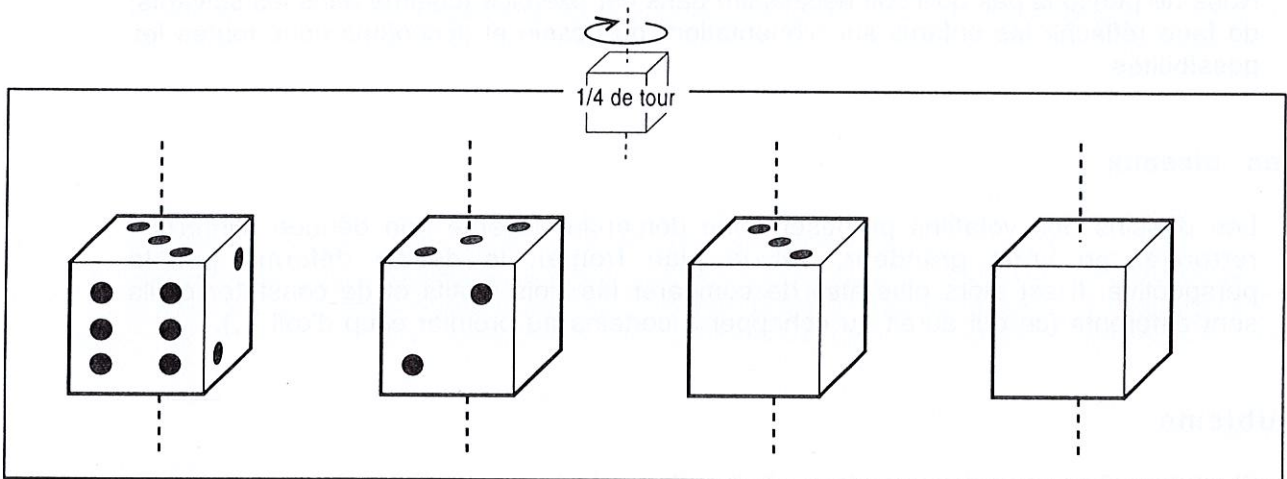
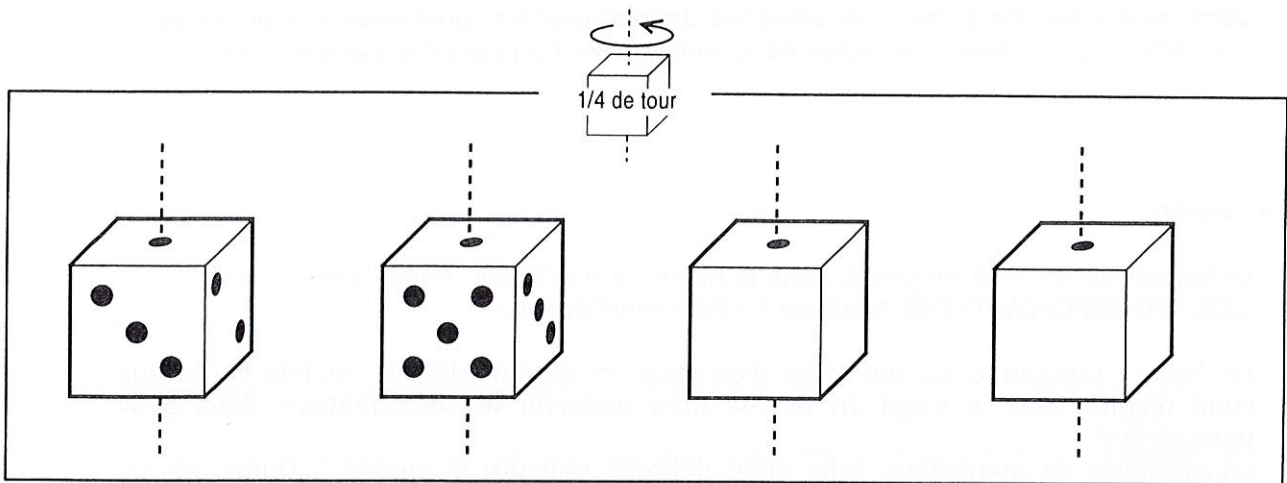


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
			0							
			1							
			1							
			5							

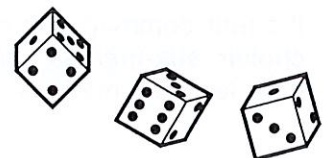


Compte les pièces, compte les cubes et remplis le tableau.

# Un dé qui tourne...



Complète les dessins.



## Dessiner sur un cube

Dans cette troisième partie nous essayons de faire prendre conscience aux élèves des contraintes qu'imposent les règles de la perspective ou plutôt des perspectives.

### Le chien

Cette activité est déjà proposée dans la brochure de l'IREM Paris-Nord :  
LES TRANSFORMATIONS; *fascicule 1 : Pour commencer.*

En faisant reproduire sur les faces d'un cube un dessin dont le modèle figure sur l'une d'entre elles, il s'agit en fait de faire observer les déformations liées à la perspective.

La présence de quadrillage évite toute difficulté majeure et permet à l'élève de se concentrer sur le résultat à obtenir.

Nous ne pensons pas qu'il soit nécessaire dans cet exercice (comme dans les suivants) de faire réfléchir les enfants sur "l'orientation" du dessin et acceptons donc toutes les possibilités .

### Les oiseaux

Les dessins des volatiles proposent une démarche inverse non dénuée d'intérêt : retrouver en vraie grandeur, sur le plan frontal, le dessin déformé par la perspective. Il est alors plus aisé de comparer les trois motifs et de constater qu'ils sont différents (ce qui aurait pu échapper à certains au premier coup d'œil ...).

### Cubisme

C'est le même exercice que les précédents mais la suppression des quadrillages impose une réflexion supplémentaire. Notons qu'on pourrait quadriller la figure proposée pour retrouver un exercice analogue au précédent mais que ce n'est pas indispensable, les dessins proposés utilisant des points bien particuliers (milieux d'arêtes, de diagonales ...) qui doivent être recherchés sur les différentes faces des cubes.

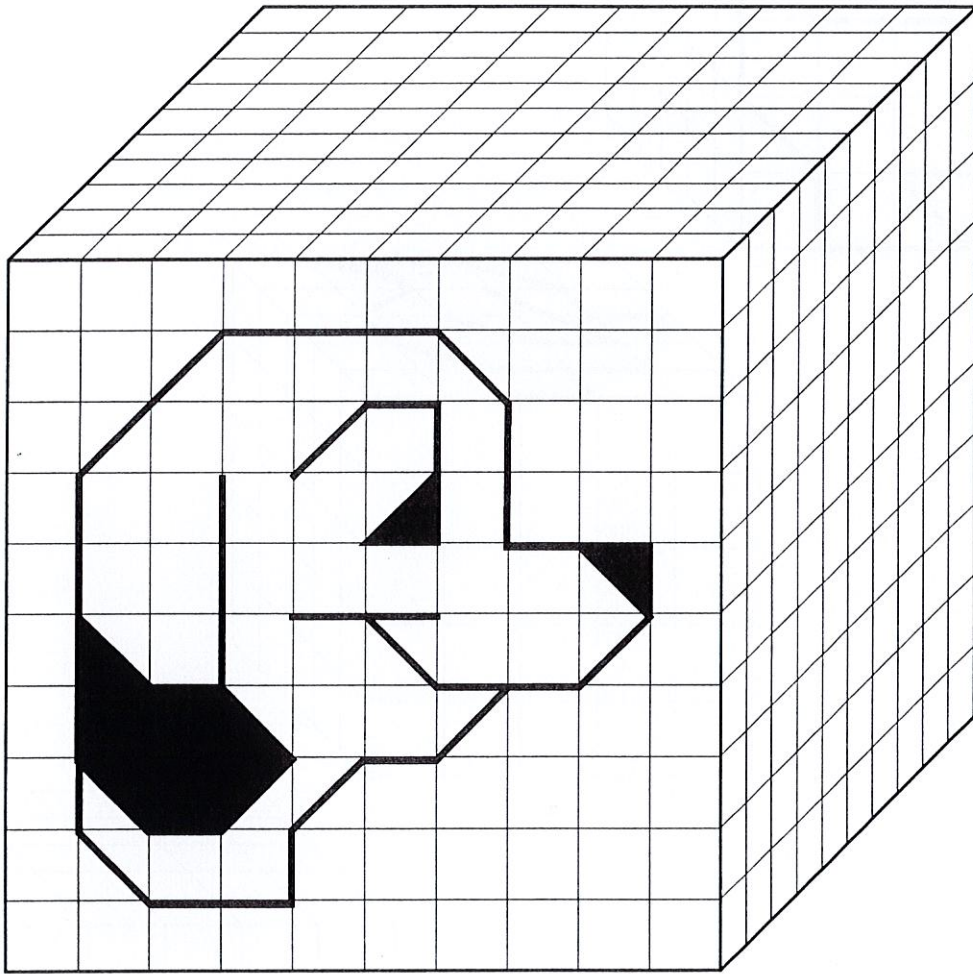
### D'un cube à l'autre

Jusque là nous avons privilégié la perspective cavalière mais pourquoi ne pas montrer qu'il en existe d'autres. En retrouvant un exercice familier, dessiner sur les différentes faces d'un cube un motif unique, il sera possible d'observer les différentes déformations associées à chacune des perspectives (Cf. page 3) et peut-être même de comparer les avantages et inconvénients de chacune d'elles.

### C'est l'histoire d'un cube...

Il serait dommage de ne pas proposer aux élèves qui adorent ce genre d'activités de choisir eux-mêmes un motif ? Soyons persuadé(e)s qu'ils trouveront des dessins dont les déformations surprendront leurs camarades.

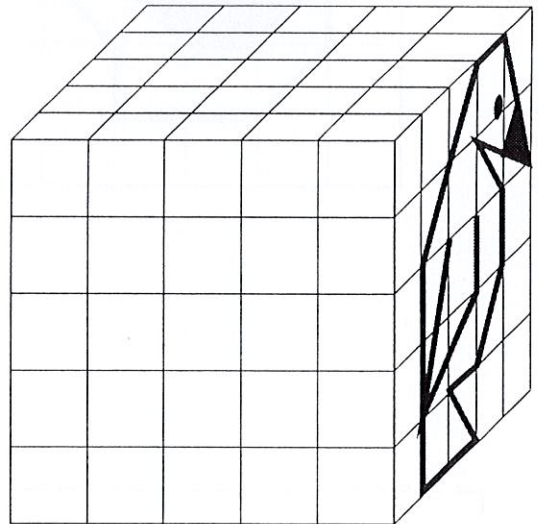
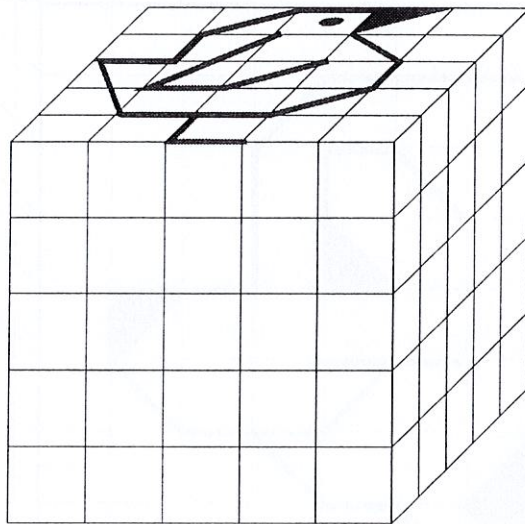
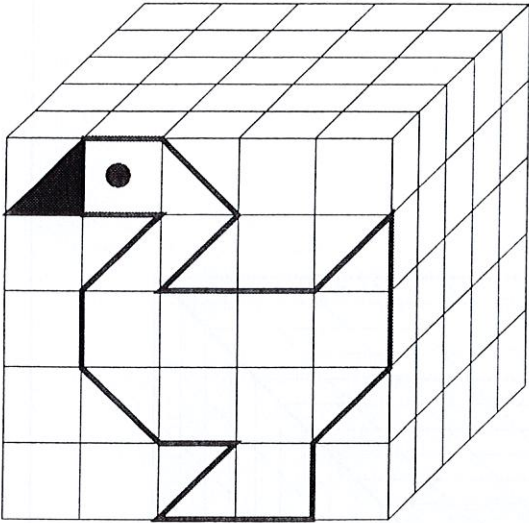
# Le chien



Dessine la tête du chien sur les deux autres faces visibles du cube.



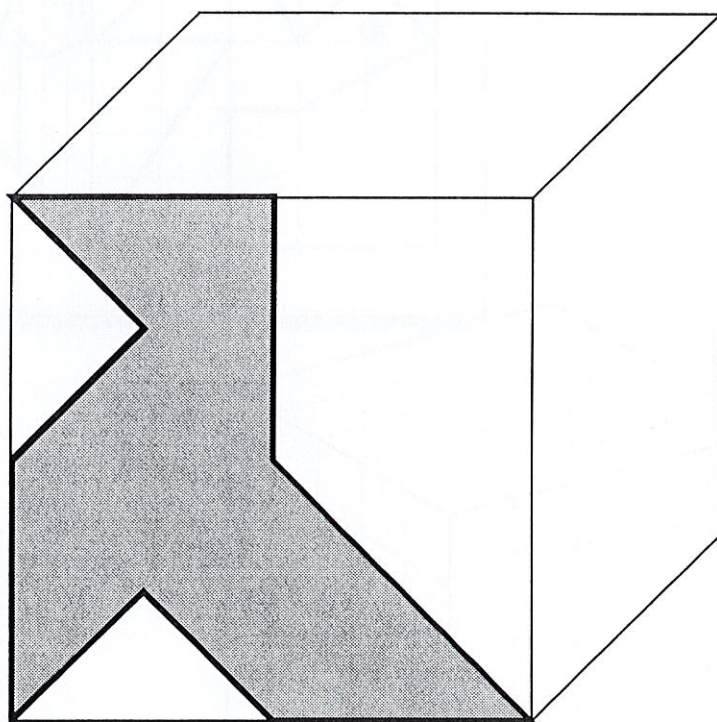
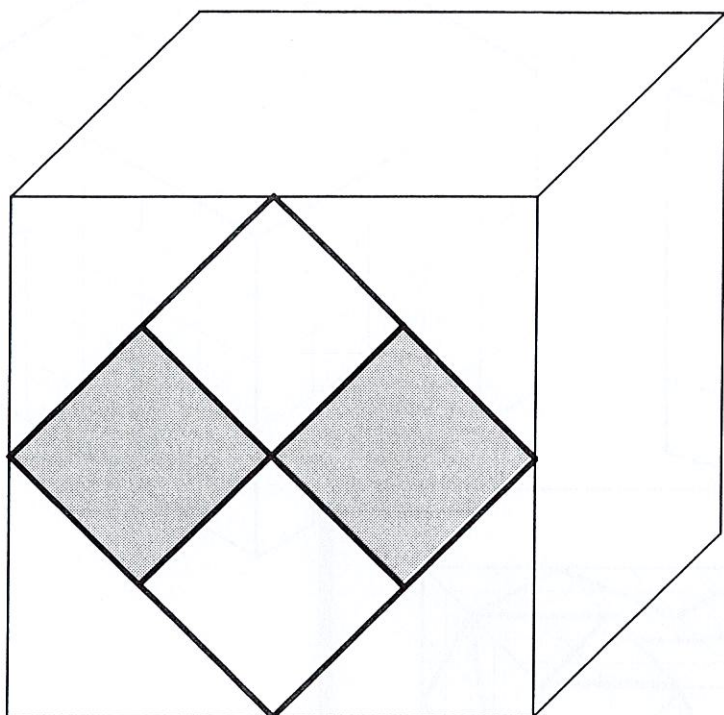
## Les oiseaux



Complète les autres faces du cube en y dessinant l'oiseau qu'on voit déjà sur une face.



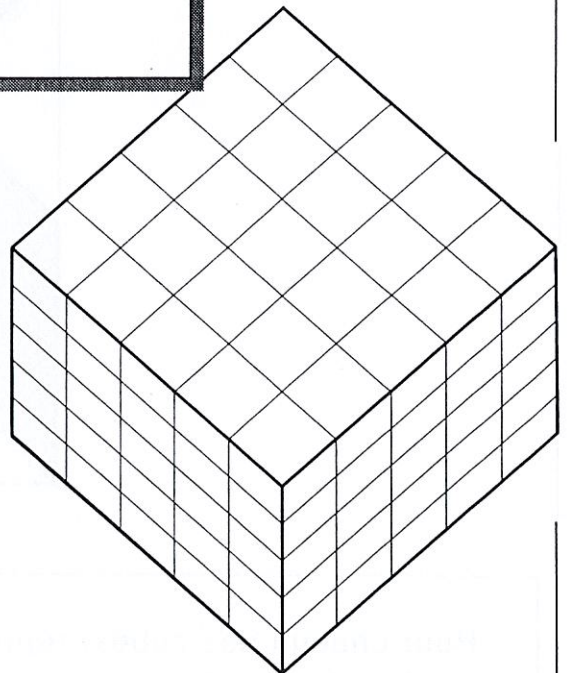
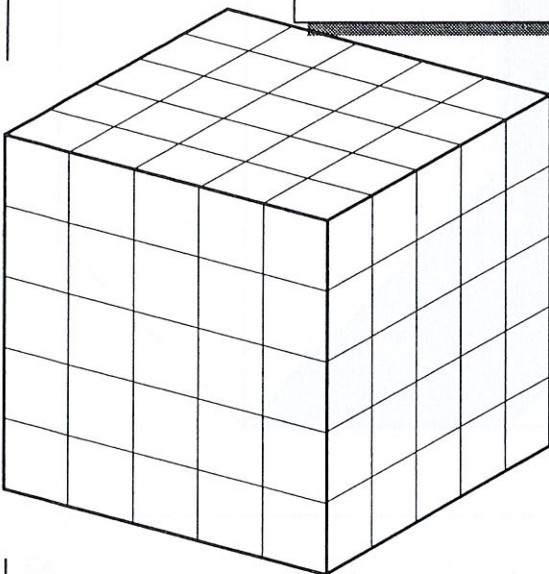
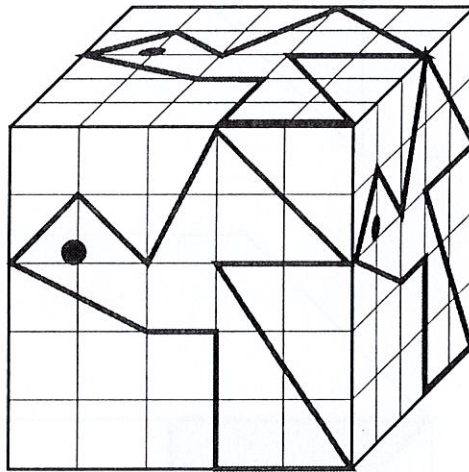
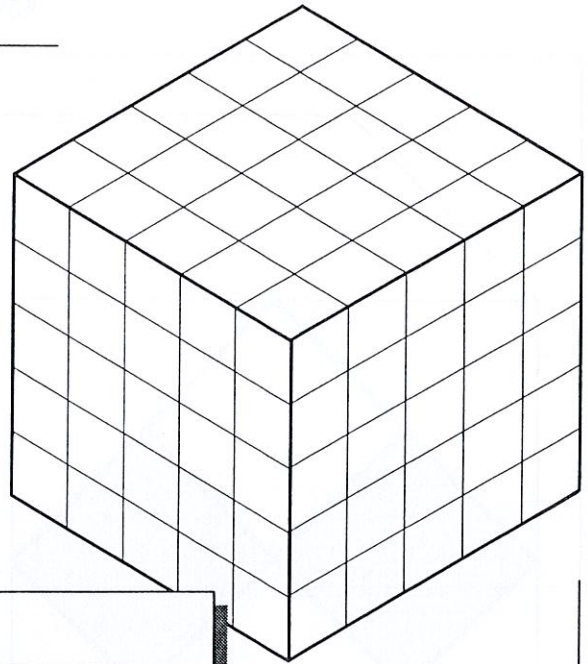
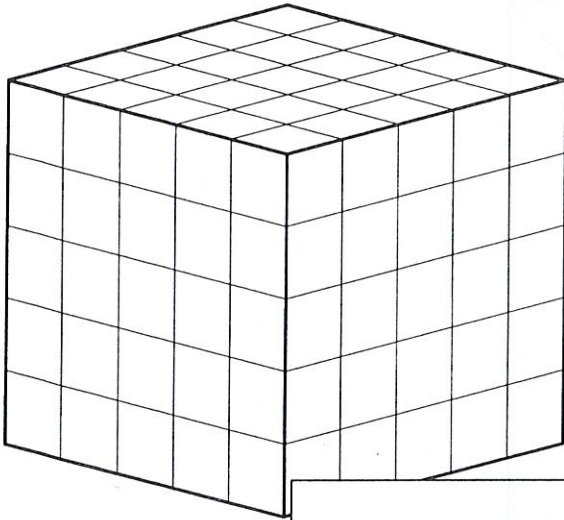
# Cubisme



Pour chacun des cubes, reproduis le dessin de la face avant sur les deux autres faces visibles.

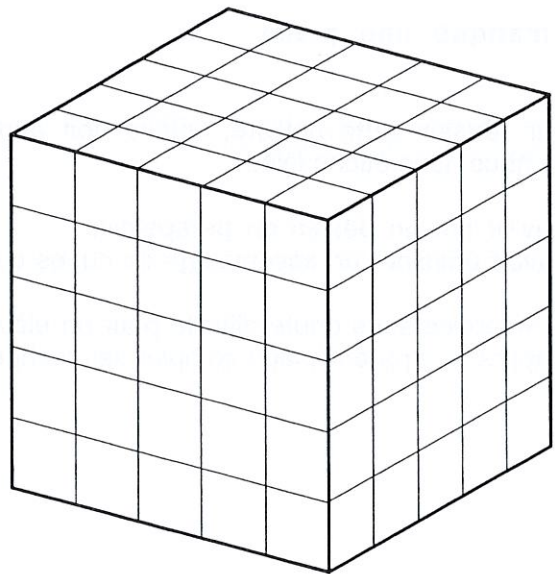
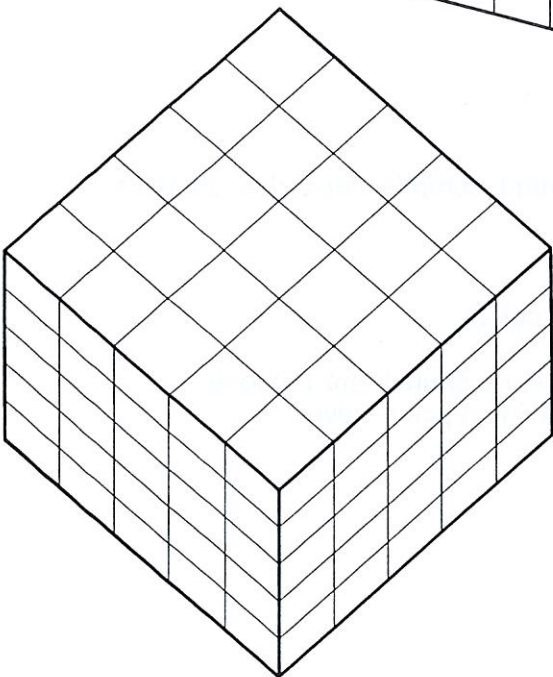
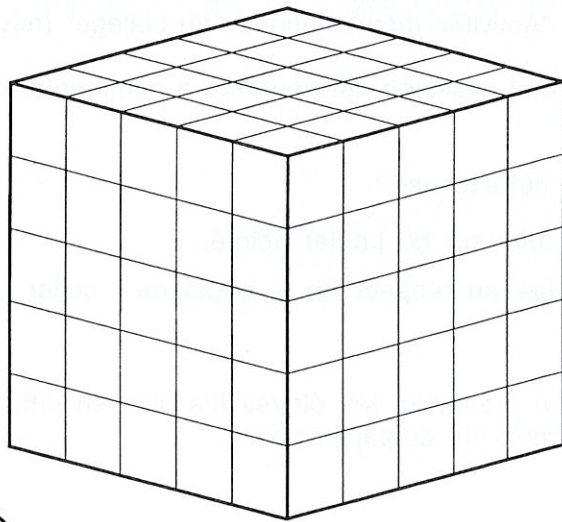
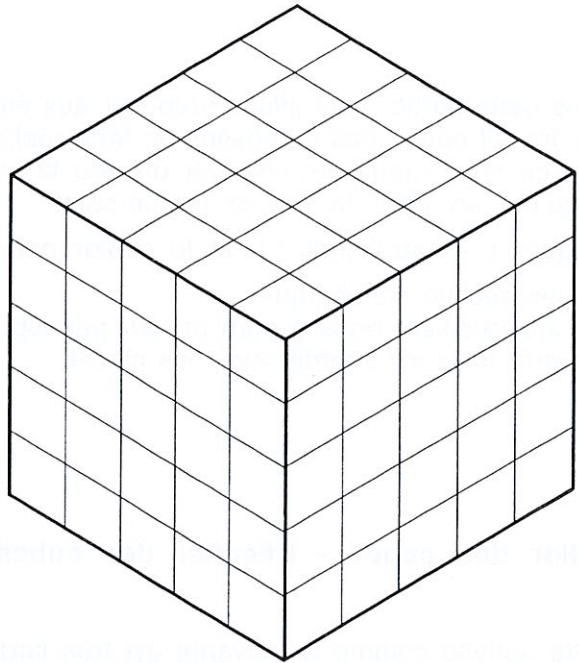
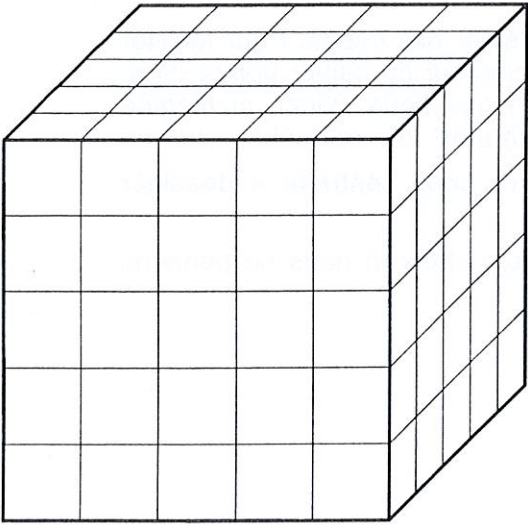


## D'un cube à l'autre



Reproduis le dessin sur les trois faces visibles de chacune des représentations du cube.

# C'EST L'HISTOIRE D'UN CUBE ...



## Dessiner des cubes

Dans cette partie nous allons proposer aux élèves de dessiner des cubes. Pour faciliter leur travail nous nous proposons de faire réaliser ces dessins sur du papier pointé carré. Or ce choix nous fait changer un peu la représentation que nous avons privilégiée jusqu'ici; en effet le papier pointé-carré modifie le rapport de réduction sur les obliques ( $\frac{\sqrt{2}}{2}$  au lieu de  $\frac{1}{2}$ ); et le papier pointé-triangulaire nous contraint à dessiner en perspective isométrique.

Cet inconvénient nous a paru mineur par rapport aux autres choix et nous ne pensons pas qu'il faille s'y attarder avec les élèves.

### Coller des cubes - Décoller des cubes

Cette activité comme la suivante est très largement inspirée d'activités parues dans le numéro hors série de Petit x : "Activités mathématiques au collège" (novembre 1992).

La consigne présentée sous forme dessinée est peut-être à commenter pour qu'elle soit bien comprise de tous.

Deux difficultés s'ajoutent dans cet exercice :

- la représentation proprement dite sur du papier pointé,
- l'effort d'imagination nécessaire au respect de la consigne : coller ou décoller des cubes.

Peut-être faudrait-il habituer, au préalable, les élèves les plus en difficulté à dessiner un puis deux, trois ... cubes accolés sur du papier pointé.

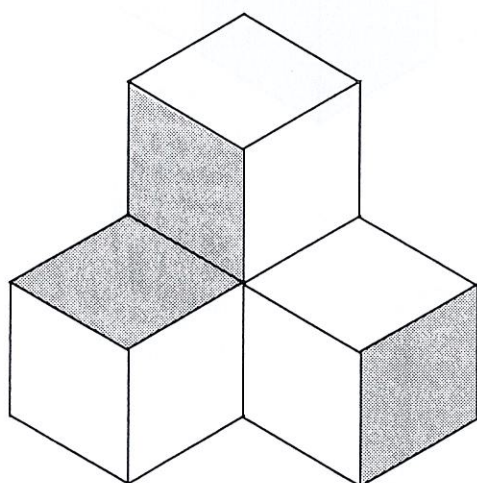
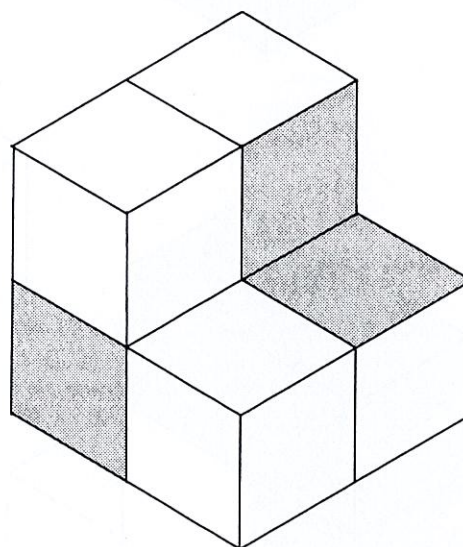
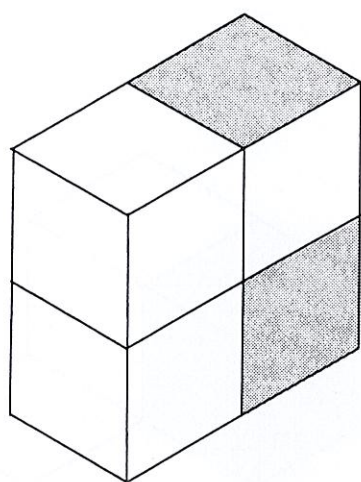
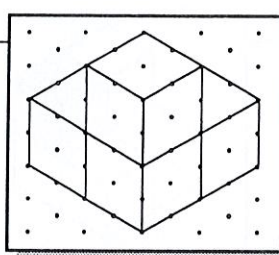
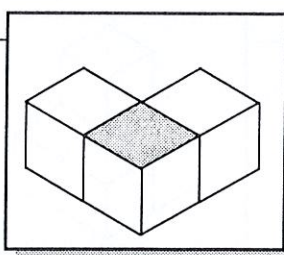
### Il manque une pièce

Pour réussir cette activité, l'élève doit avoir parfaitement compris deux des objectifs que nous nous étions fixés :

- savoir lire un dessin en perspective
- savoir dessiner un assemblage de cubes sur du papier pointé.

Cet exercice sans doute difficile pour un élève de sixième, ne saurait être proposé qu'après un apprentissage complet des techniques du dessin en perspectives.

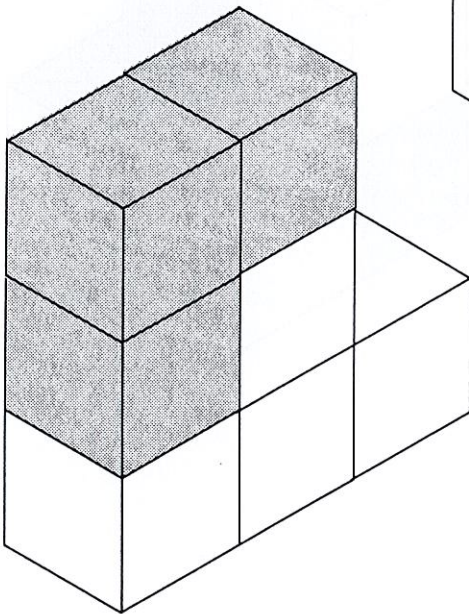
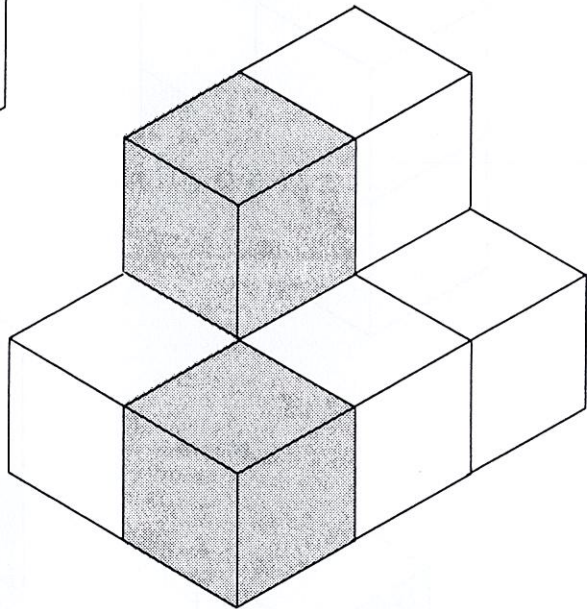
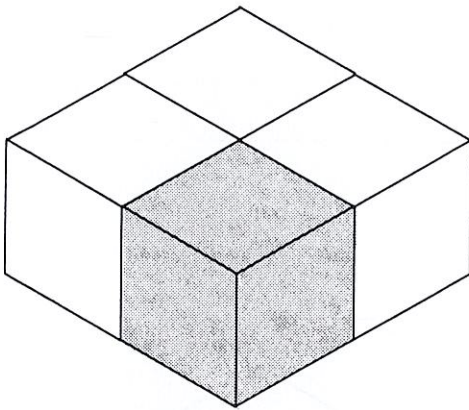
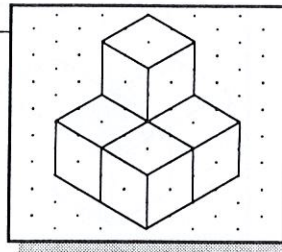
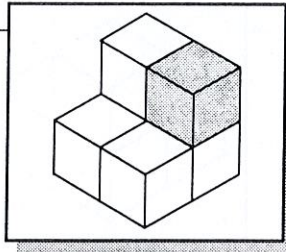
# Coller des cubes



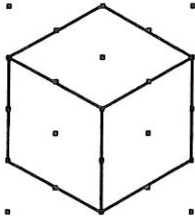
Redessine sur le papier pointé les solides obtenus en ajoutant des cubes selon la consigne indiquée.

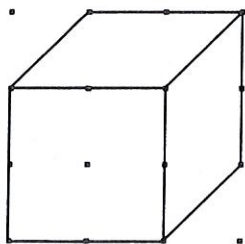


# Décoller des cubes



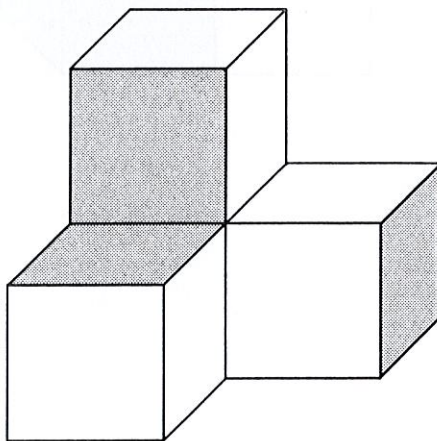
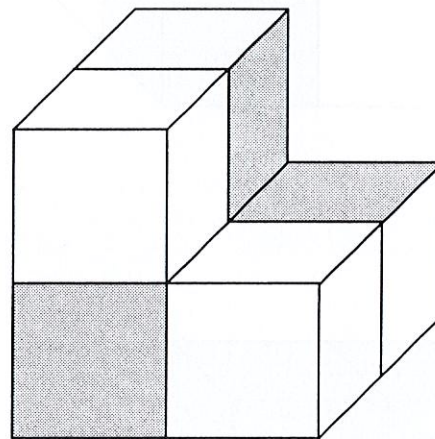
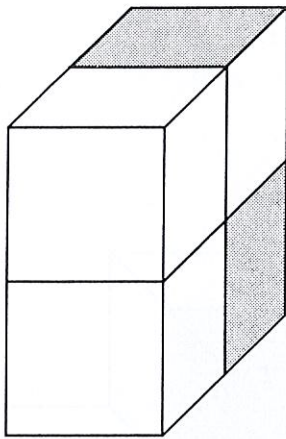
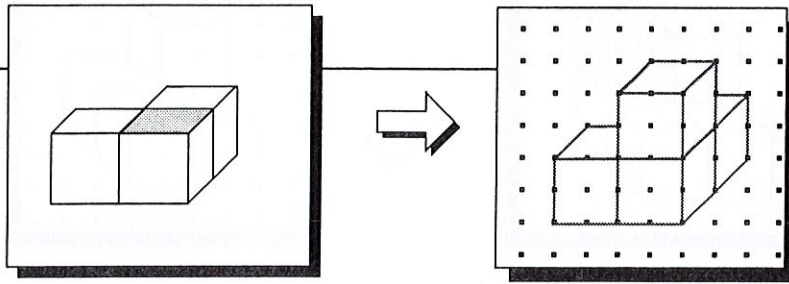
Redessine sur le papier pointé les solides obtenus en enlevant des cubes selon la consigne indiquée.







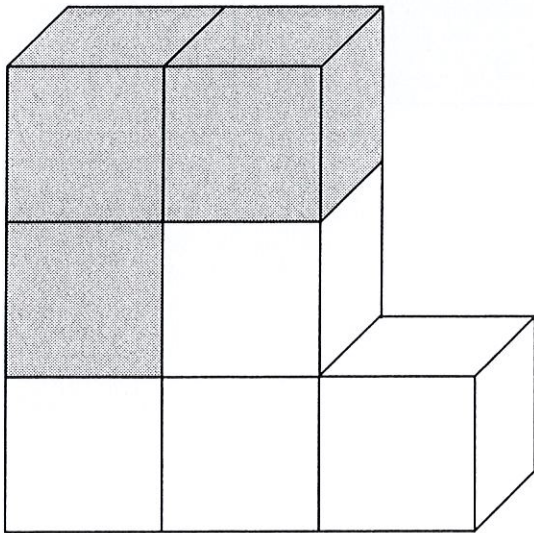
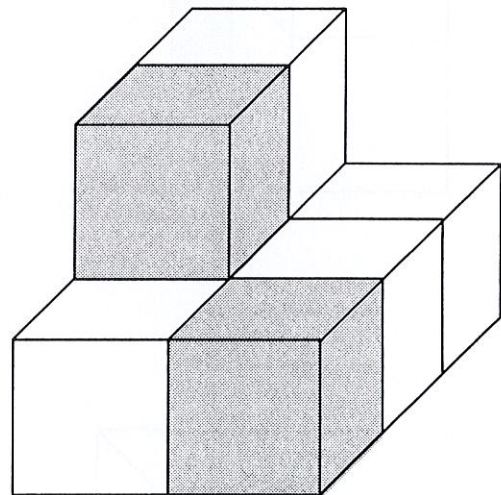
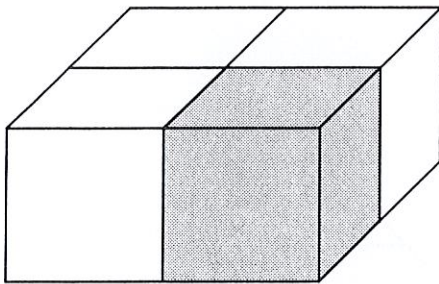
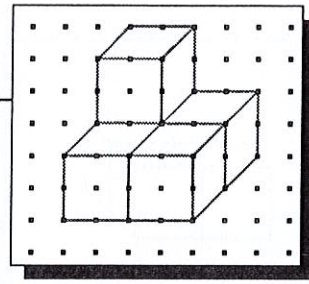
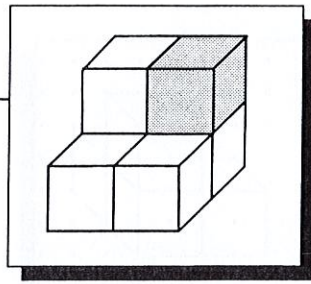
## Coller des cubes



Redessine sur le papier pointé, les solides obtenus en ajoutant des cubes selon la consigne indiquée.

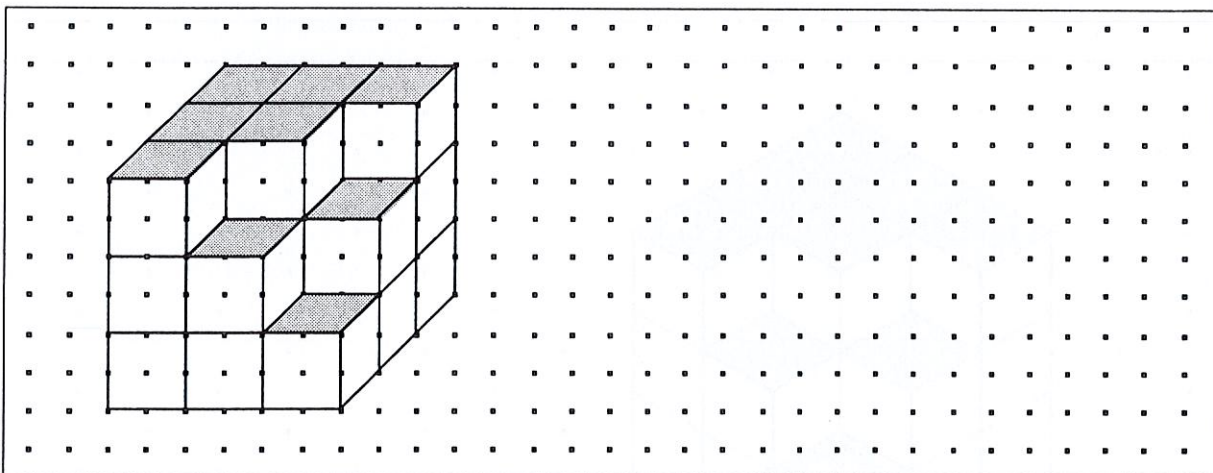
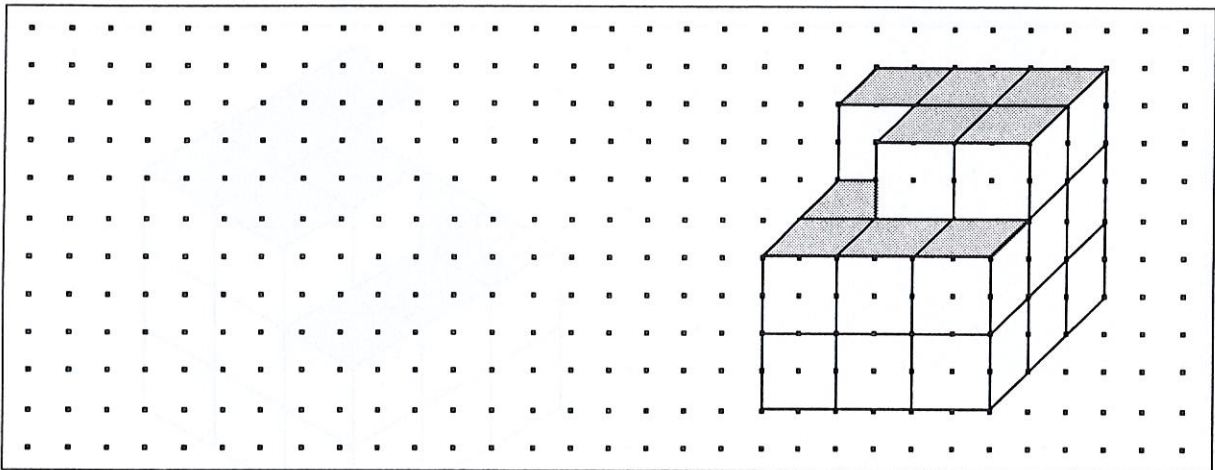
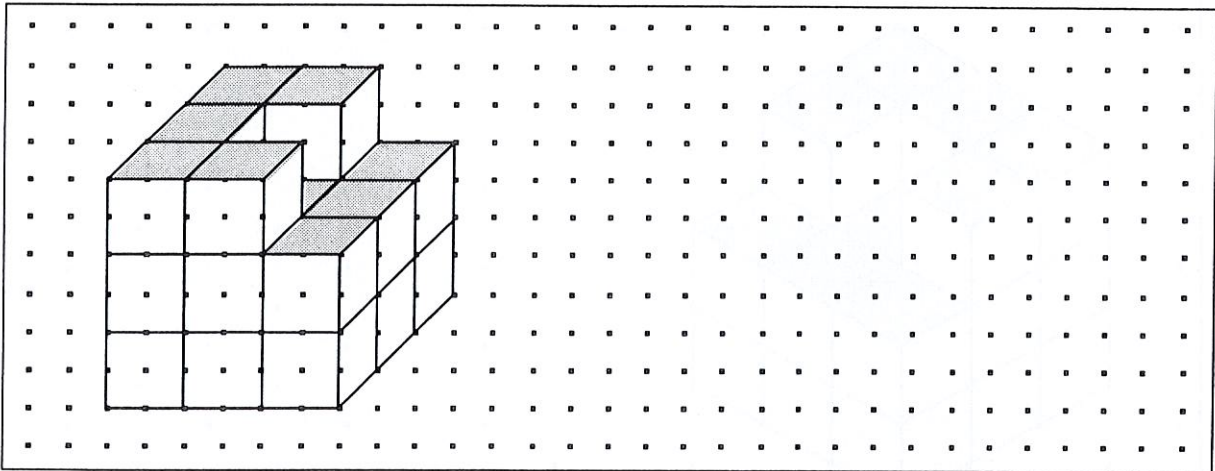


## Décoller des cubes



Redessine sur le papier pointé, les solides obtenus en enlevant des cubes selon la consigne.

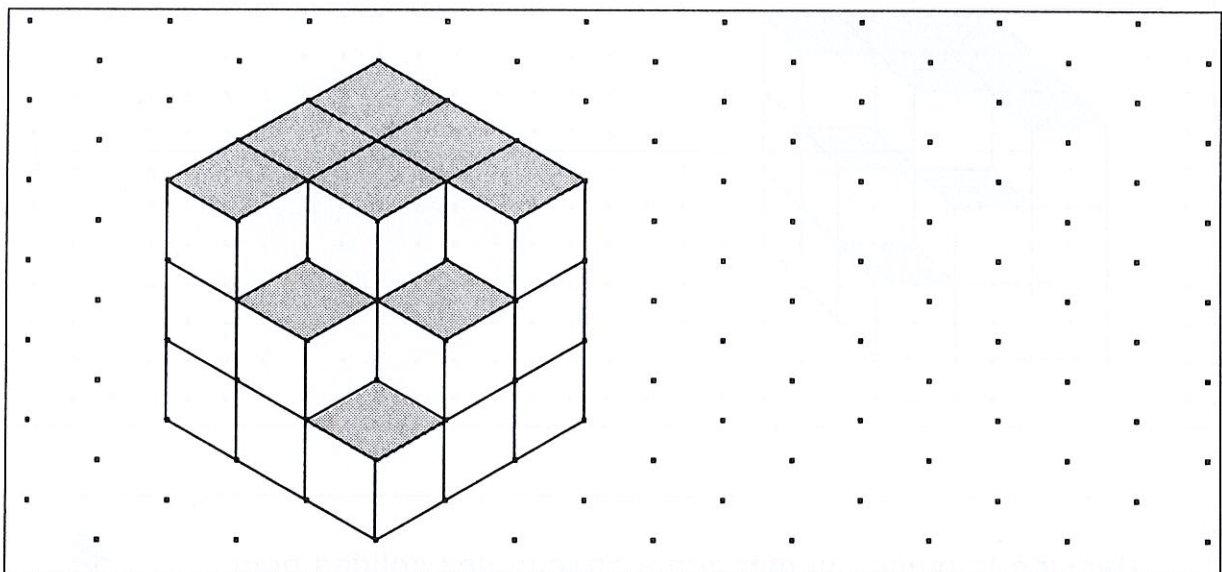
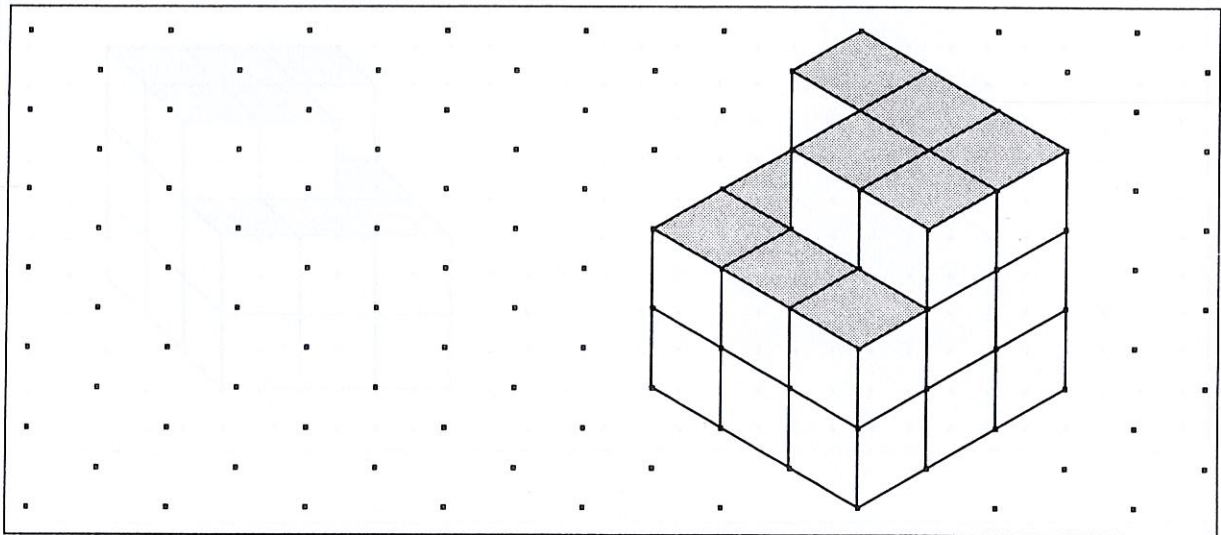
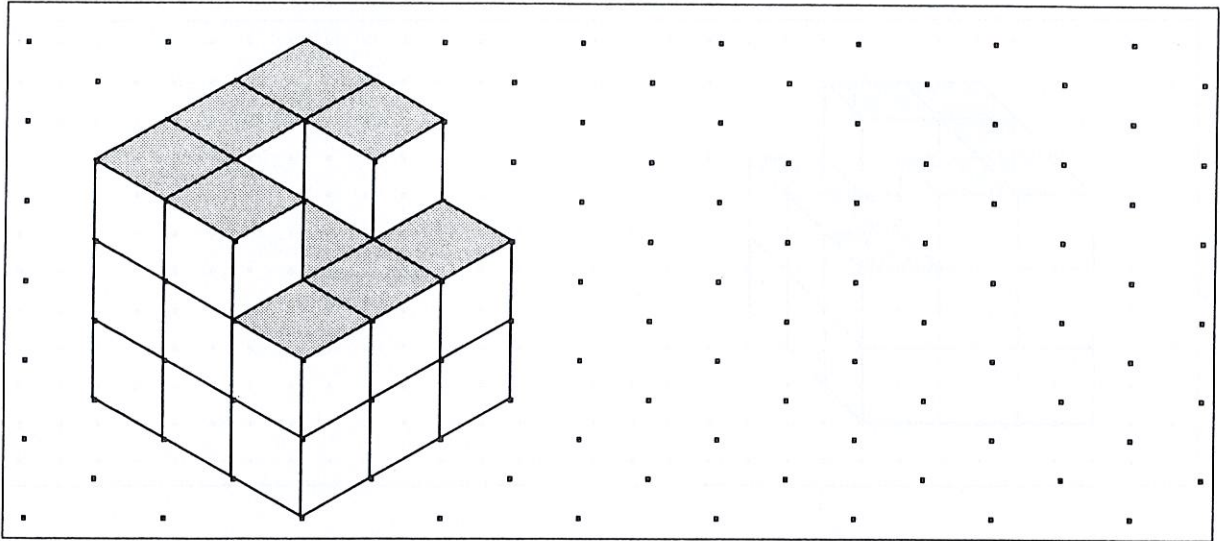
## Il manque une pièce (1)



Dessine la pièce qui manque à chacun des solides pour qu'il devienne un cube.



## Il manque une pièce (2)



Dessine la pièce qui manque à chacun des solides pour qu'il devienne un cube.



Auteurs : Groupe Élémentaire - Collège

Bernard DA COSTA  
Jacques ENGELHARDT

Nicole PANNETIER  
Jean François JAMART

Editeur : IREM Paris-Nord

Date : Avril 1996

Niveau : Collège

Mots clés : Géométrie - Activités géométriques - Collège - Espace - Cube - Reproduire -

Résumé : Ce document se présente sous forme de fiches, supports d'activités élaborées lors de stages programmés par la MAFPEN de Créteil. Il se situe dans le cadre d'une exploration de thèmes géométriques abordés au collège.

---

UNIVERSITÉ PARIS - NORD

IREM

Avenue Jean-Baptiste Clément  
93430 VILLETANEUSE



49 40 36 40

Télécopie: 49 40 36 36