

PROGRESSIVITE D'APPRENTISSAGE  
D'UNE NOTION  
DE L'ECOLE AU LYCEE:

## LES TRANSFORMATIONS



*Fascicule 3: Translation*

IREM PARIS-NORD



UNIVERSITE PARIS 13 - IREM  
PROGRESSIVITE D'APPRENTISSAGE  
D'UNE NOTION DE L'ECOLE AU LYCÉE :

**LES TRANSFORMATIONS**

Fascicule 3 - *Translation*  
98 pages dactylographiées, A4

**3ème édition**

ISBN 2 86240 102 X

Dépôt légal : 1er trimestre 1993





# SOMMAIRE

## AVANT - PROPOS

## CHAPITRE 7

FIGURES TRANSLATEES	1
---------------------	---

## CHAPITRE 8

PROPRIETES DE LA TRANSLATION	27
------------------------------	----

## CHAPITRE 9

VECTEUR DE TRANSLATION	45
------------------------	----

## CHAPITRE 10

OUTIL INFORMATIQUE	79
--------------------	----

## ANNEXES :

Une Macro-Construction <i>Translaté d'un point</i>	94
Une Macro-Construction plus performante	96
Une Macro-Construction <i>Vecteur</i>	97

# **Groupe Élémentaire - Collège**

## **Collège Boileau à Chennevières**

Bernard DA COSTA

Nicole PANNETIER

## **Collège Elsa Triolet à Saint-Denis**

Jacques ENGELHARDT

Jean-François JAMART

Christos MAKRIDAKIS


## **Collège Jean Macé à Fontenay sous Bois**

Anne-Marie DAUMONT

## **Université Paris Nord à Villetaneuse**

Michel BOURBION

UNIVERSITE PARIS NORD  
Institut Galilée - IREM  
Avenue Jean-Baptiste Clément  
93430 VILLETANEUSE

 49 40 36 40  
Télécopie: 49 40 36 36

## AVANT-PROPOS

Cette brochure constitue le troisième fascicule d'une série de publications (\*) portant sur l'enseignement des transformations de l'Ecole au Lycée (classe de seconde). Elle se présente sous forme de fiches qui sont, pour la plupart, des supports d'activités de dessin et de recherche.

Ces fiches sont destinées à être photocopiées par l'enseignant pour les élèves. Elles ont pour ambition de proposer un travail individuel, voire même individualisé. A cette fin, les consignes liées à l'activité ne figurent pas sur la fiche; l'enseignant peut ainsi introduire l'activité au niveau de chaque élève: niveau culturel et mathématique mais aussi niveau linguistique avec le vocabulaire qui lui paraît le mieux adapté. Les élèves peuvent aussi travailler sur des fiches différentes.

Ces activités ne prétendent pas couvrir l'ensemble des programmes de géométrie de l'Ecole et du Collège. En revanche nous les espérons suffisamment riches pour qu'elles débouchent sur d'autres préoccupations (même mathématiques ...).

Toutes les activités proposées ne sont pas nécessaires, d'autres sont peut-être utiles. Chacune ne doit pas être prise comme un "exercice abouti" mais plutôt comme une situation ouverte dans laquelle on peut placer un enfant.

Les rubriques "entre nous" qui accompagnent les fiches contiennent des commentaires, suggèrent des prolongements possibles, apportent des indications et reflètent parfois nos interrogations.

Toutes ces fiches résultent d'activités qui ont été proposées à des élèves d'Ecole Élémentaire et/ou de Collège. A partir des difficultés rencontrées, des remarques faites ici ou là, certaines ont du être modifiées, d'autres supprimées.

Les auteurs.

---

(\*) Fascicules parus: (1) Pour commencer, (2) Symétrie orthogonale, (4) Rotation  
Fascicules à paraître: (5) Problèmes.

## LES TRANSFORMATIONS DE L'ELEMENTAIRE A LA SECONDE

Jusqu'en troisième, l'activité géométrique, à travers les transformations, est essentiellement tournée vers des réalisations de dessins, des constructions de figures, l'usage des instruments de mesure et de dessin.

Symétrie orthogonale, symétrie centrale, translation et rotation ne deviendront des outils effectifs de démonstration qu'à partir de la classe de Seconde.

En Collège, à fortiori à l'Ecole élémentaire, les transformations n'ont à *aucun moment, à être présentées comme applications du plan dans lui-même* (Instructions Officielles).

Les transformations y apparaissent finalement sous la forme:

- de leur action sur une figure;
- de la présence d'un axe de symétrie, d'un centre de symétrie ou d'invariants (selon la transformation considérée).

L'accent est donc mis sur la perception globale de la figure et de sa transformée. Ultérieurement, une observation plus fine (à la loupe) fera apparaître l'aspect ponctuel (correspondance de points privilégiés). Par un juste retour des choses, la construction des transformés de quelques points privilégiés, suffira à tracer la figure transformée dans sa globalité.

Cette approche globale des figures ne devrait cependant pas interdire l'introduction de transformations dites déformantes telles que symétrie oblique, projection, affinité,... et qui ne peuvent être présentées que comme applications ponctuelles du plan dans lui-même.

Ne serait-ce que pour justifier l'emploi du mot *transformation*, la présentation des transformations déformantes nous paraît nécessaire car, tout à fait entre nous, il faut bien reconnaître que les transformations de l'Ecole au Lycée, n'ont pas un grand pouvoir transformant.

# CHAPITRE 7

## FIGURES TRANSLATEES

En nous plaçant dans l'esprit des nouveaux programmes de mathématiques des Ecoles et Collèges, nous allons privilégier l'aspect global de la translation plane au détriment de la perception mathématique : "transformation ponctuelle du plan dans lui-même".

Les activités proposées dans ce chapitre ont pour objectif de mettre en évidence les spécificités de la translation :

- en traçant une figure tradatée à l'aide du papier calque nous nous plaçons d'emblée dans le domaine des figures superposables,
- lorsque le papier calque est utilisé pour vérifier la superposabilité des figures, il n'est pas nécessaire de retourner la feuille contrairement à la symétrie orthogonale,
- l'idée de glissement est associée au transfert physique d'une figure. A partir de ce déplacement, caractérisé par une direction et une amplitude, une porte est ouverte sur la notion de vecteur.

Figures tradatées :

- . Sur papier calque
- . Sur papier maillé
- . Sur papier pointé
- . Sur papier ligné
- . Sur papier uni

## FIGURES TRANSLATEES

### SUR PAPIER CALQUE

#### *Outils*

Règle et feuilles de papier calque.

#### *Consigne*

En utilisant la méthode présentée sur la page ci-contre, compléter chacun des dessins proposés.

**Entre nous**

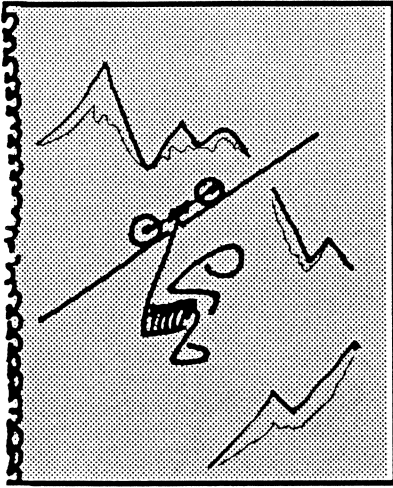
Le risque encouru, en proposant un début de figure, est de voir l'élève ne pas penser (ne pas visualiser) en terme de glissement du papier calque, mais en un transport quelconque permettant d'obtenir une superposition des parties qui se correspondent. Pour cette raison il faudra être vigilant lors de la manipulation effectuée par l'élève et au besoin lui faire dire le long de quelle droite a lieu le glissement.

Ne pas donner un début de figure présente un risque tout aussi grand; en effet si l'enfant peut positionner son motif n'importe où le long de la droite donnant la direction de la translation, on minimise alors un des paramètres de la translation : la longueur de ce glissement (la norme du vecteur de la translation).

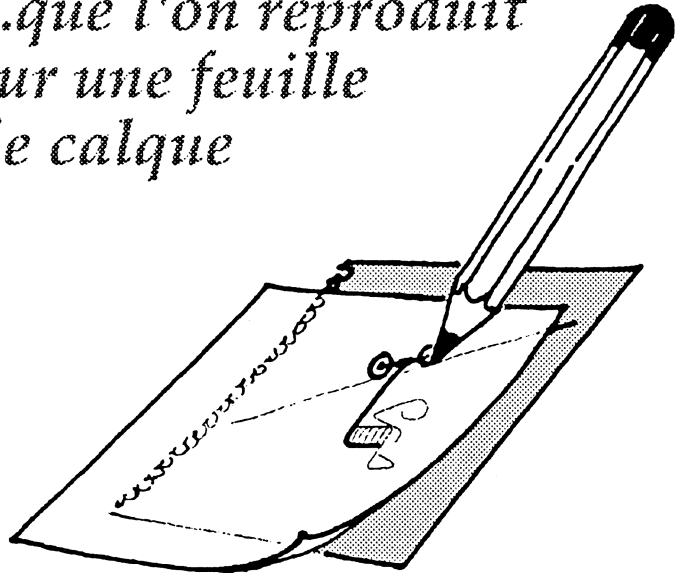
Ce qui importe dans cette activité est le résultat obtenu : des figures translattées l'une de l'autre. Le sens de la translation (opposé au sens de déplacement du calque) n'est pas ici à souligner.

Le document présenté peut ne pas être suffisamment explicite, il pourra donc être accompagné d'une présentation orale voire d'une réalisation concrète sur un exemple (peut-être à l'aide d'un rétroprojecteur).

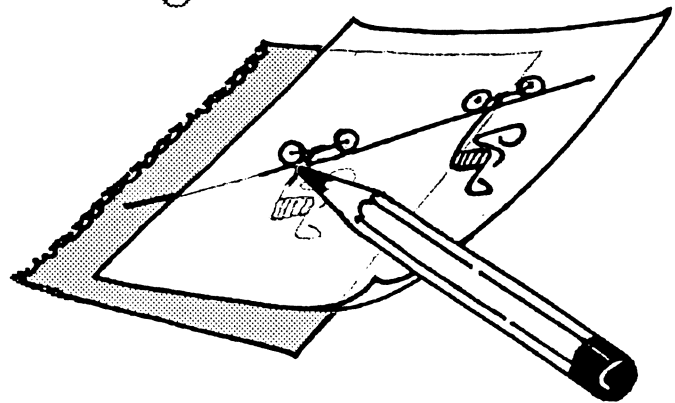
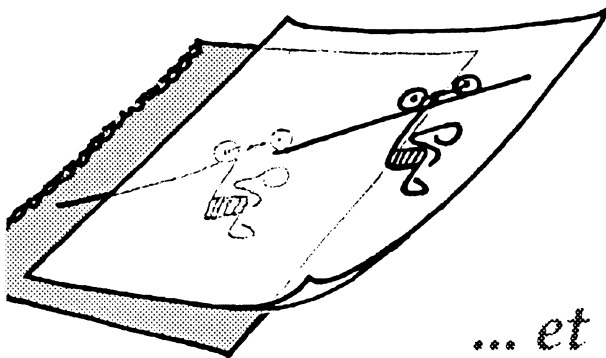
*Un motif ...*



*...que l'on reproduit sur une feuille de calque*

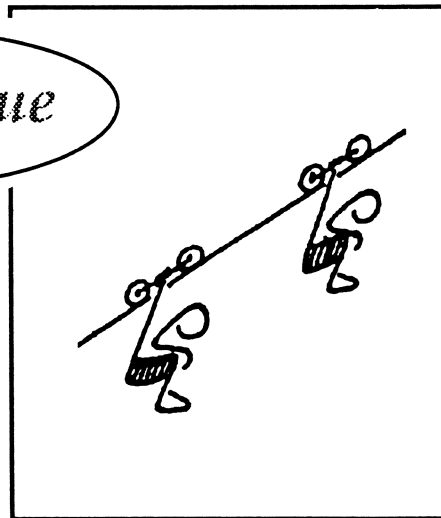


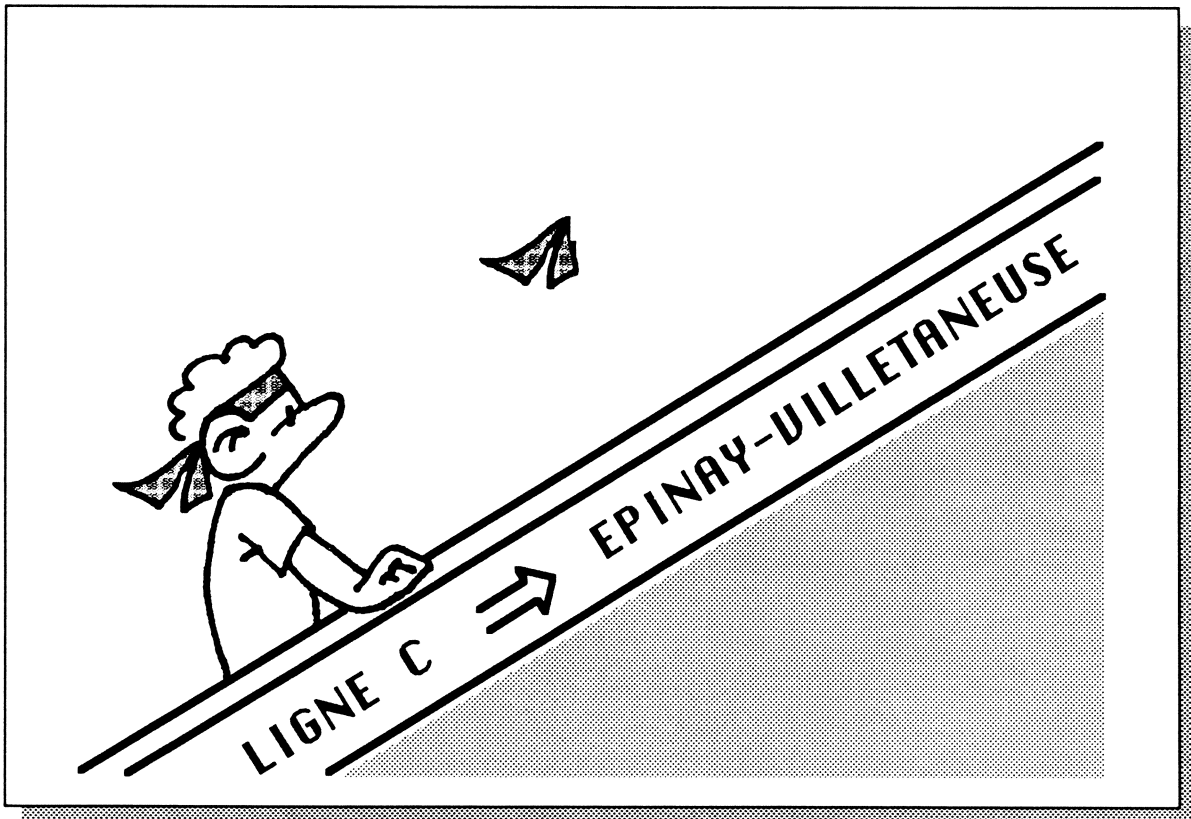
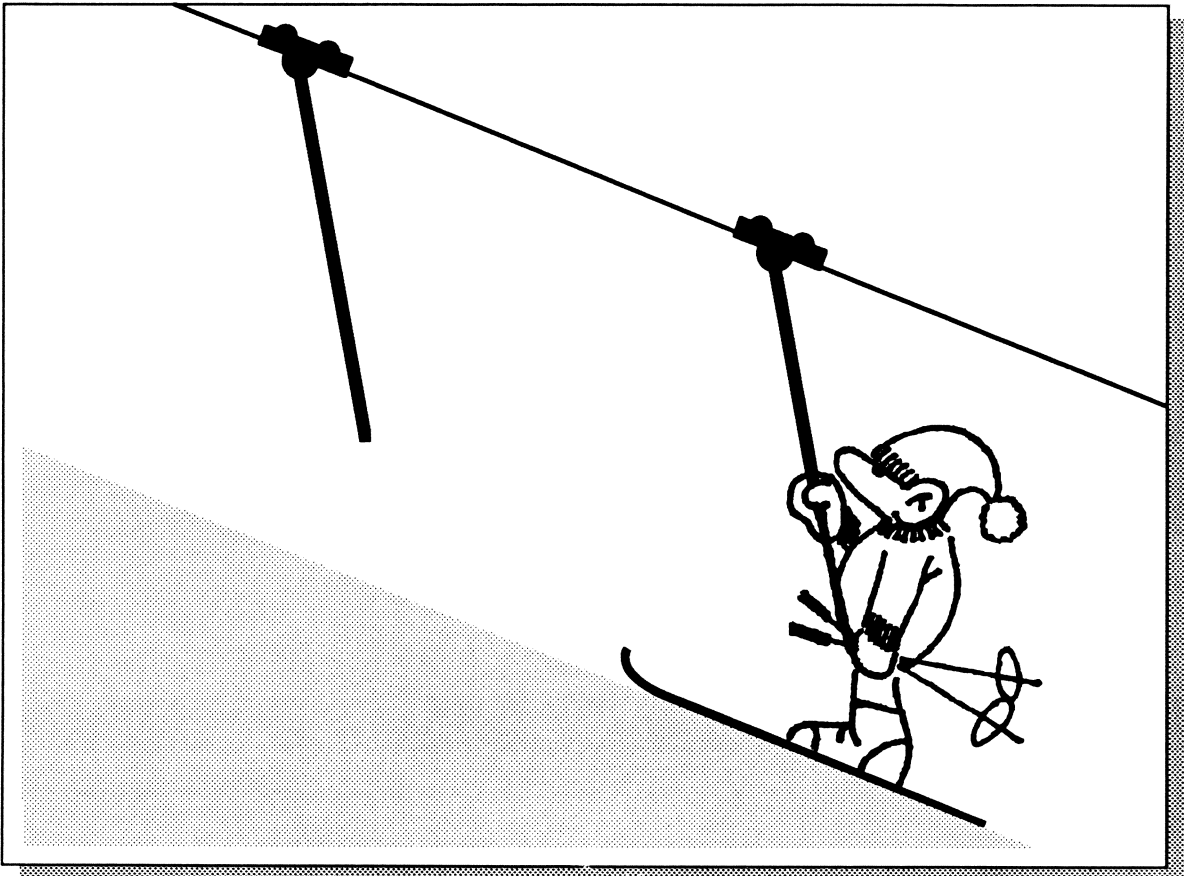
*On fait glisser le calque le long d'une droite ...*



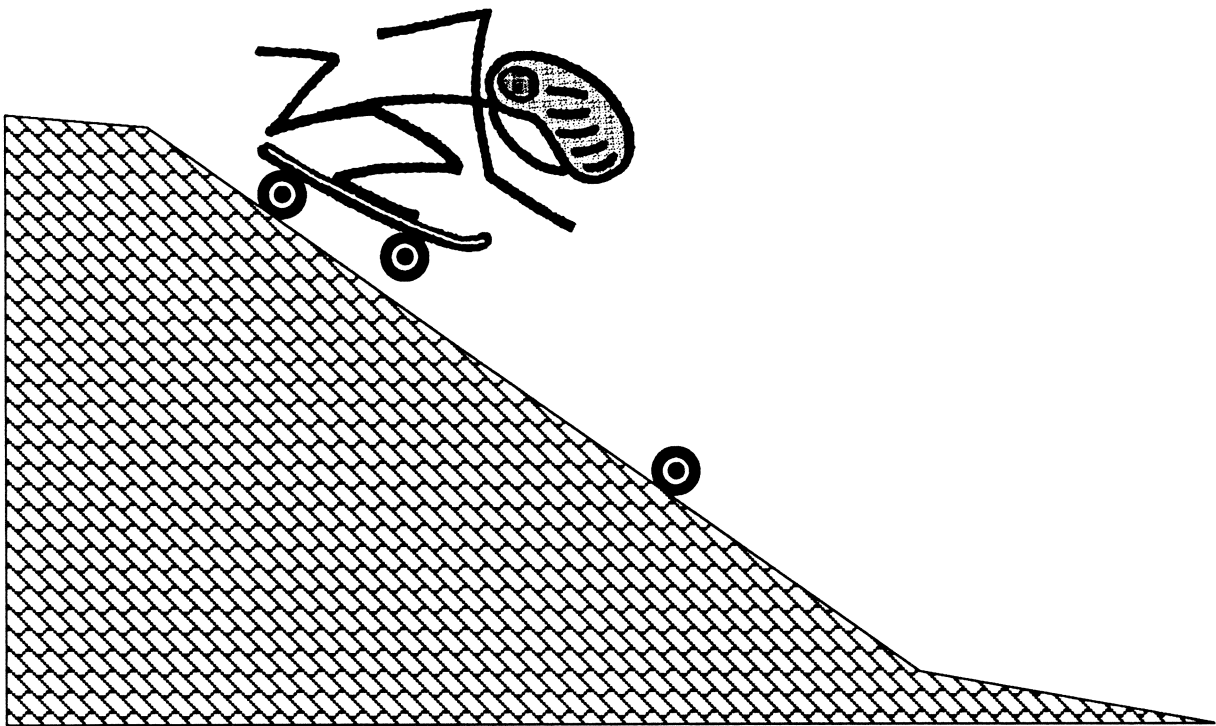
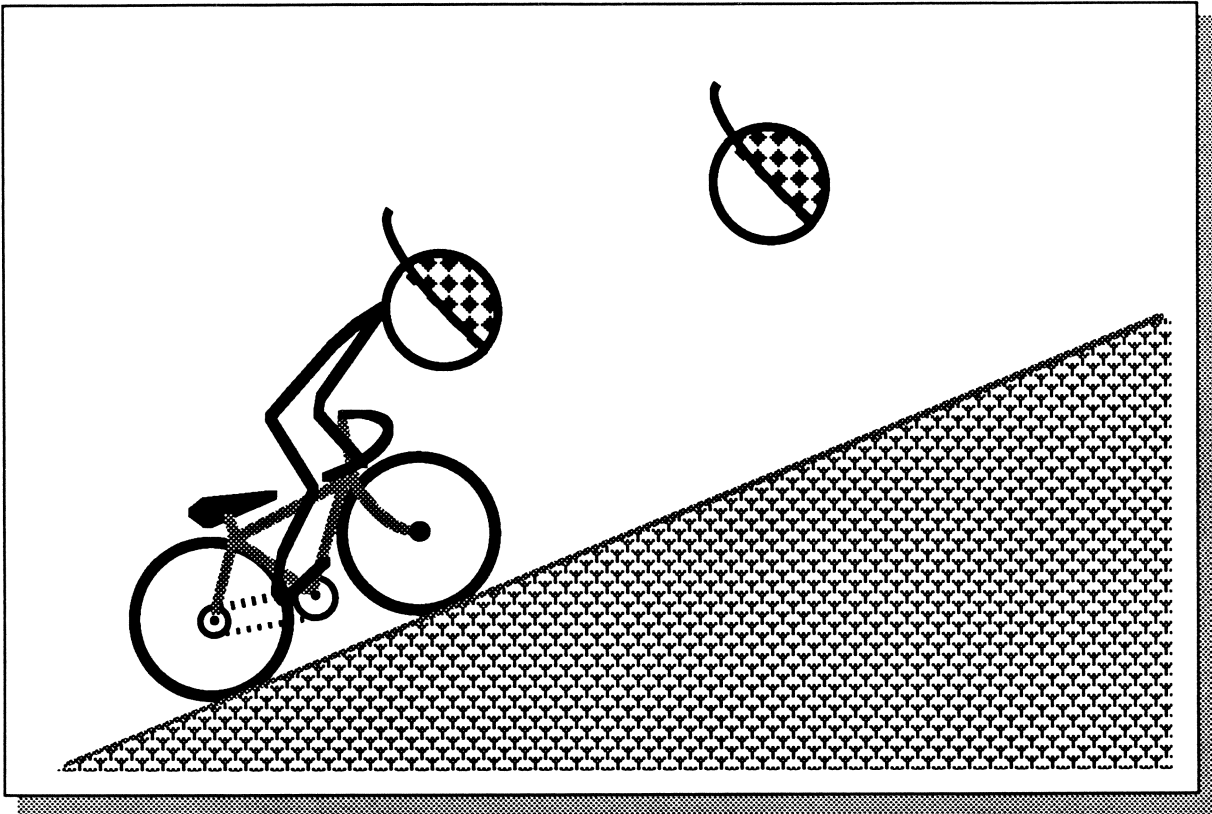
*... et on redessine le motif*

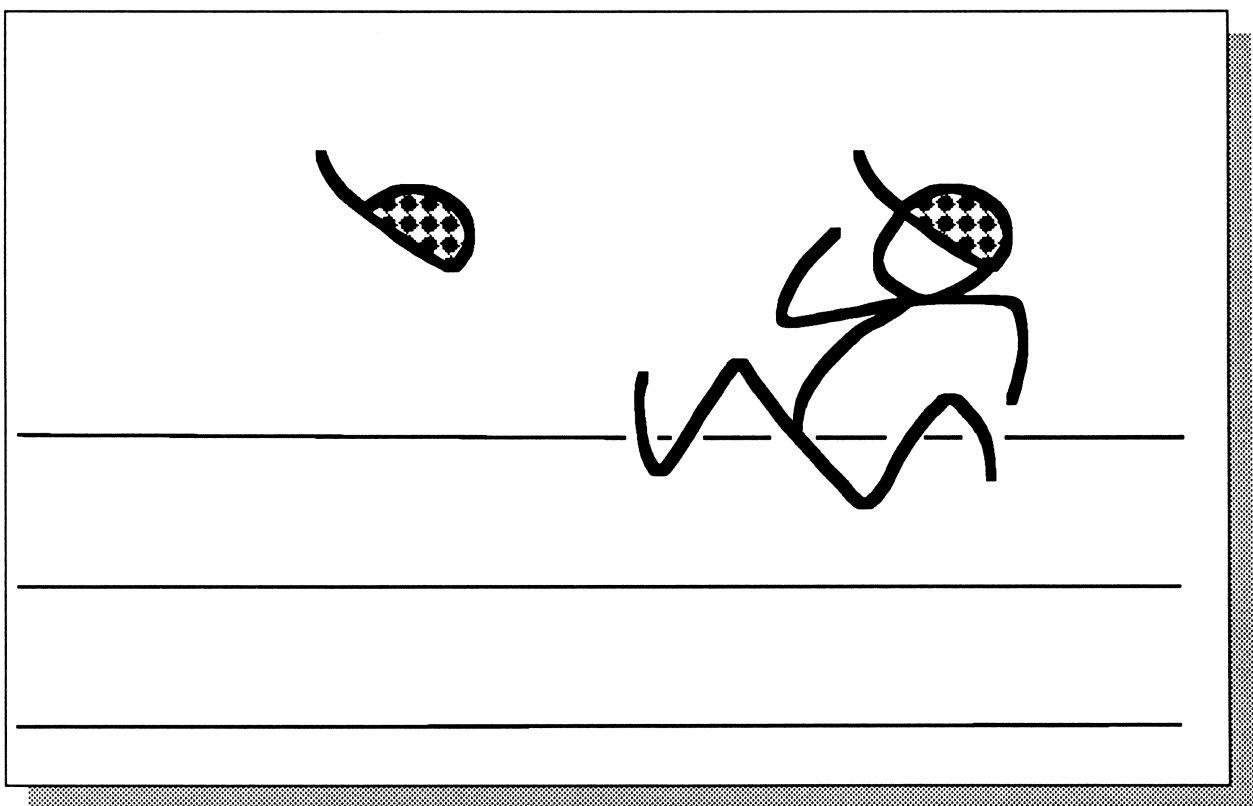
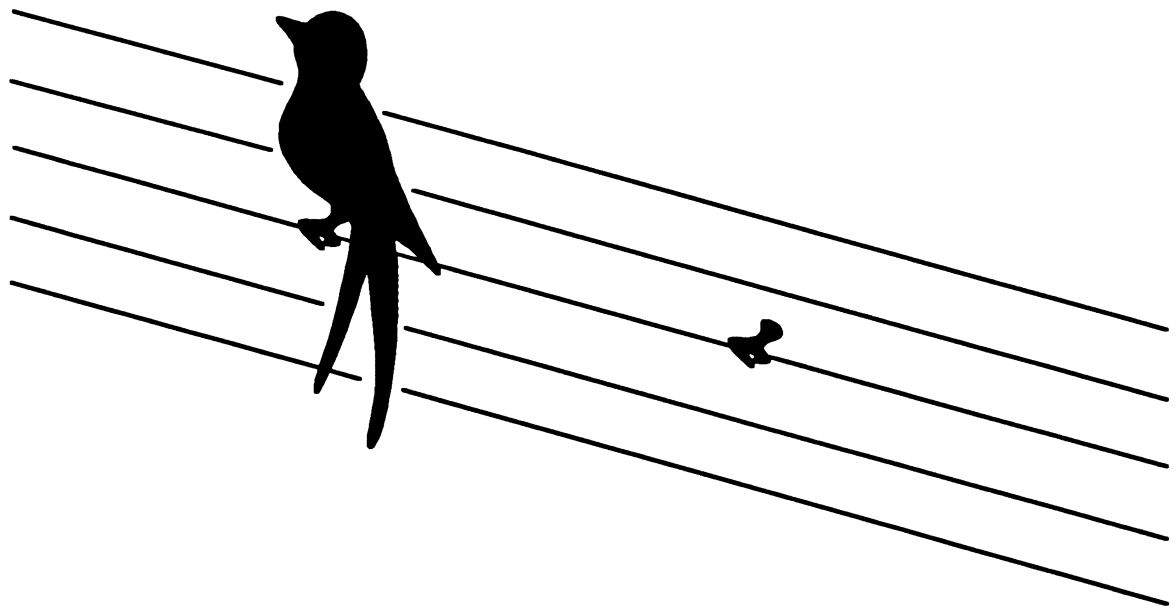
*Sur la feuille de calque on obtient ça ...*











## FIGURES TRANSLATEES

### SUR PAPIER MAILLE

#### *Outils*

Règle et feuilles de papier calque.

#### *Consigne*

Pour chacune des figures proposées, compléter la figure translaturée.

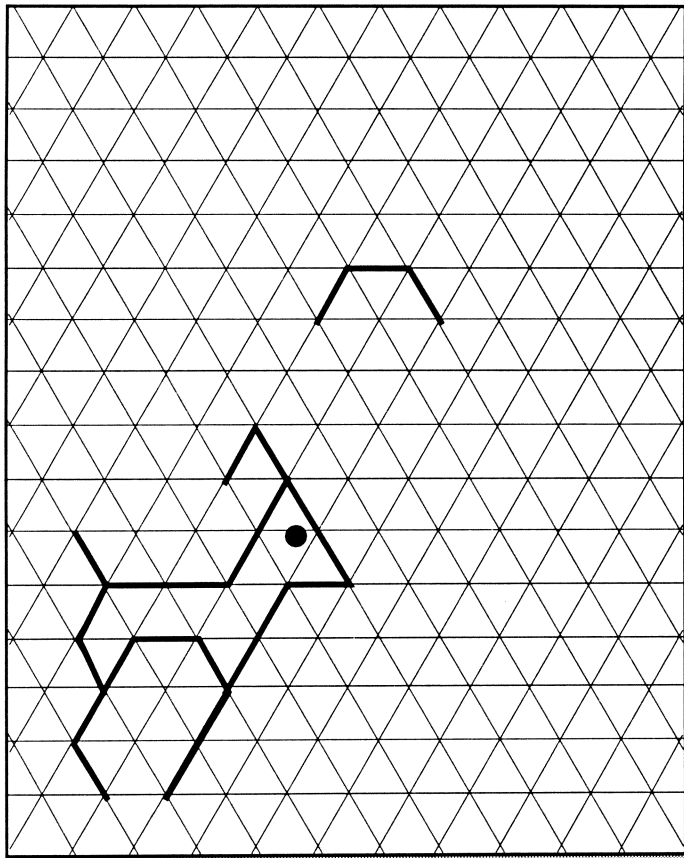
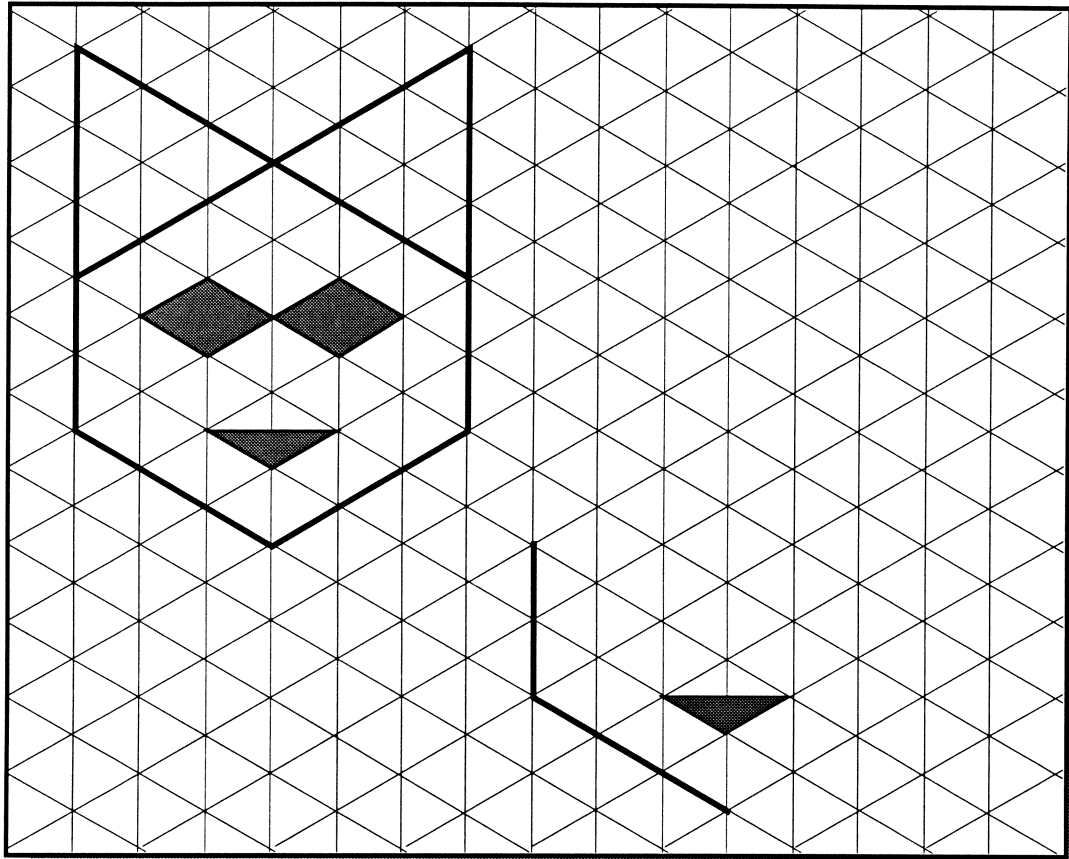
**Entre nous**

Pour ces activités le papier calque sera utilisé comme instrument :

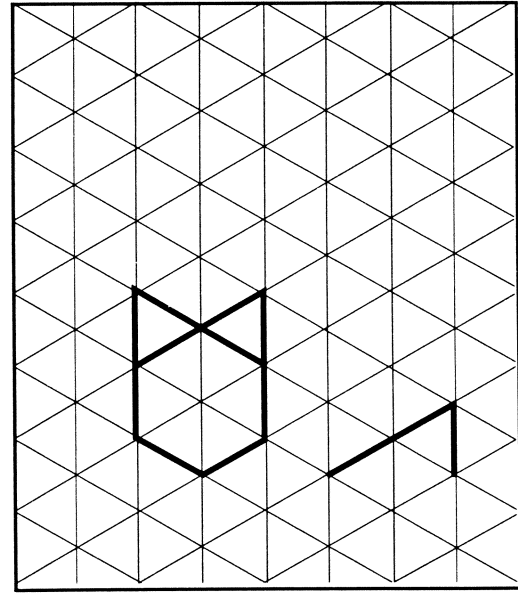
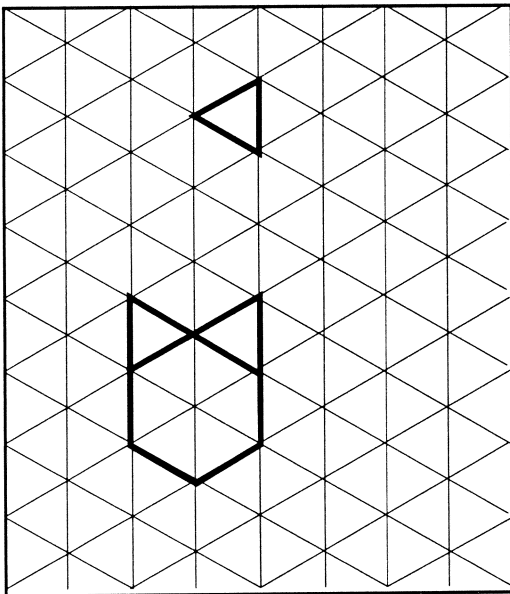
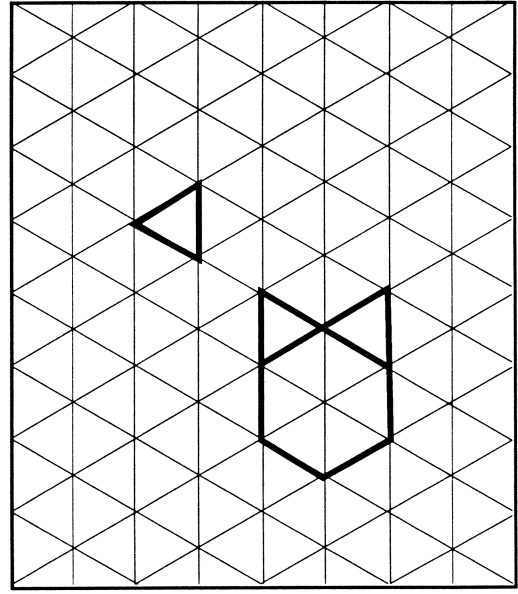
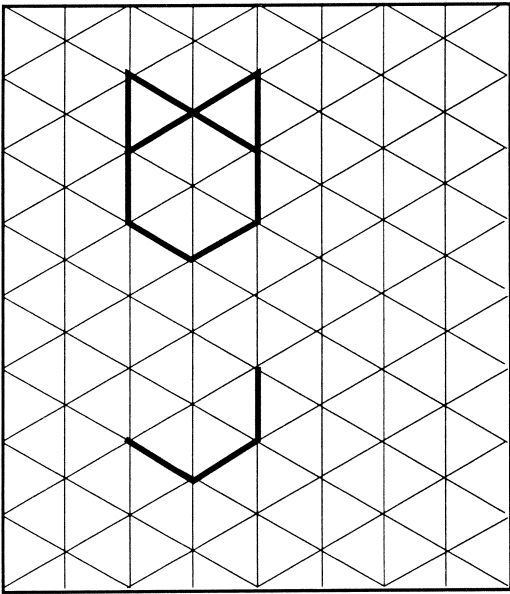
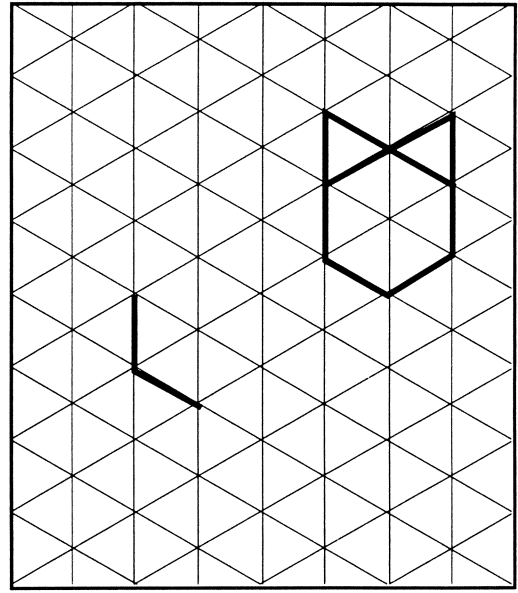
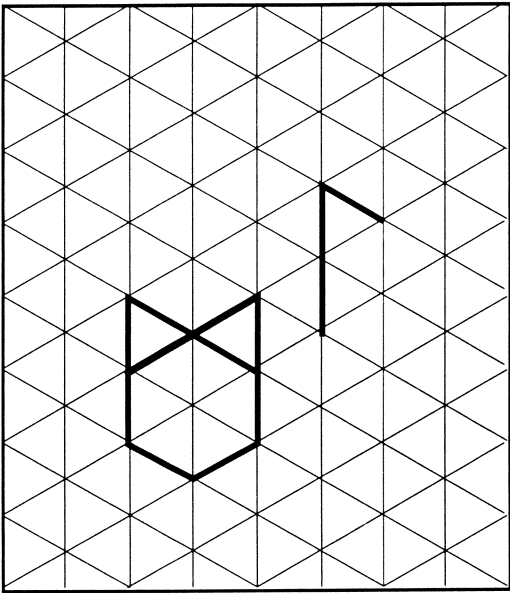
- de vérification de la superposabilité des deux figures
- de mise en évidence du glissement effectué en traçant sur le calque une droite le long de laquelle a lieu ce déplacement.

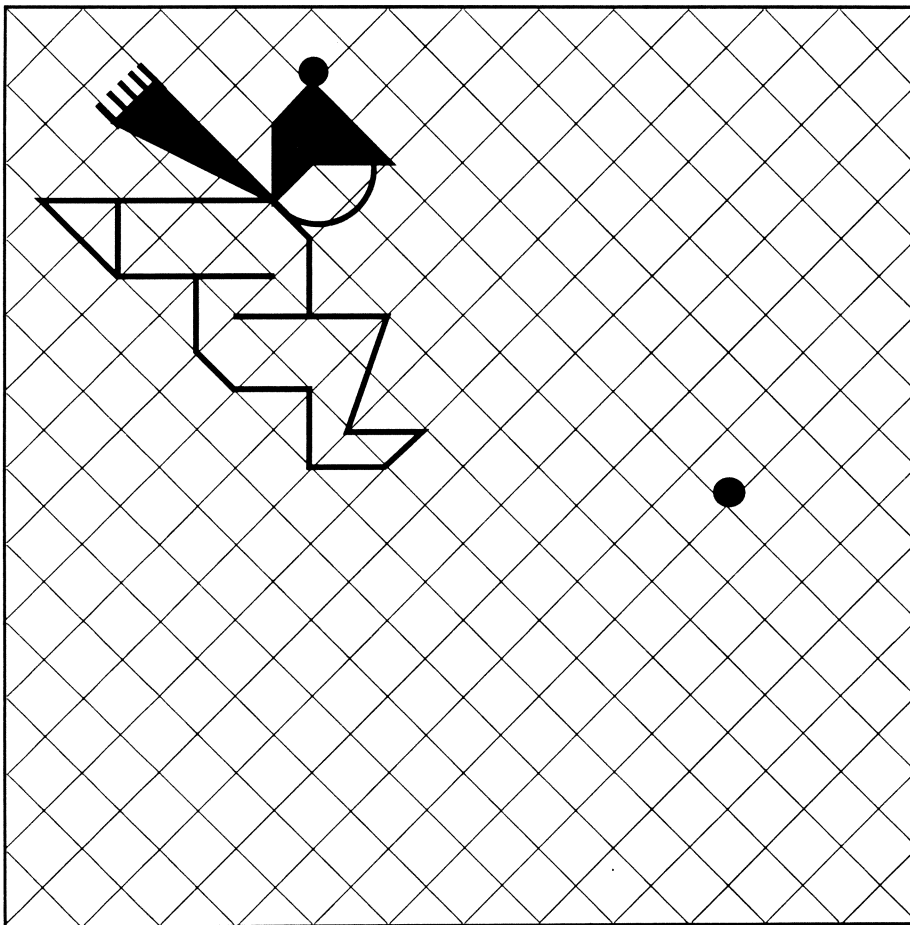
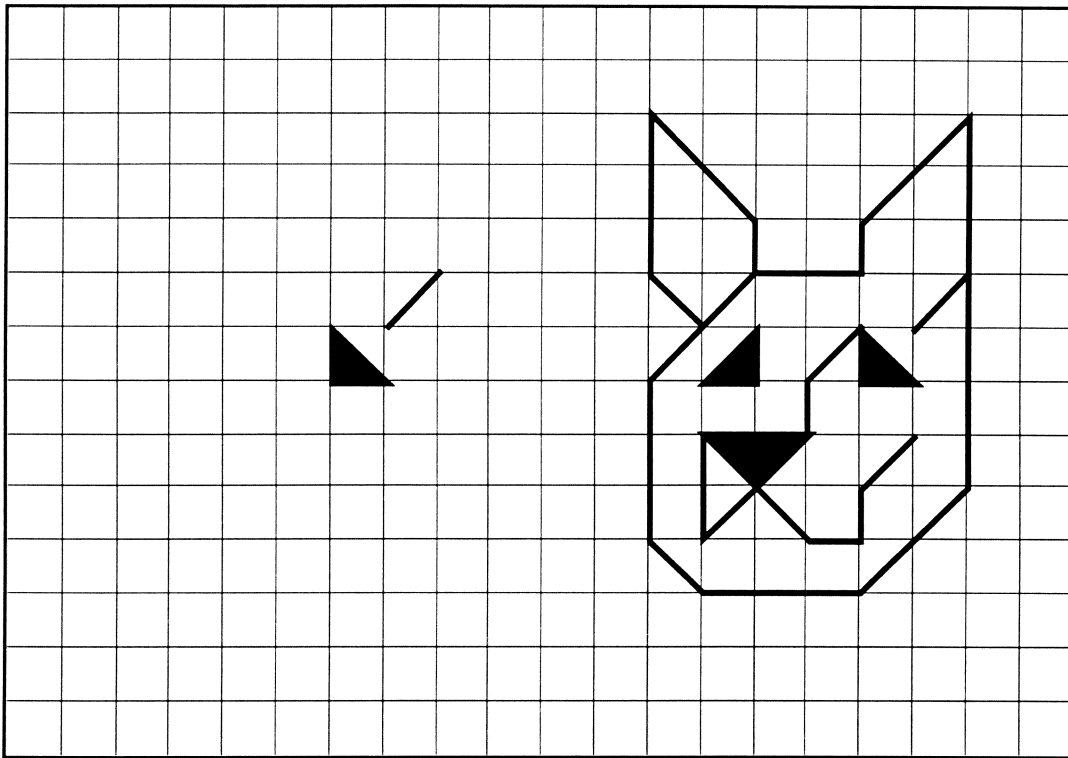
L'usage du papier maillé (mailles carrées ou triangulaires) doit permettre à l'élève de concentrer son attention sur la direction du déplacement; le report des longueurs étant simplifié par la présence des mailles.

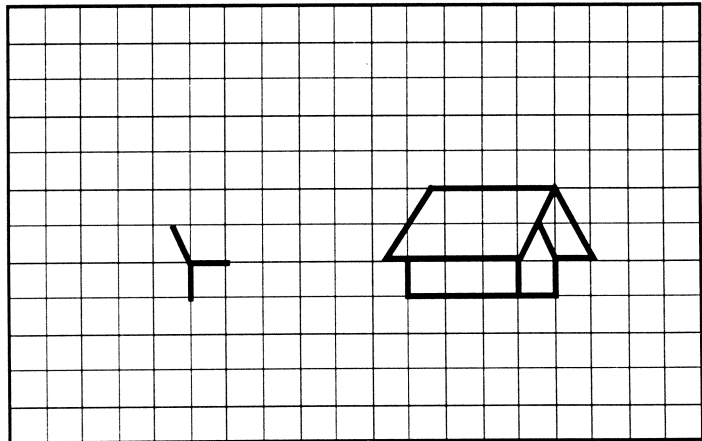
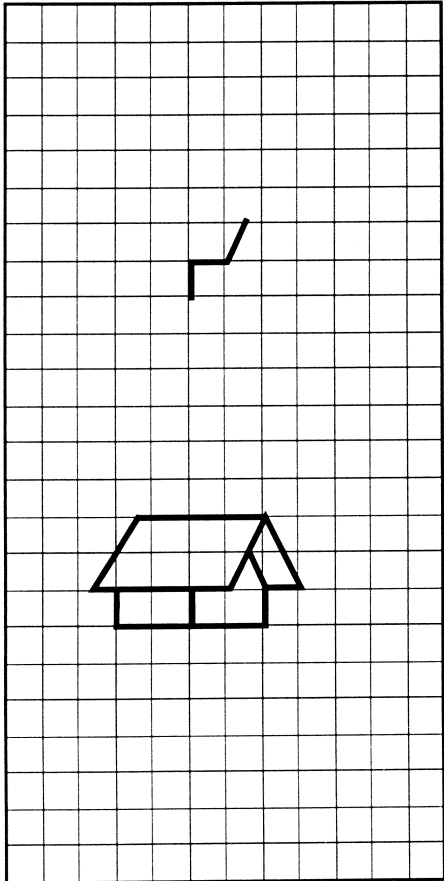
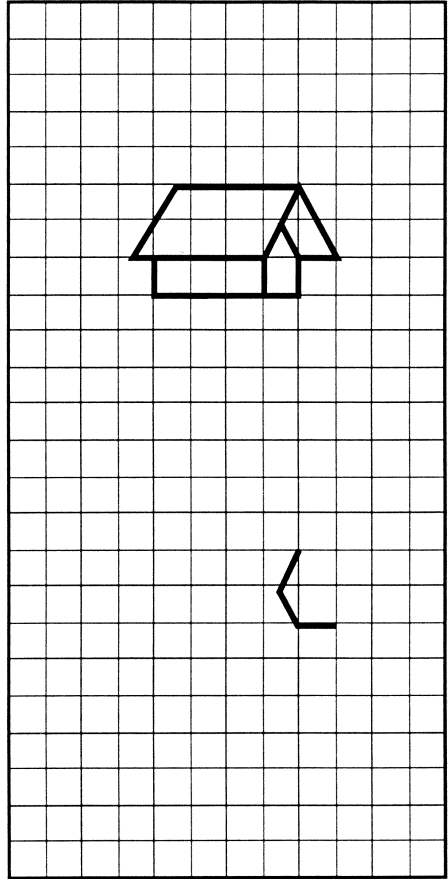
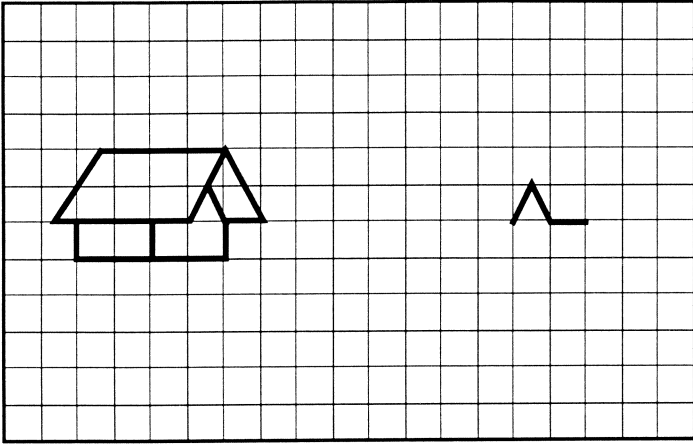
Nous n'avons pas utilisé de papier à mailles hexagonales car il ne simplifie pas la visualisation de la direction de translation (la droite le long duquel a lieu le glissement est toujours "interrompue" par un hexagone).

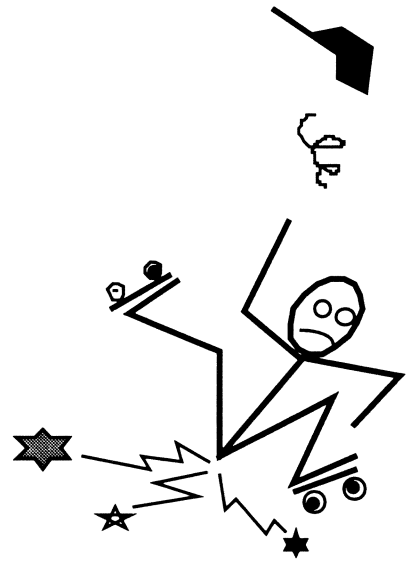
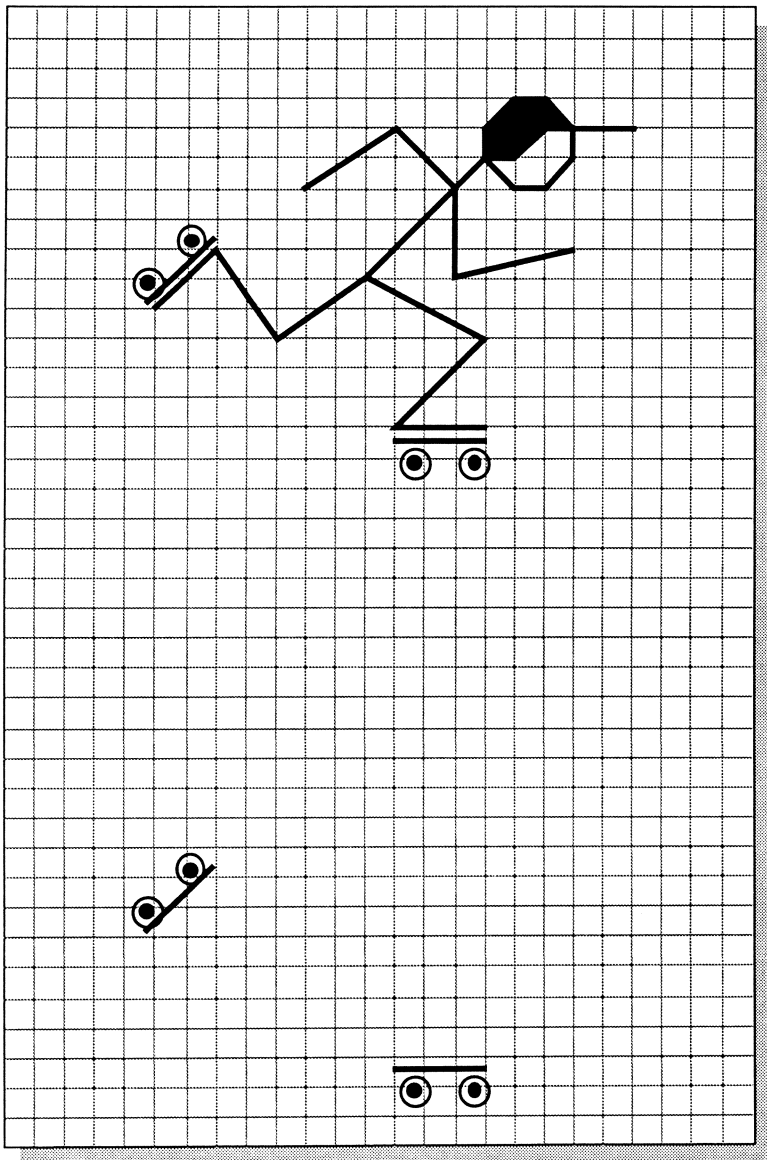
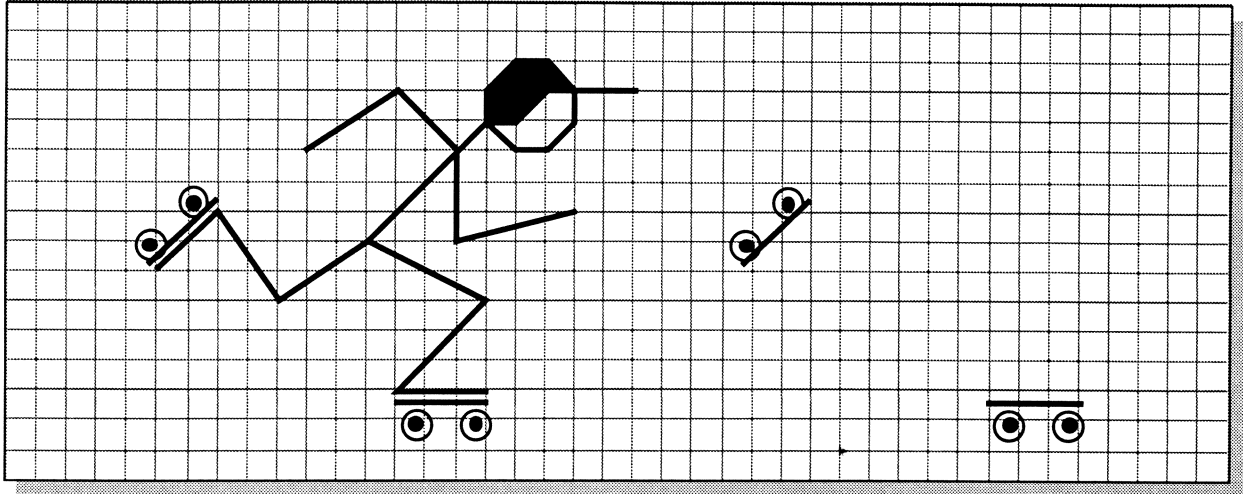


8 - Figures translattées











## FIGURES TRANSLATEES

### SUR PAPIER POINTE

#### *Outils*

Règle et feuilles de papier calque.

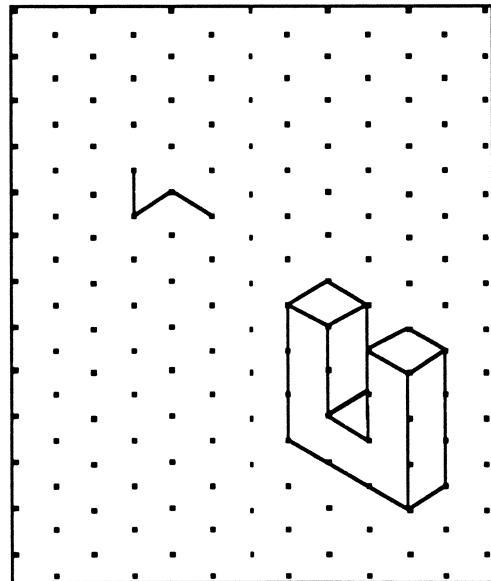
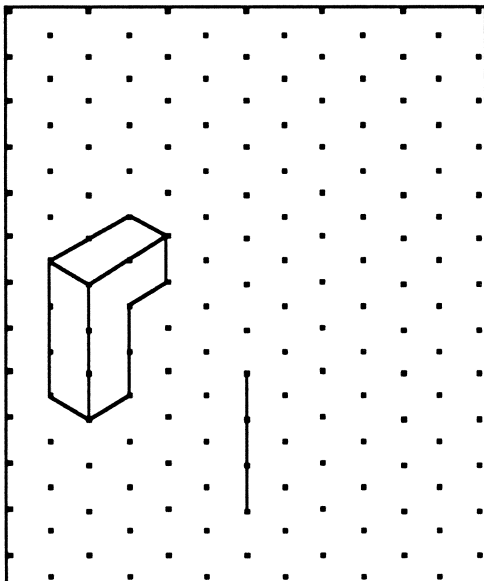
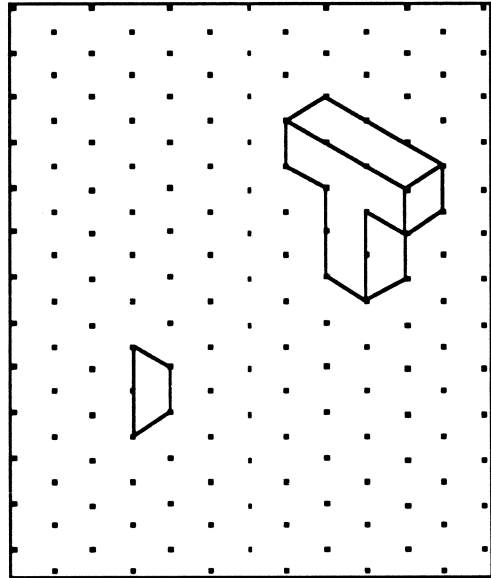
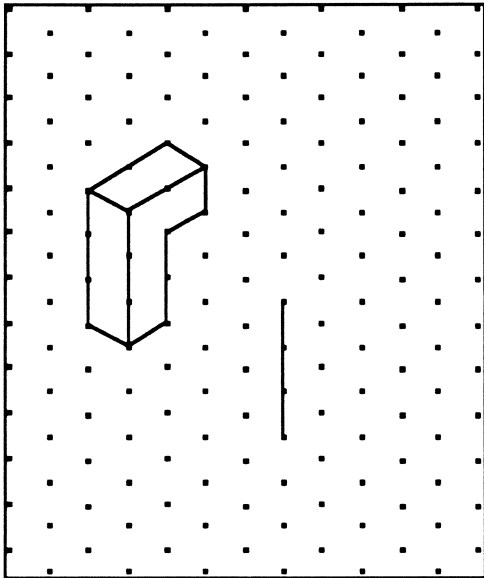
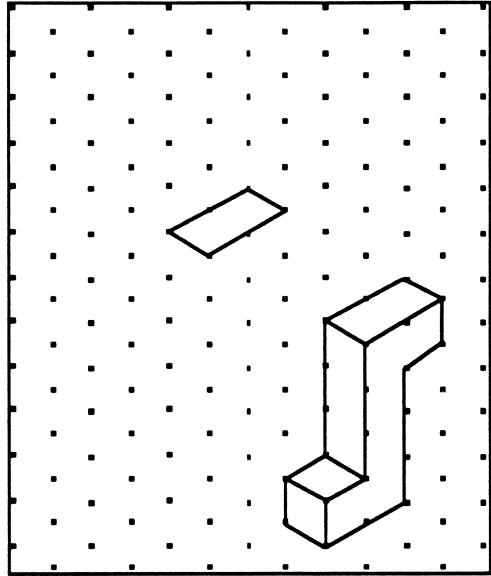
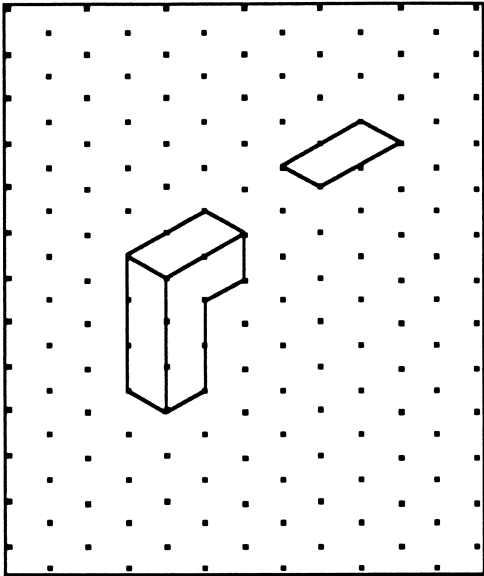
#### *Consigne*

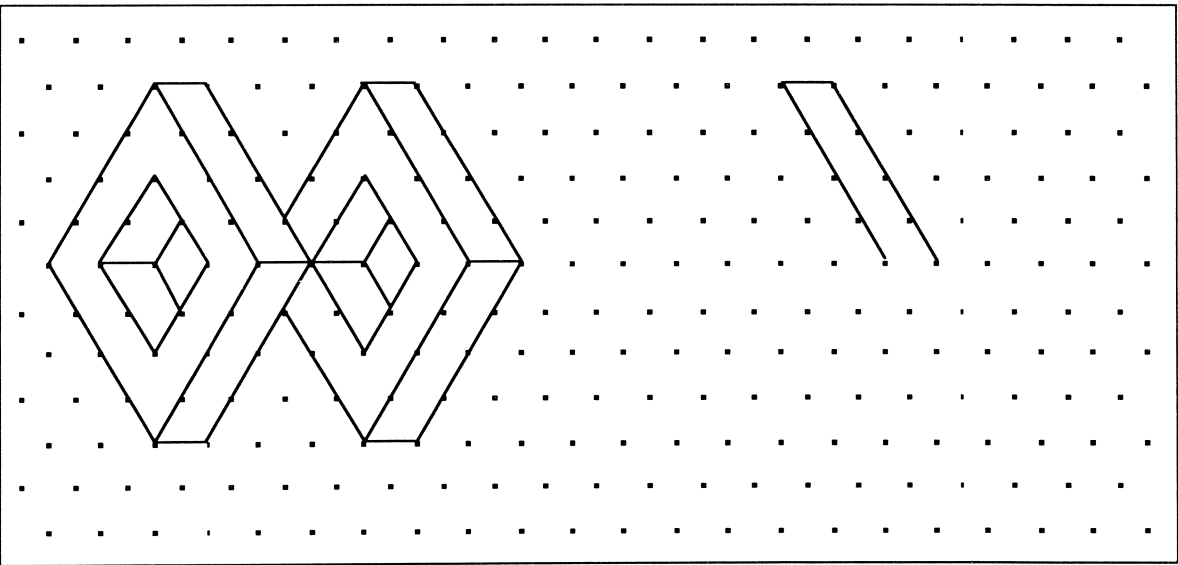
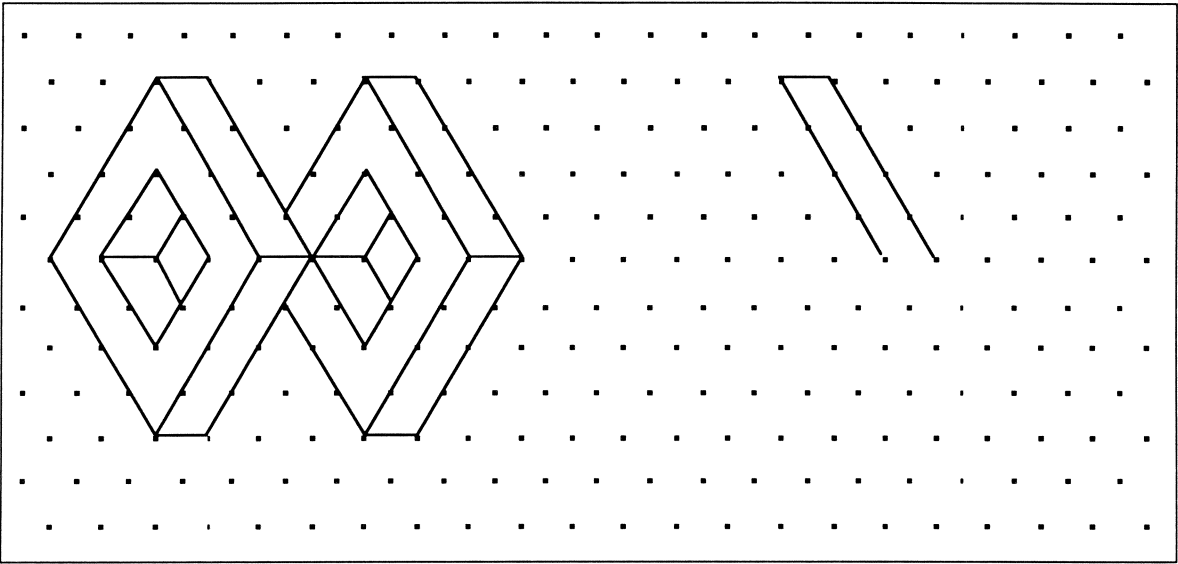
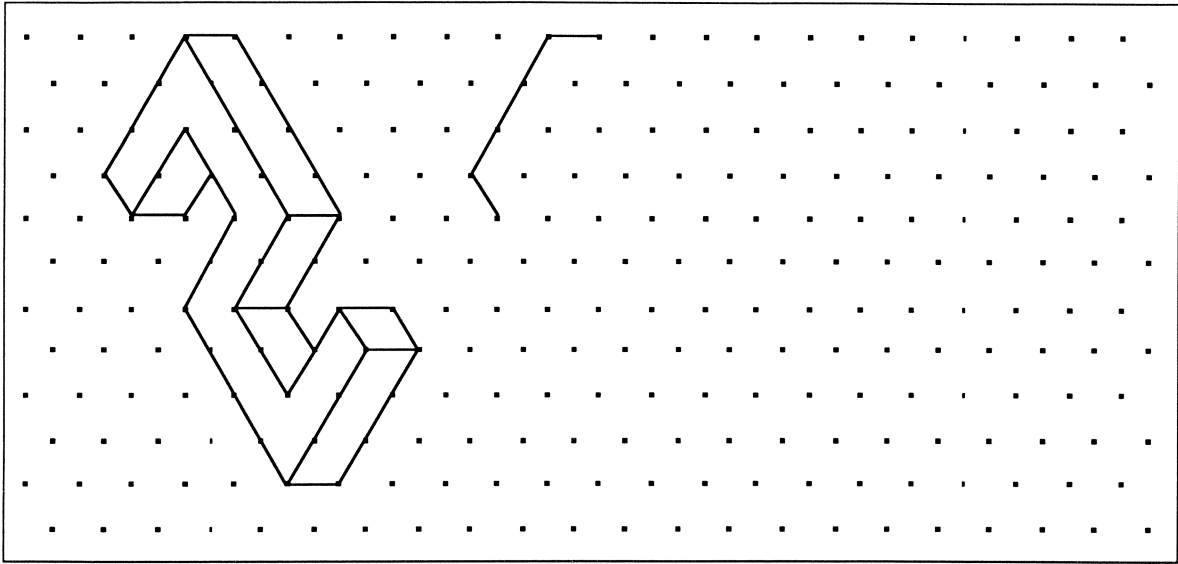
Pour chacune des figures proposées, compléter la figure tradlatée.

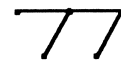
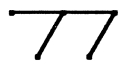
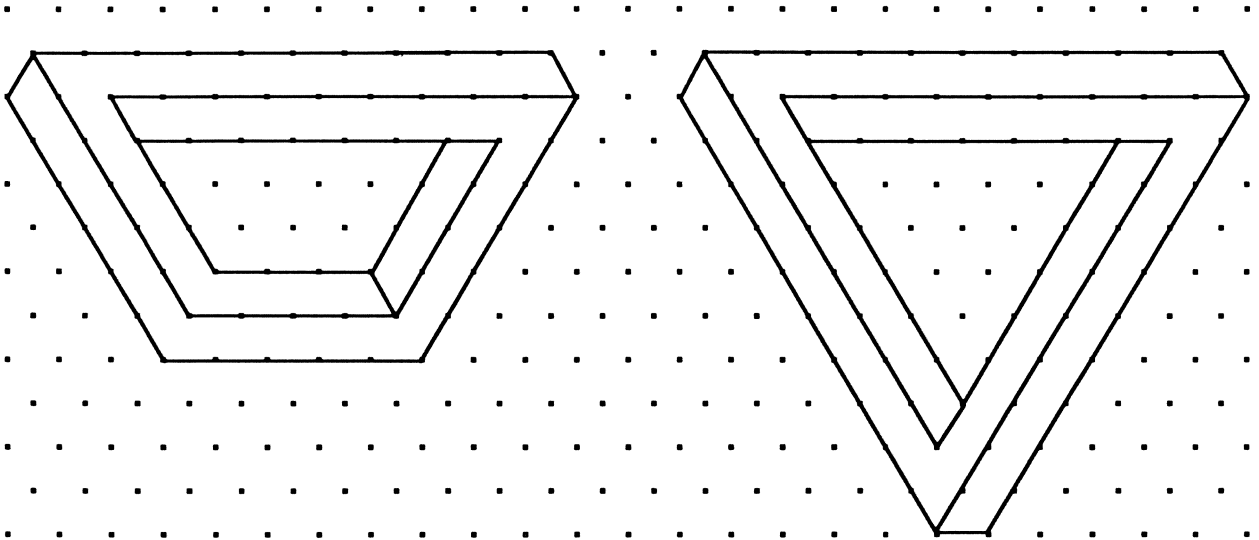
**Entre nous**

Le papier pointé ne donne pas explicitement la direction de translation ce qui offre l'avantage d'inciter à tracer une droite le long de laquelle a lieu le déplacement.

Dans certaines des activités proposées, il existe plusieurs solutions possibles; dans ce cas nous avons reproduit le "dessin énoncé" deux fois. L'étude de ces solutions multiples, si elle n'est pas indispensable, n'en est pas moins très riche.







## FIGURES TRANSLATEES

### SUR PAPIER LIGNE

#### *Outils*

Règle, feuilles de papier calque et compas.

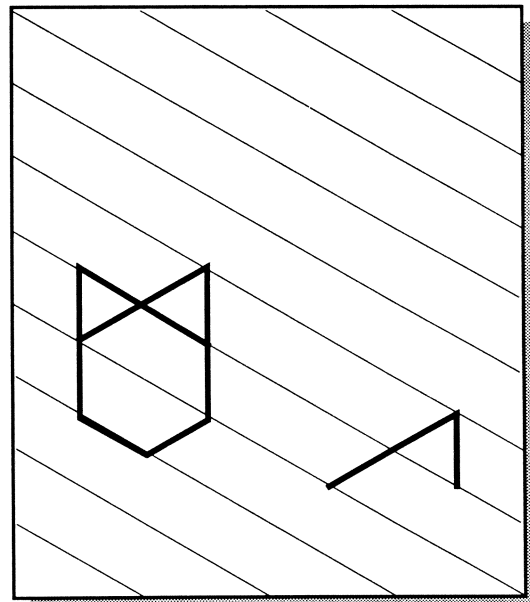
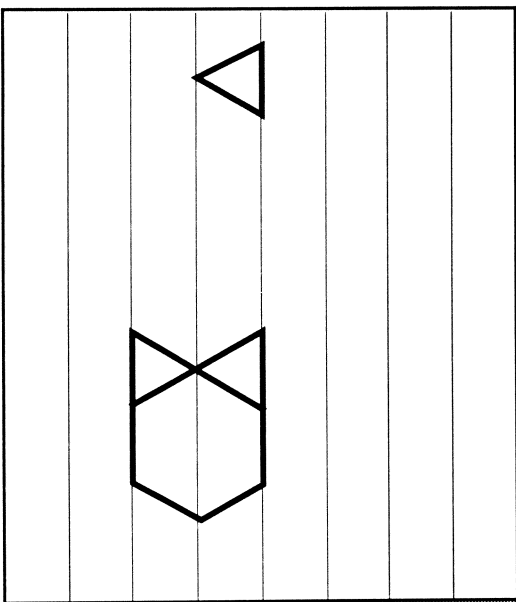
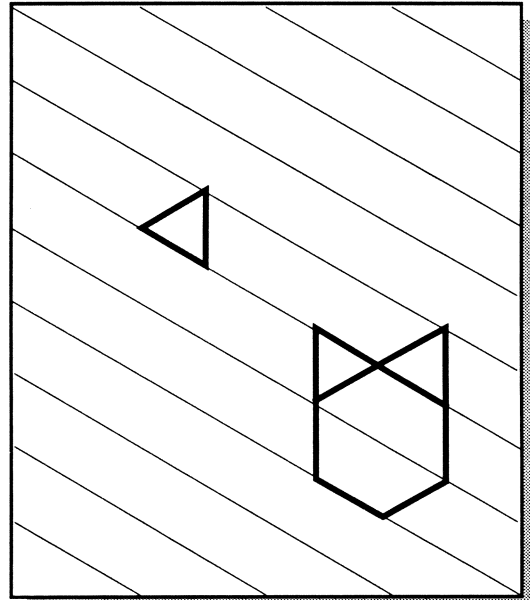
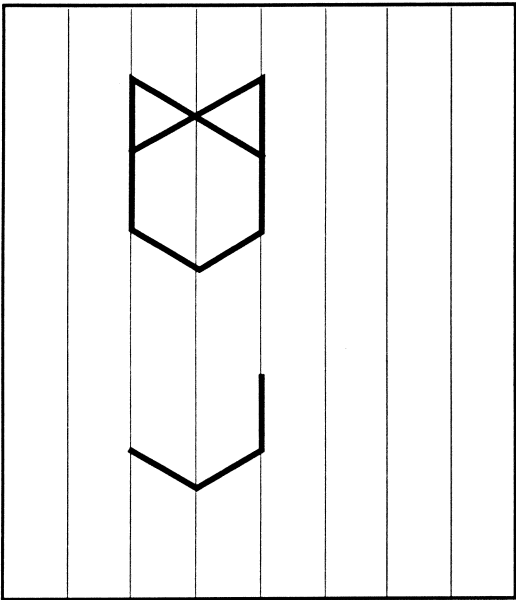
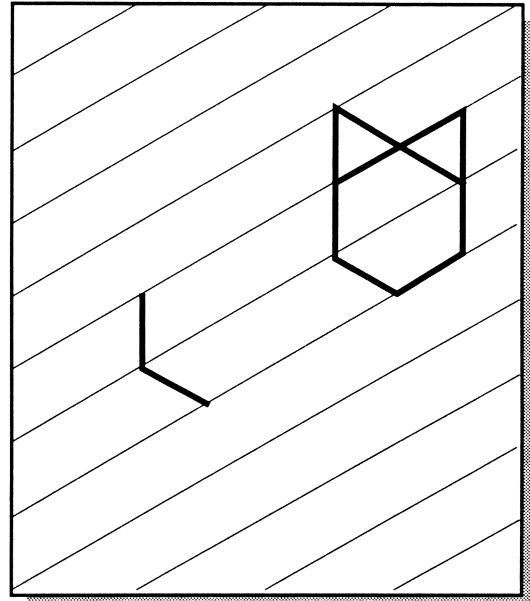
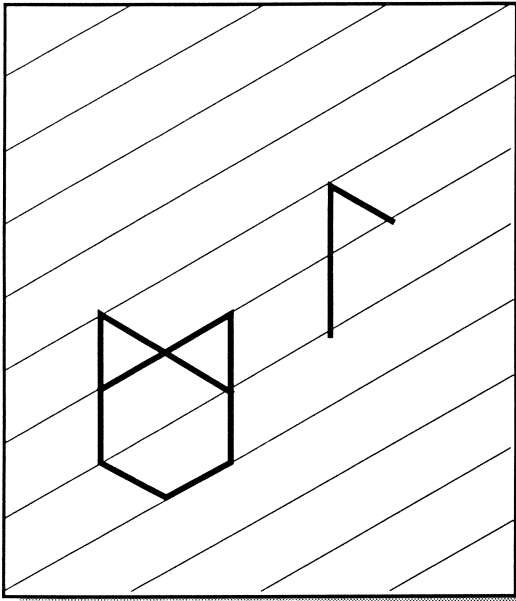
#### *Consigne*

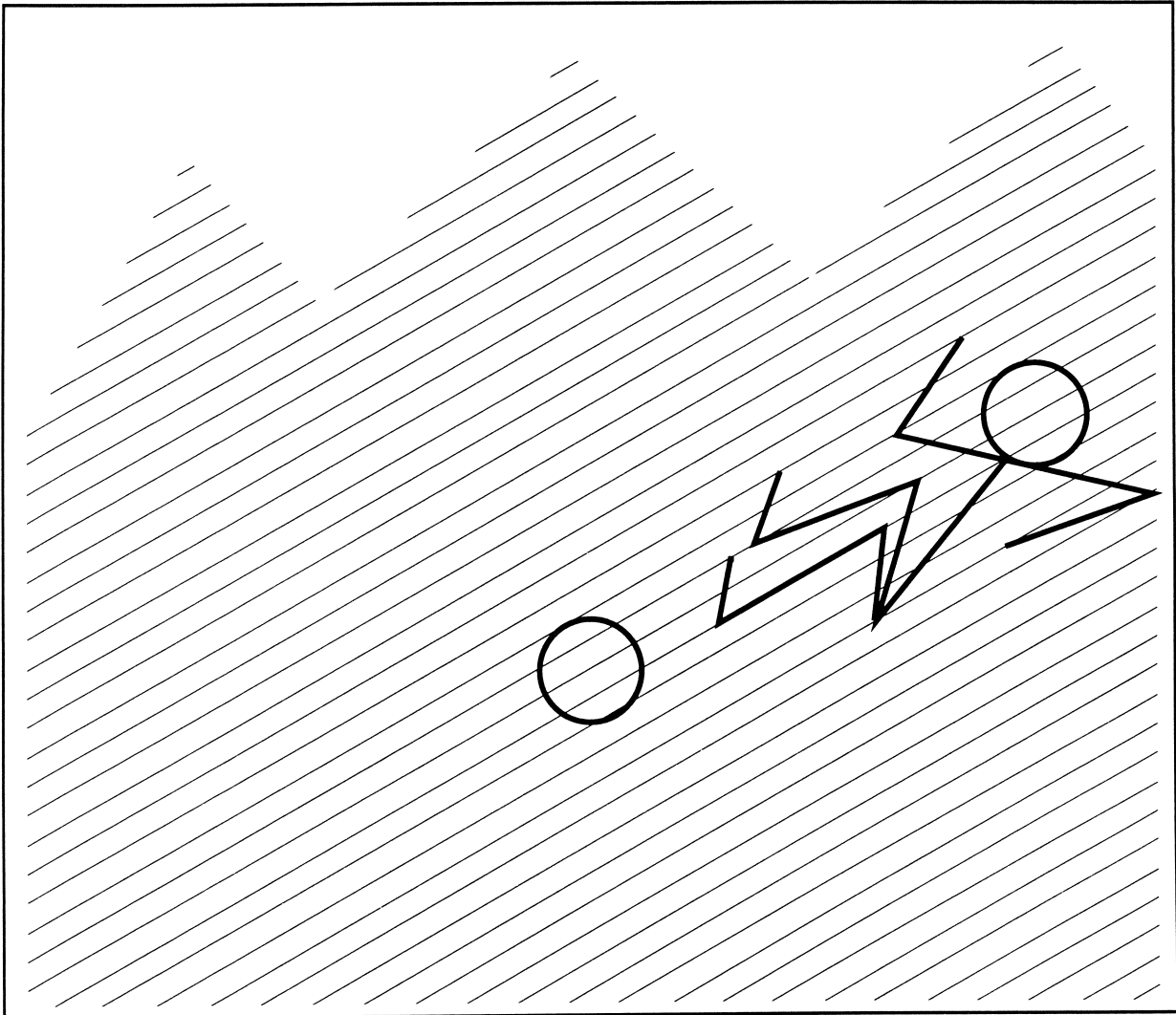
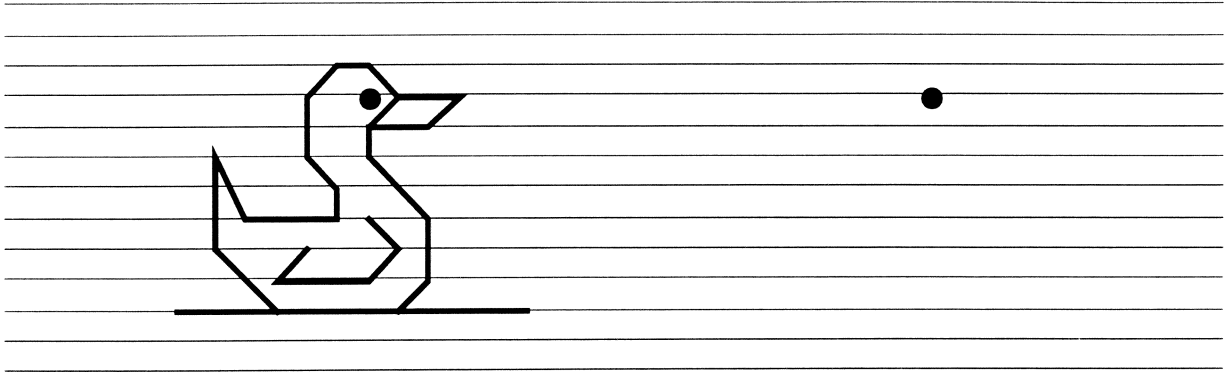
Pour chacune des figures proposées, compléter la figure translaturée.

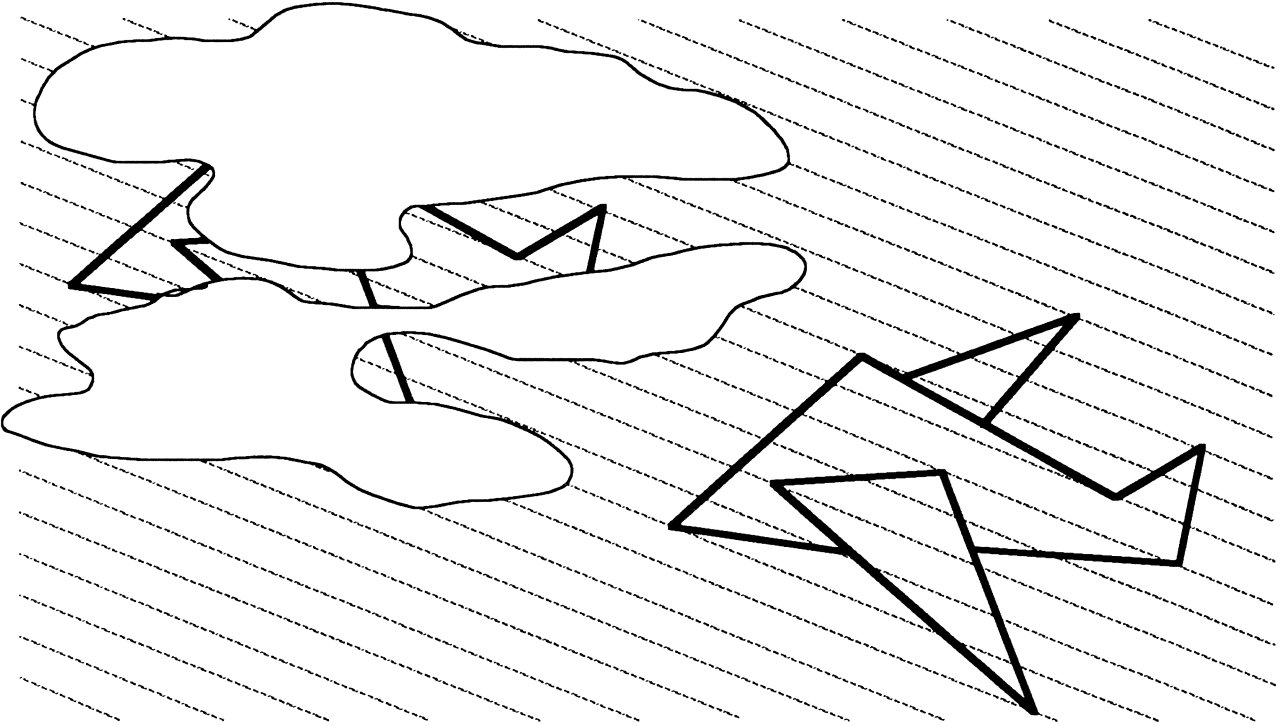
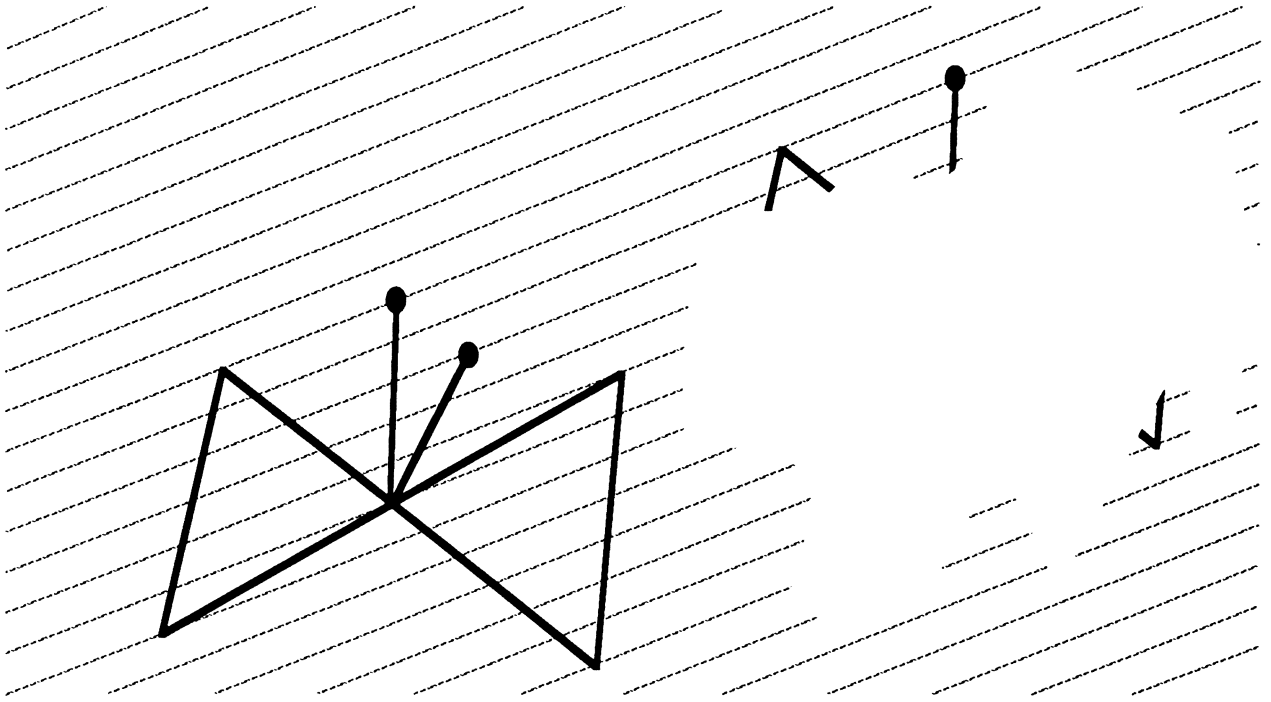
Entre nous

Les papiers maillés, puis pointés, ont privilégié la notion de direction. L'utilisation du papier ligné va permettre de porter l'accent sur l'amplitude du glissement.

Le fait d'effacer une partie des "lignes" dans les dernières activités, doit inciter l'élève à tracer des droites parallèles; en conséquence toute autre méthode que celle qui consiste à "compléter" les lignes puis à reporter des longueurs égales devrait être refusée.









## FIGURES TRANSLATEES

### SUR PAPIER UNI

#### *Outils*

Règle, feuilles de papier calque et compas.

#### *Consigne*

Tracer dans chacun des cas la figure translatée de la figure donnée de manière à ce que le point noté par une lettre (par exemple M) devienne le point noté par la même lettre primée (par exemple M').

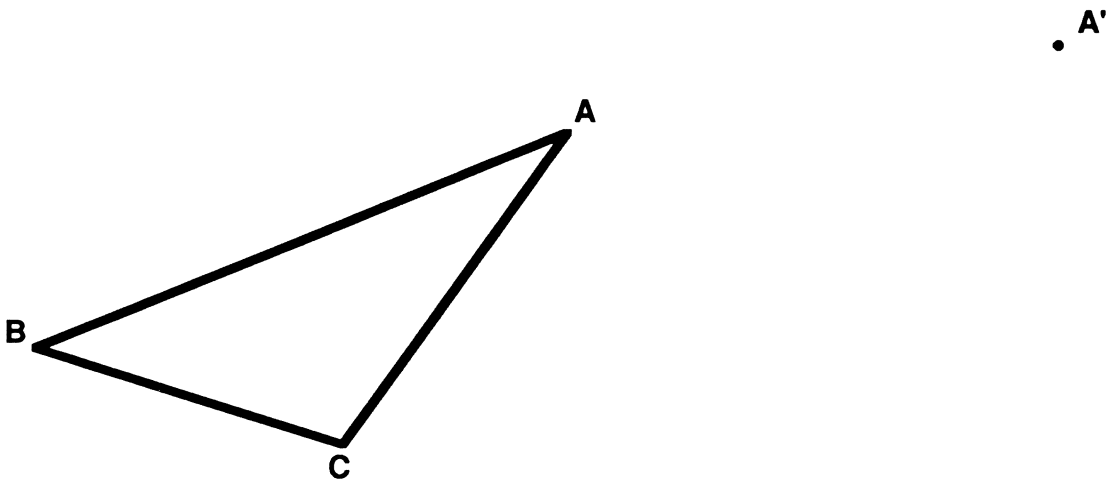
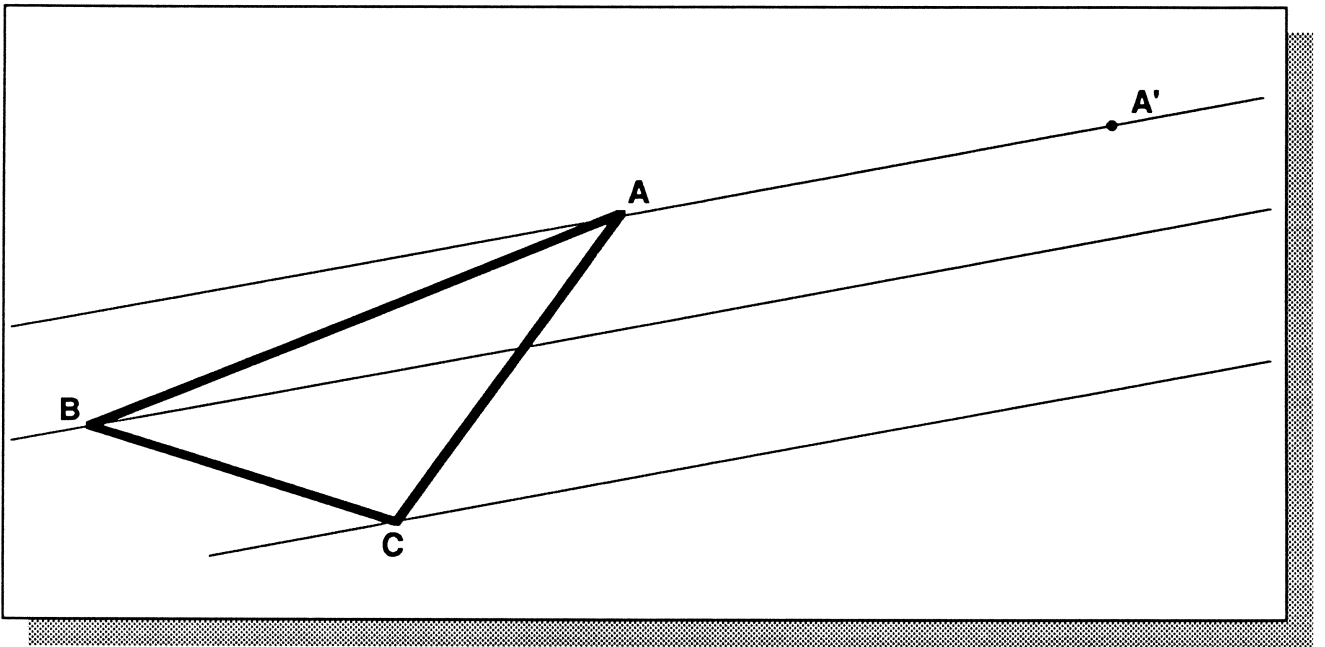
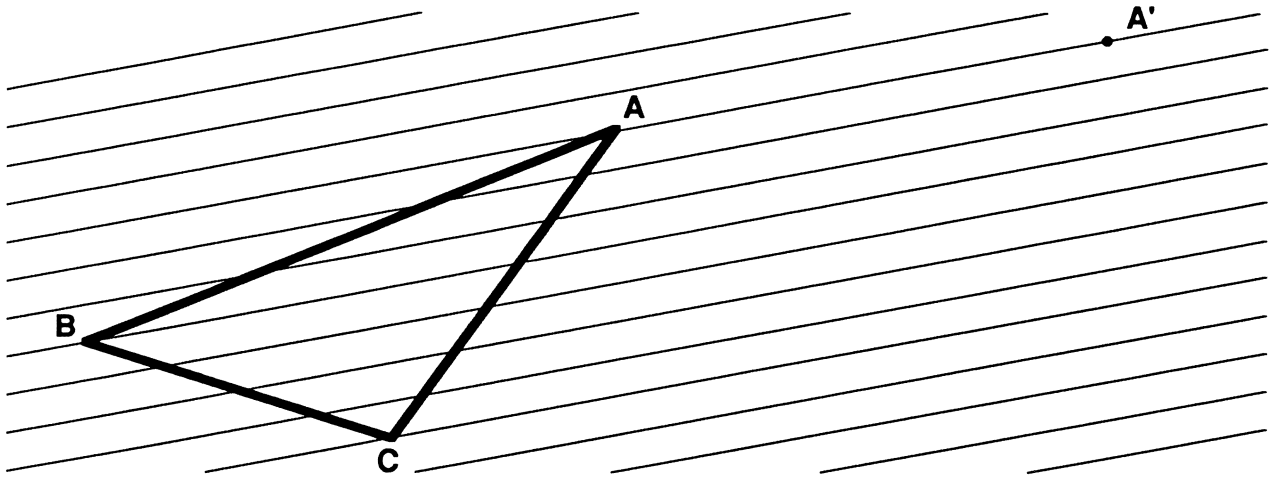
Entre nous

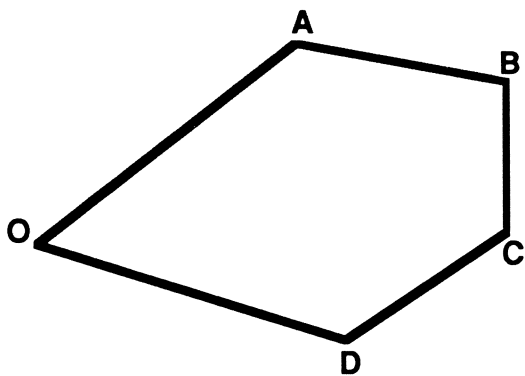
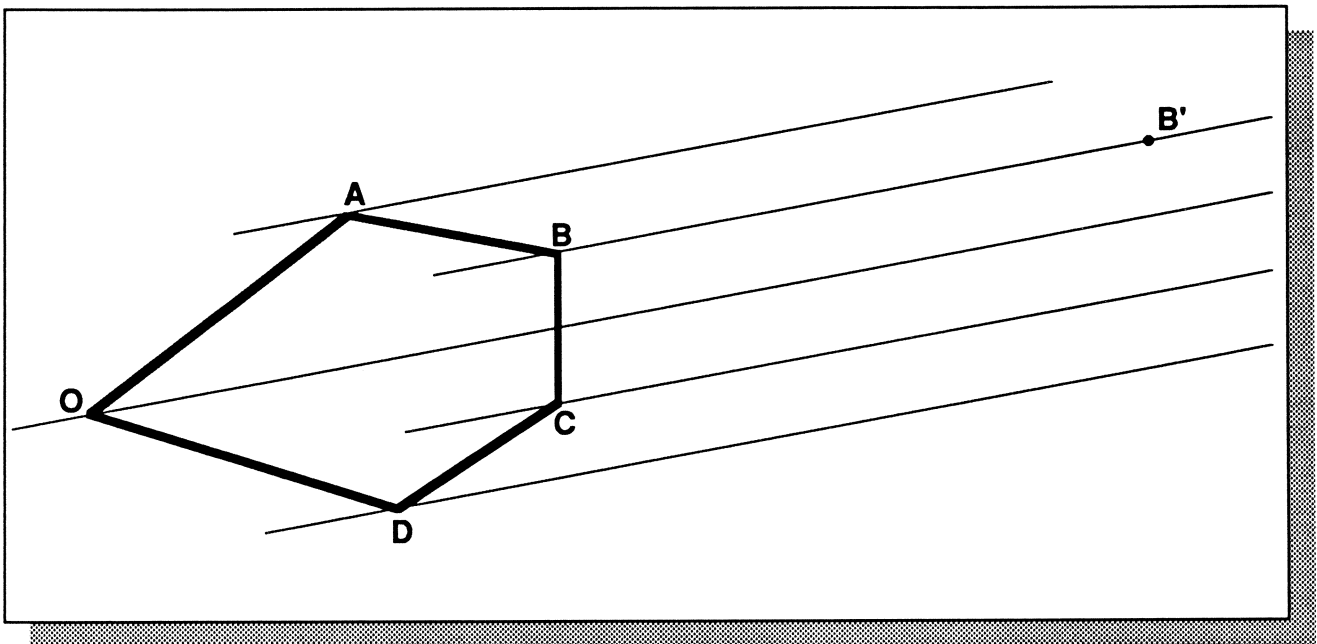
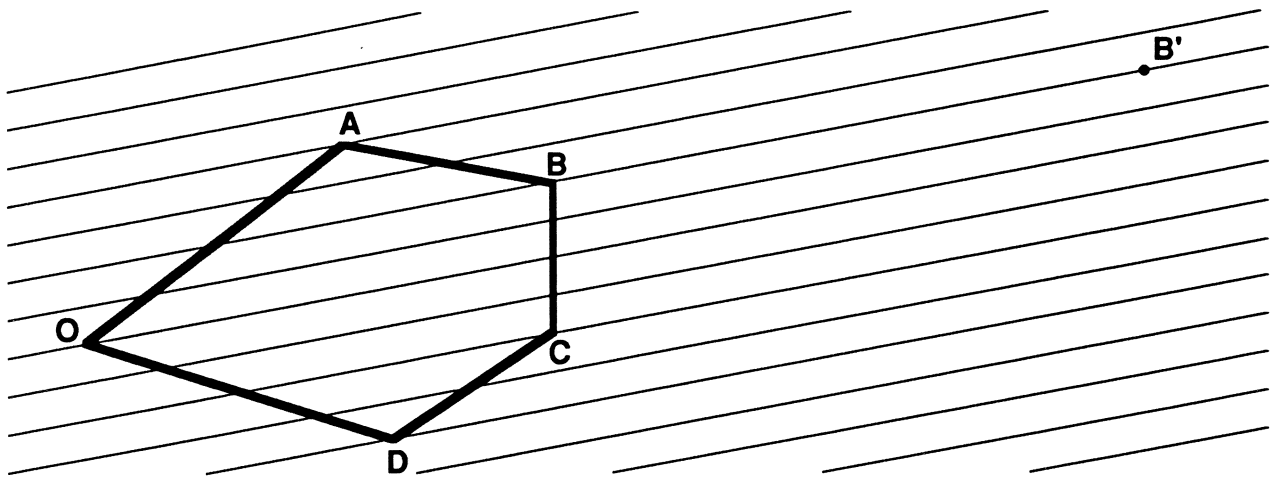
La notation (très conventionnelle) que nous utilisons dans cette partie peut poser des problèmes aux plus jeunes élèves. Il faudra donc s'assurer qu'elle est clairement comprise ou alors reformuler la consigne dans chacun des cas proposés.

Les premières activités explicitent encore la méthode que nous voulons dégager: tracer l'image d'une figure par une translation en traçant des parallèles puis en reportant des distances.

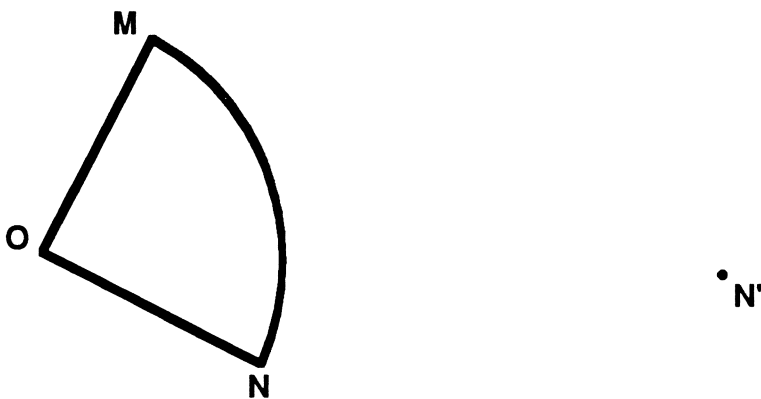
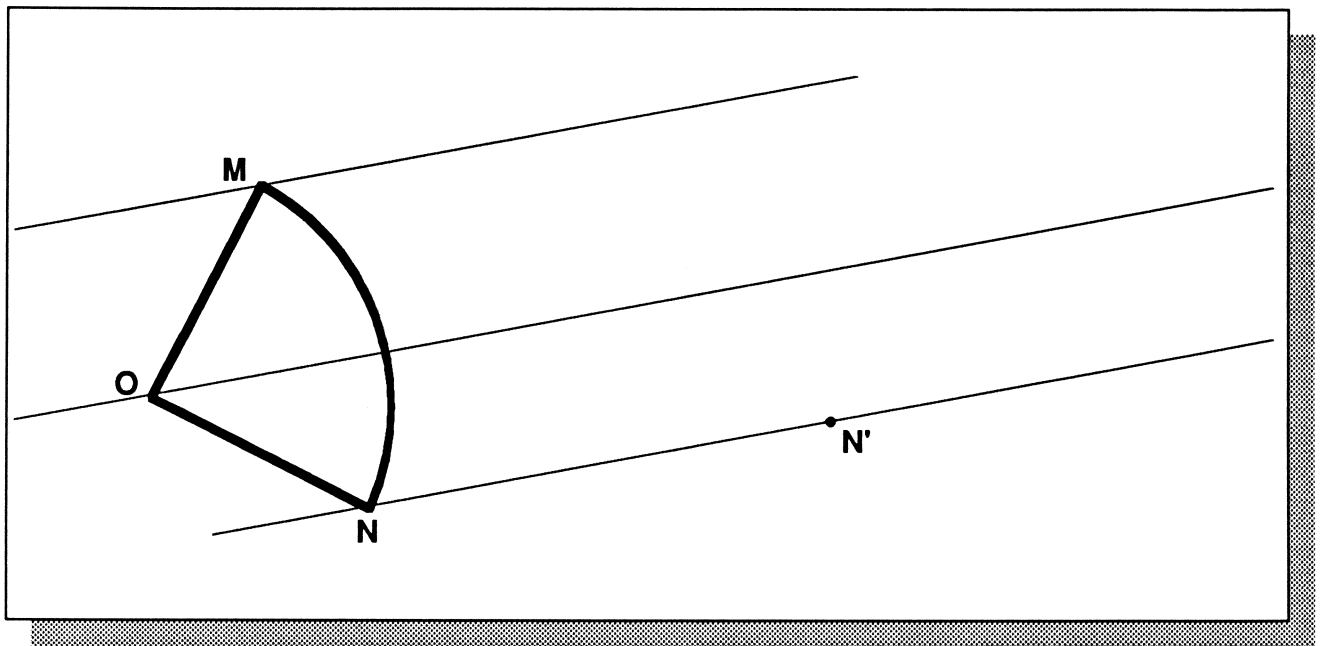
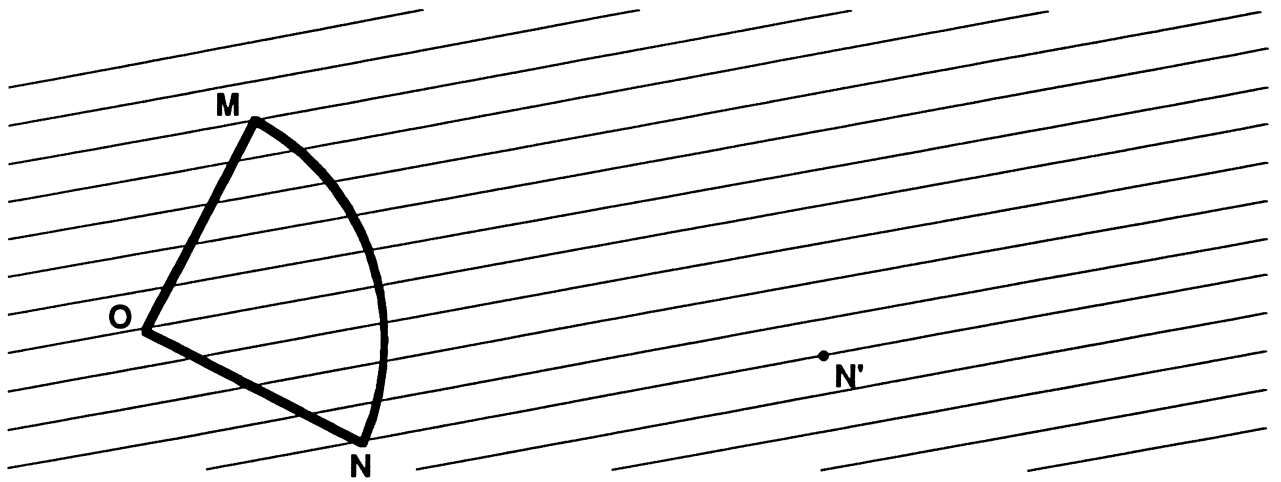
Cette méthode, qui n'est pas la plus "performante", doit pourtant être assimilée avant que n'en soient proposées de nouvelles. Ces autres méthodes auront aux yeux des élèves l'énorme avantage de ne pas nécessiter le tracé de droites parallèles, tracé toujours très fastidieux.

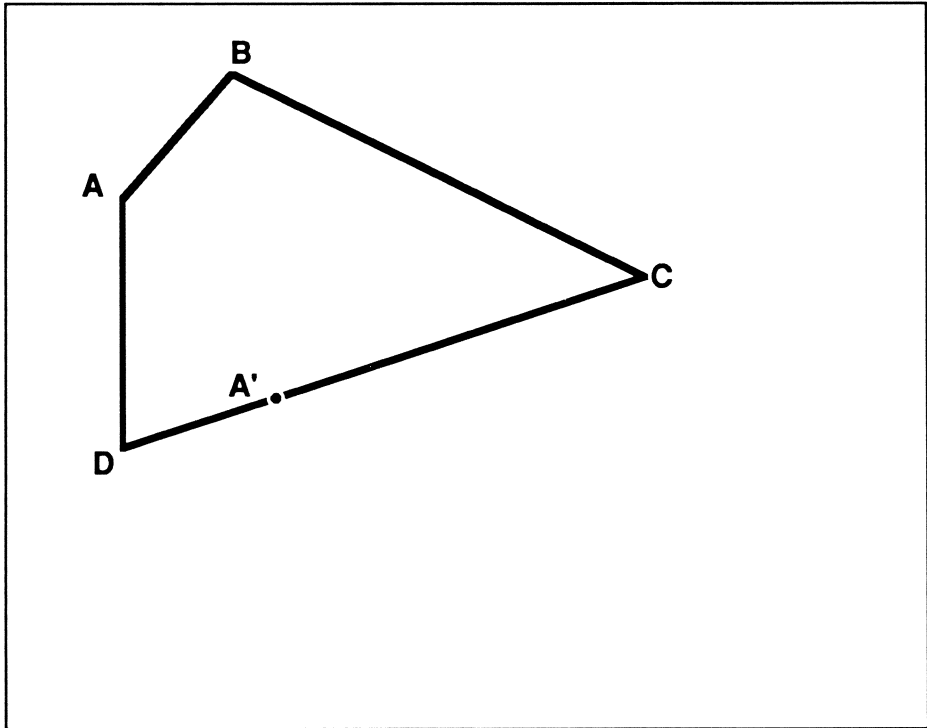
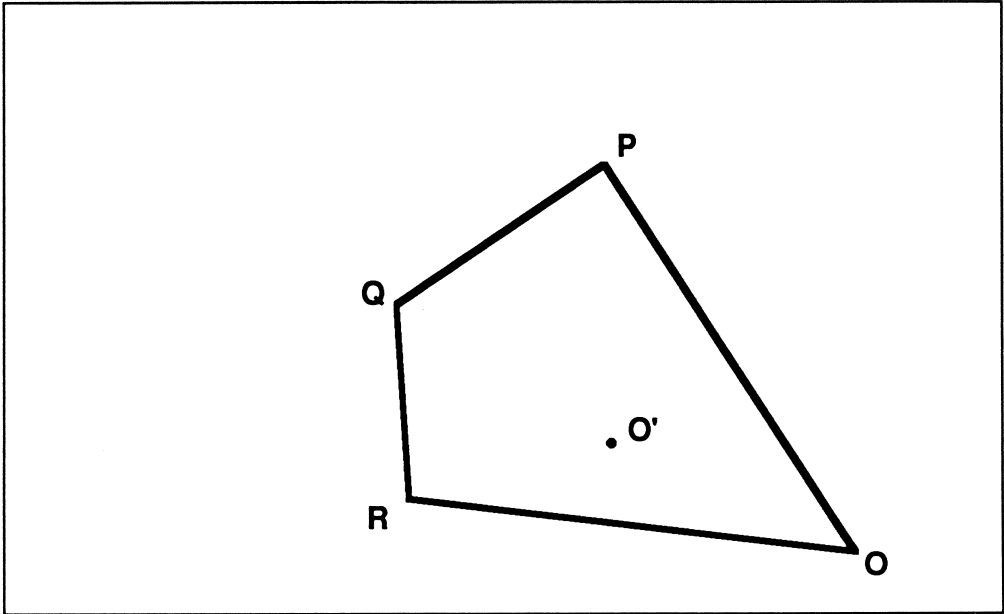
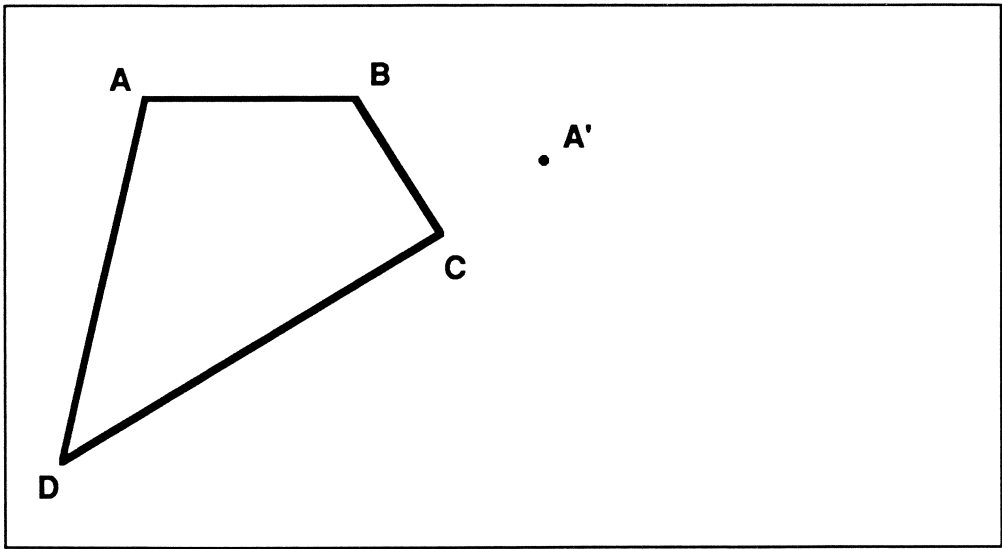
Les exemples choisis restent assez simples pour que le nombre de droites parallèles à tracer ne devienne pas un obstacle à la bonne réalisation du travail.

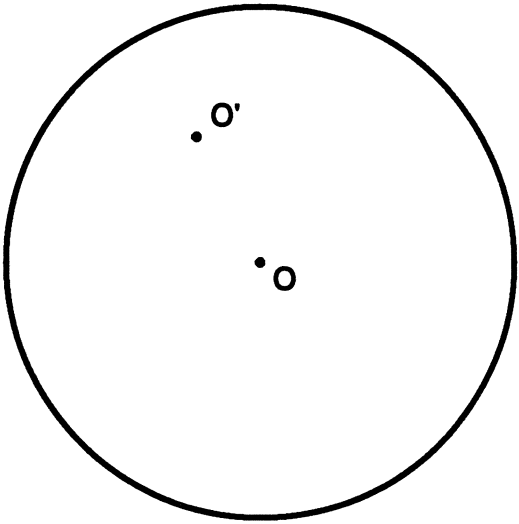
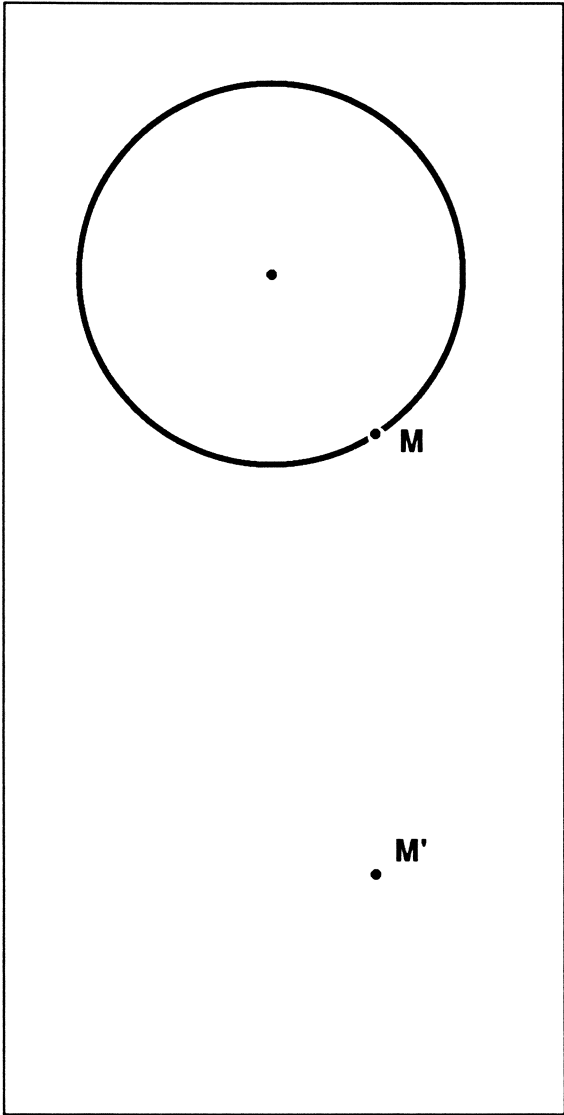
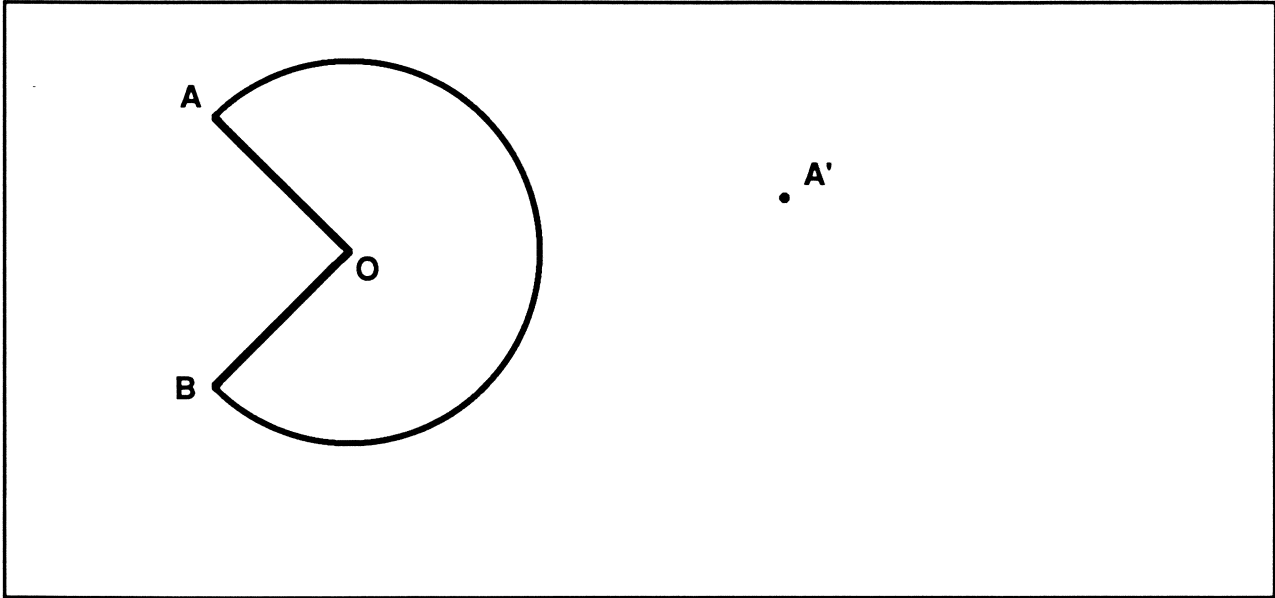




• B'







# CHAPITRE 8

## PROPRIETES DE LA TRANSLATION

Le choix que nous avons fait pour introduire la translation dans le chapitre précédent induit la superposabilité d'une figure et de sa translatée. Aussi n'insisterons nous pas ici sur les propriétés des isométries : conservation des distances, des angles, ...

A l'occasion des premières activités, quelques situations permettront cependant de réaffirmer ce type de propriétés.

Le parallélisme des droites joignant chacun des points d'une figure à son image devrait paraître naturel; il suffira sans doute de quelques exercices pour souligner ou conforter cette connaissance.

En revanche le parallélisme des droites joignant deux points d'une figure d'une part et les images respectives d'autre part, n'est sans doute pas acquis. l'élève ne possédant pas une notion très nette des définitions équivalentes d'un parallélogramme peut rencontrer là un obstacle au bon déroulement de ses acquisitions.

Aussi dans ce chapitre on s'efforcera de dégager cette propriété.

Points, lettres et glissements

Une correction délicate

Les grandes familles

Segments et tableau

Segments sur papier maille

## POINTS, LETTRES ET GLISSEMENTS

### *Outils*

Tout instrument (de géométrie) jugé nécessaire.

### *Consigne*

Relever parmi les couples de figures proposées, ceux pour lesquels une des figures n'est pas déduite de l'autre par une translation. Donner dans chaque cas une ou des raisons justifiant ce choix.

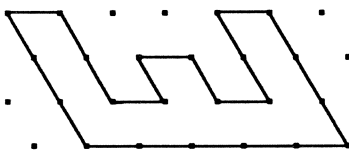
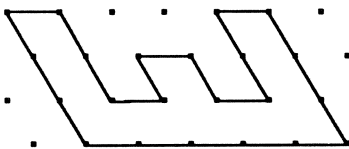
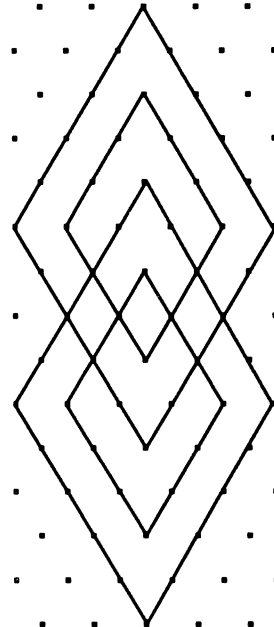
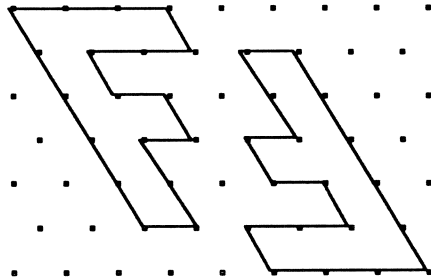
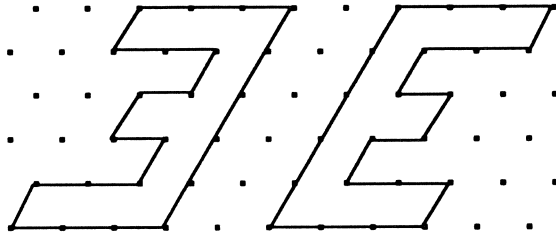
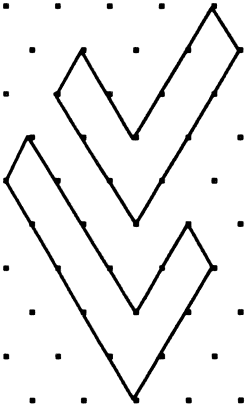
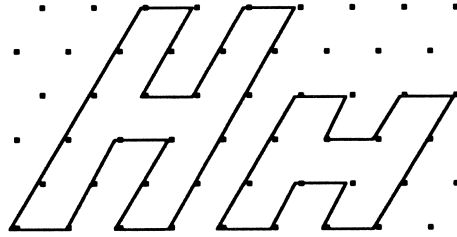
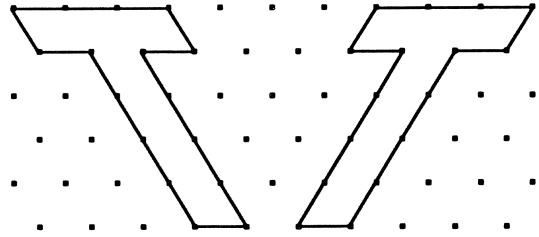
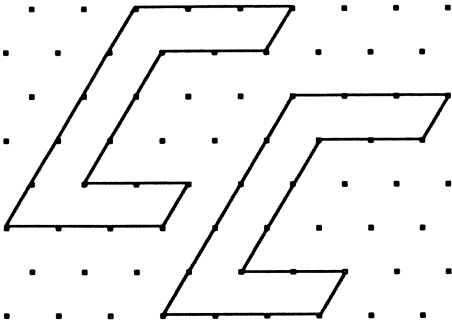
**Entre nous**

Les raisons invoquées pour qu'il n'y ait pas translation peuvent être diverses :

- non superposabilité,
- retournement,
- ...

Plusieurs raisons peuvent être avancées, il ne faut pas hésiter à les examiner.





## UNE CORRECTION DELICATE

### *Outils*

Tous.

### *Consigne*

Dans une classe, l'enseignant a proposé l'activité :

*FIGURES TRANSLATEES SUR PAPIER UNI*  
(Chapitre 7, page 21 et suivantes).

Voilà des réponses apportés par certains élèves : elles sont toutes fausses !

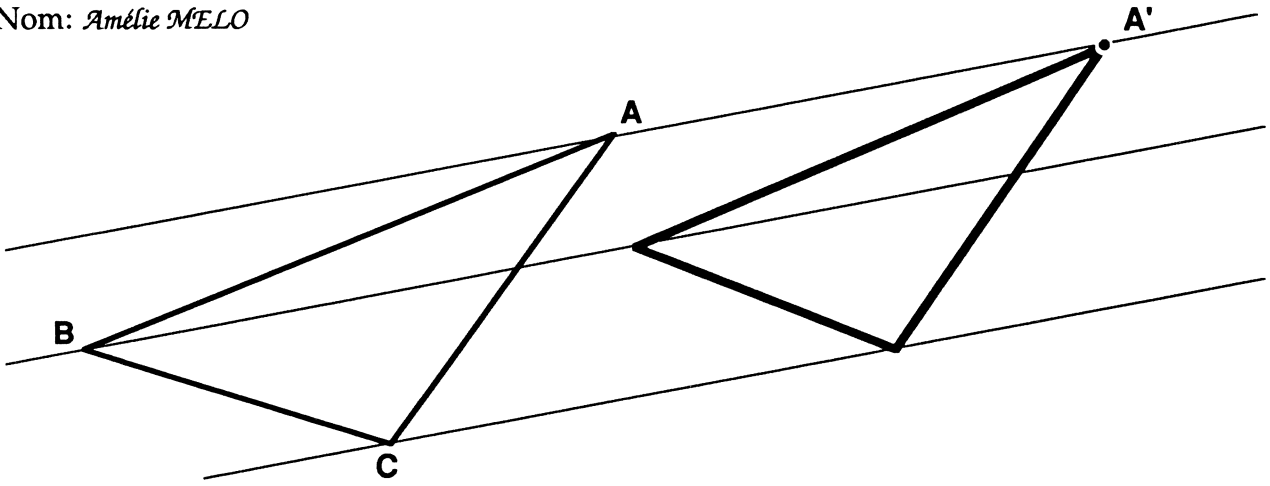
Détecter les erreurs commises.

**Entre nous**

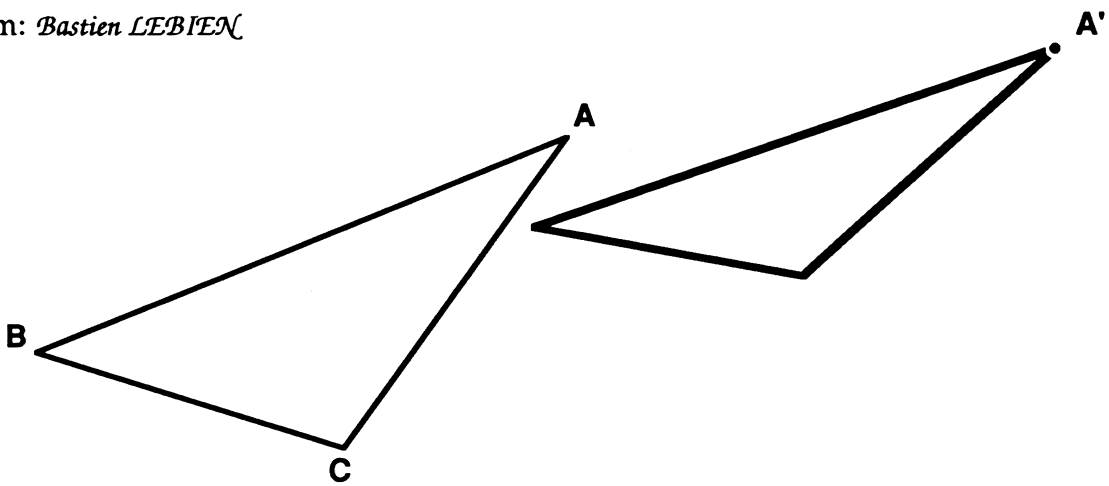
Ce "jeu de la correction" doit permettre de réaffirmer les propriétés déjà rencontrées. Rien de nouveau donc, mais encore faut-il que tout ceci soit bien ancré.

Les erreurs commise ne sont pas toujours simples à détecter; elles ne sont en fait que le prétexte à énoncer ce qu'il ne faut pas faire.

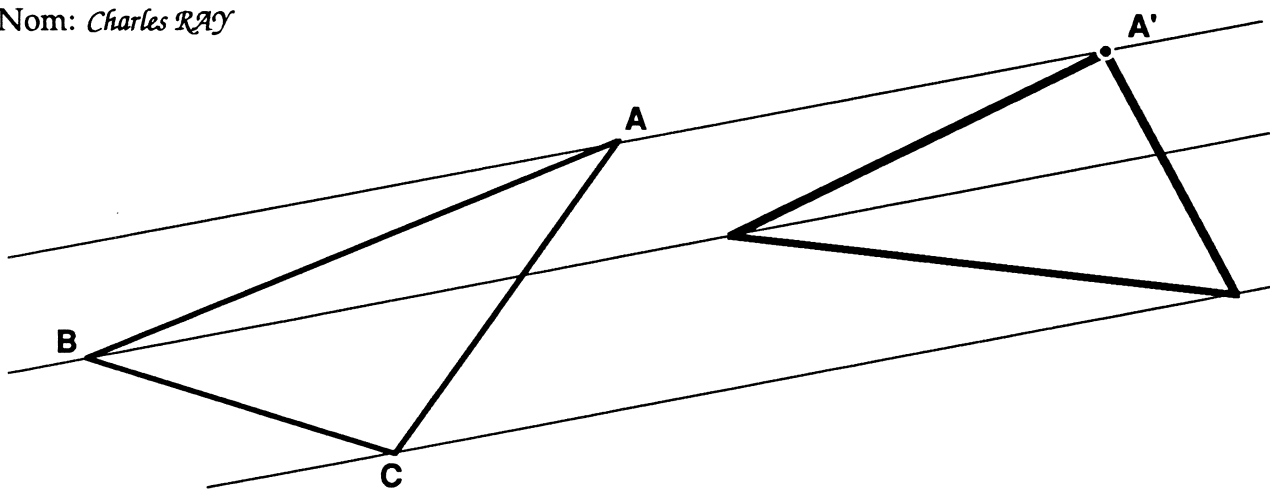
Nom: *Amélie MELO*

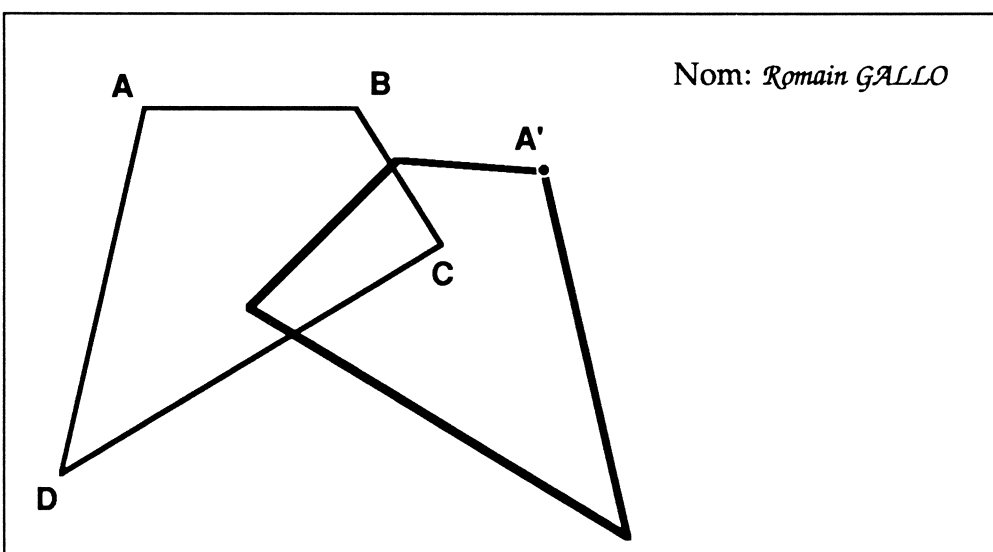
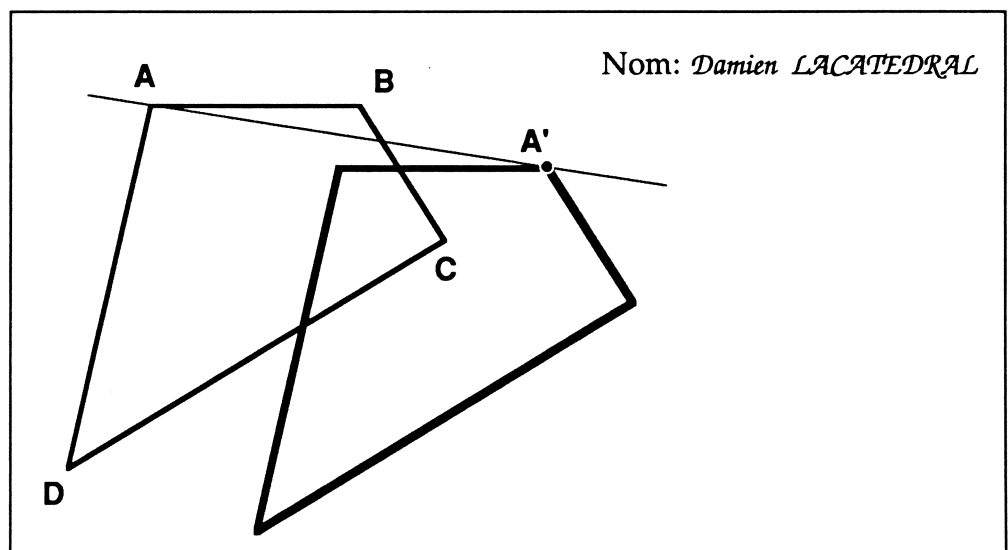
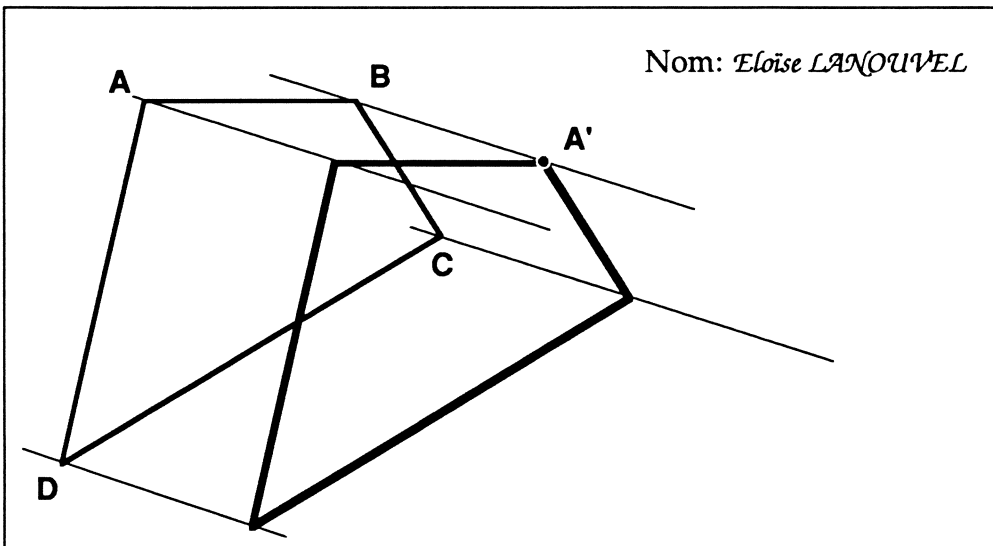


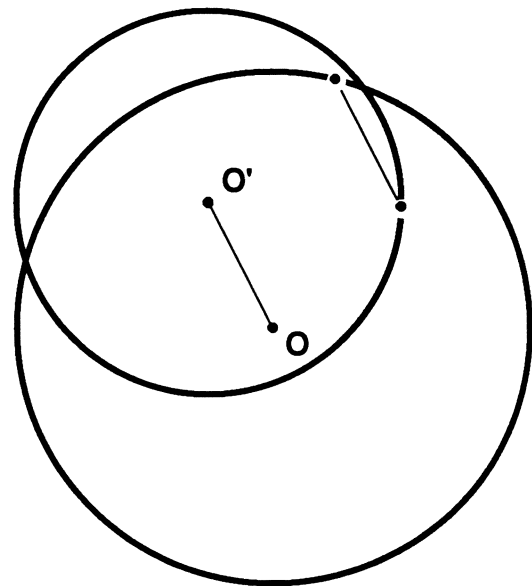
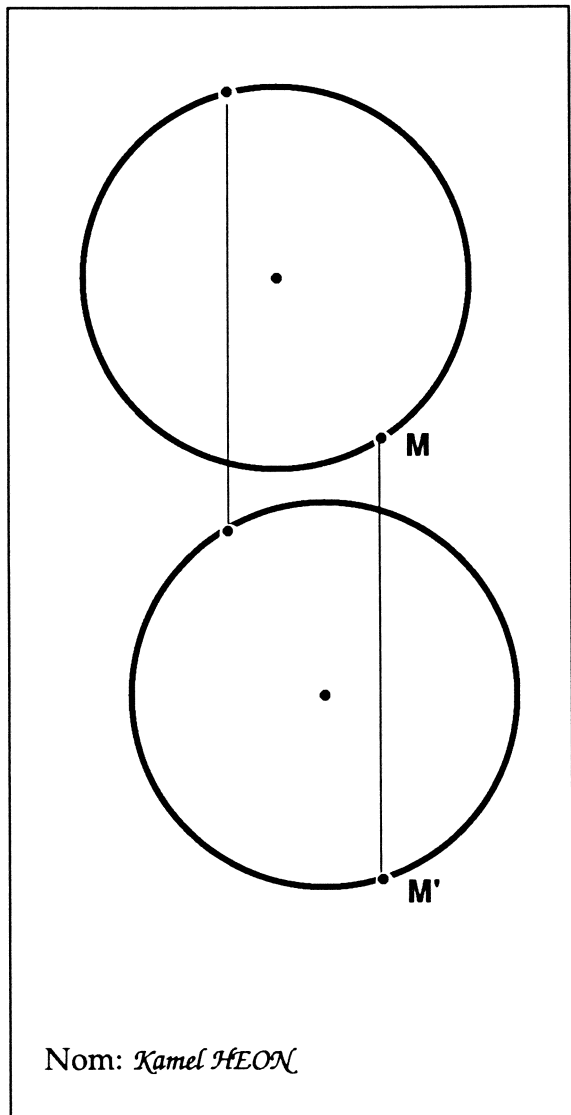
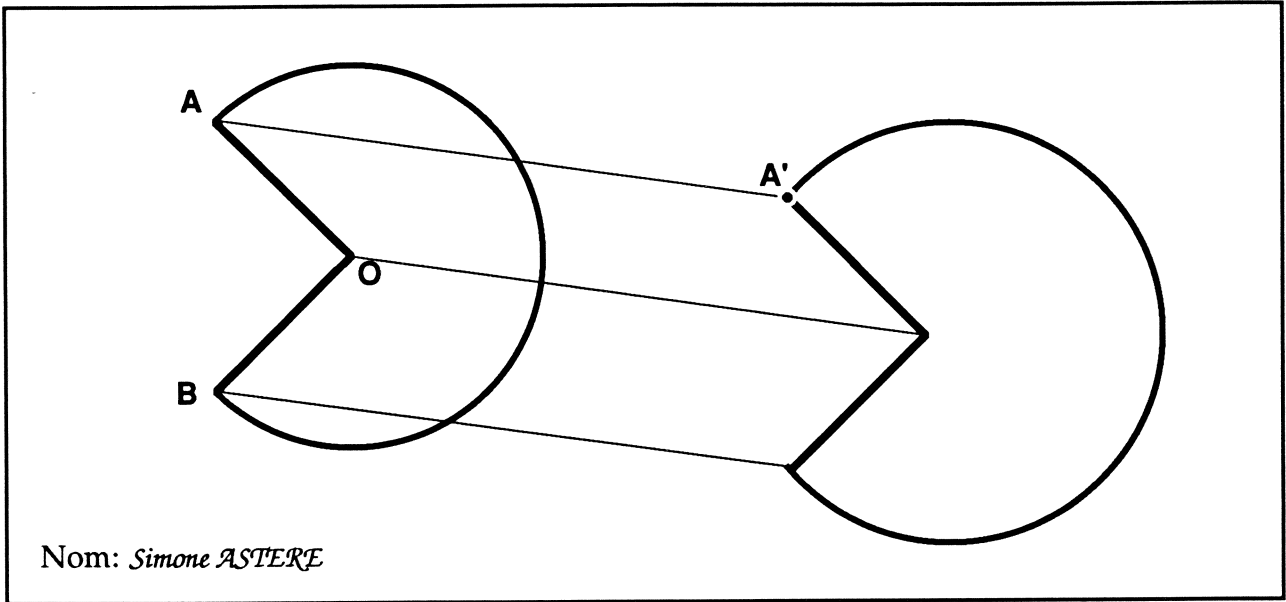
Nom: *Bastien LEBIEN*



Nom: *Charles RAY*







## LES GRANDES FAMILLES

*Outil*

Aucun.

*Consigne*

Pour chacune des planches de dessins, regrouper les figures proposées par familles selon le critère suivant :

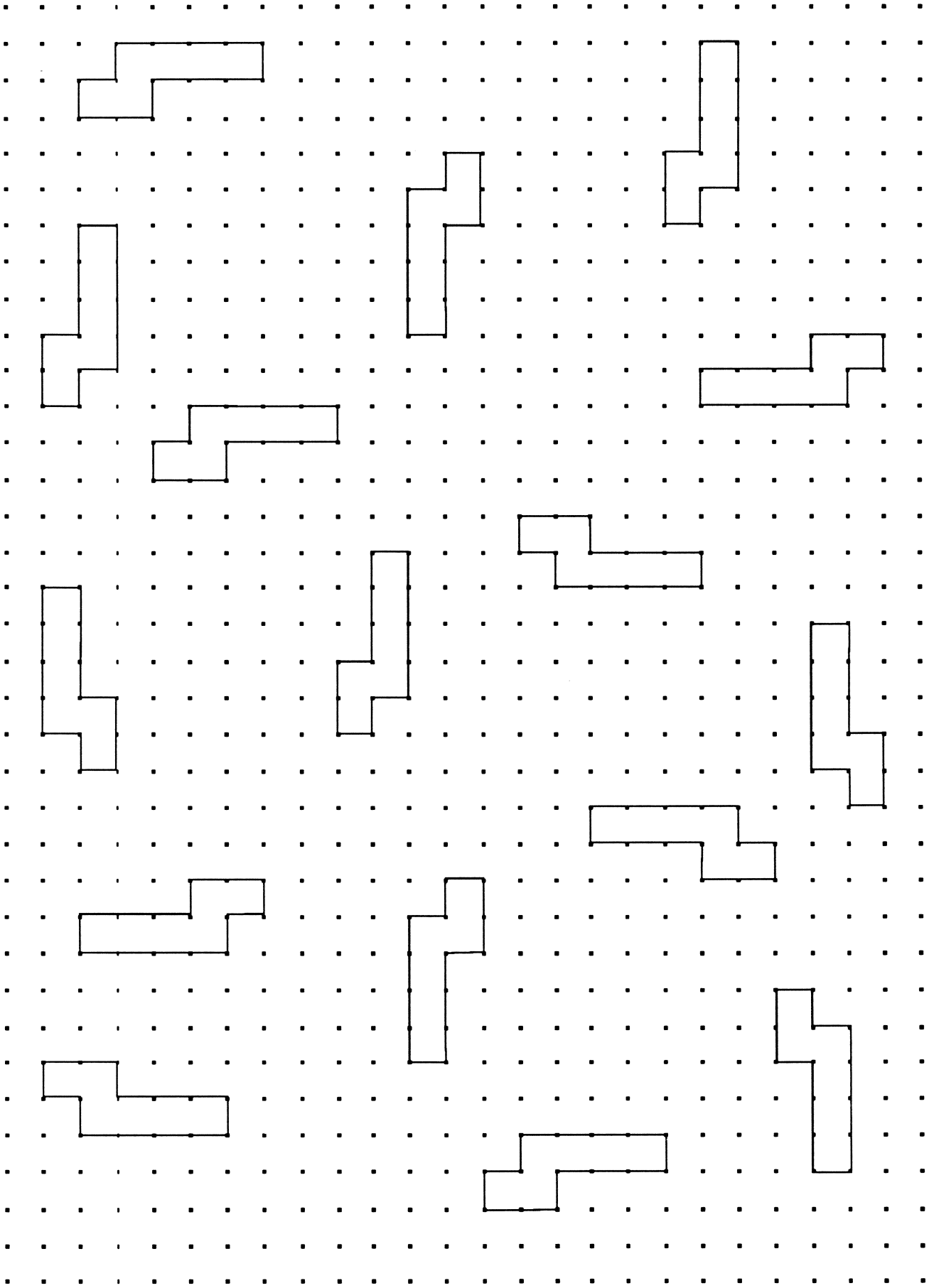
*Au sein d'une famille tous les éléments doivent se déduire les uns des autres par une translation.*

**Entre nous**

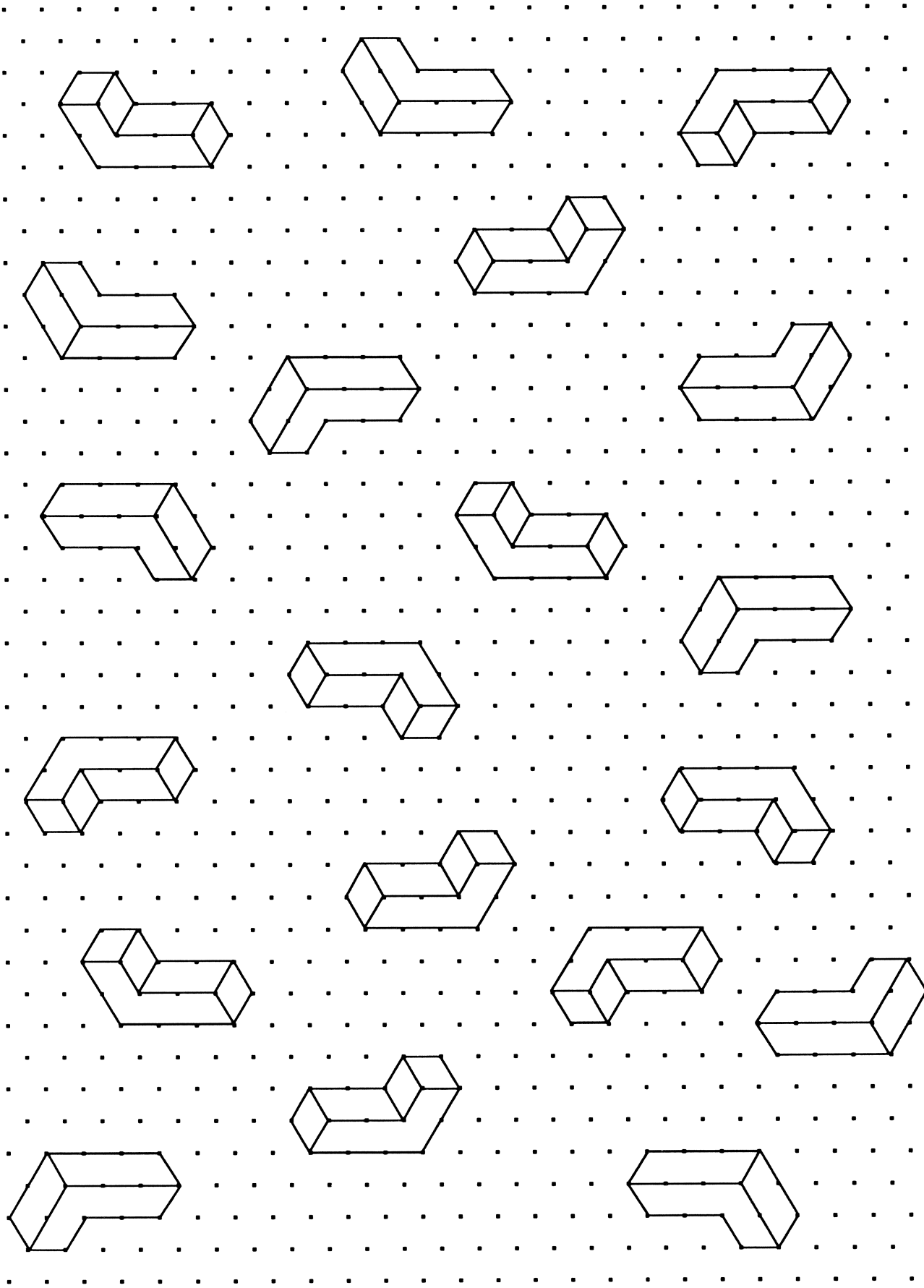
Les activités de classement offrent toujours les mêmes qualités :

- le critère de classification (ici l'idée de translation) doit être parfaitement compris
- l'élève doit imaginer un codage pour communiquer ses résultats.









## SEGMENTS ET TABLEAU

### *Outils*

Règle, équerre, compas, réquerre.

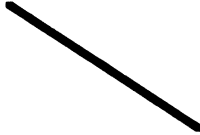
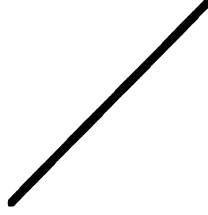

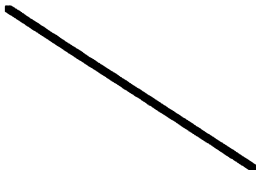
### *Consigne*

Dessiner dans chaque case du tableau un segment vérifiant les conditions imposées par la ligne et la colonne qui lui correspondent.

Le segment tracé peut-il être l'image par une translation du segment proposé ? pourquoi ?

<b>Entre nous</b>
-------------------

L'objectif de cet exercice est de montrer qu'il n'y a translation que si les deux conditions : conservation de la longueur et parallélisme sont réunies.

	DIRECTION PARALLELE	DIRECTION NON PARALLELE
MEME LONGUEUR		
LONGUEUR DIFFERENTE		

## SEGMENTS SUR PAPIER MAILLE

### *Outil*

Aucun.

### *Consigne*

Pour chaque dessin, compléter le tableau en écrivant dans les cases les noms de deux segments qui vérifient les conditions imposées.

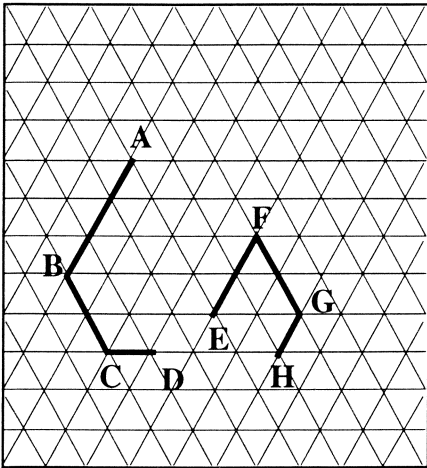
Aucune case ne doit rester vide, mais certaines peuvent contenir plusieurs paires de segments.

Entre nous
------------

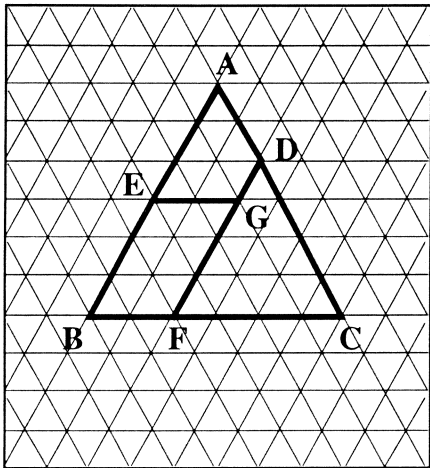
Le papier à maille triangulaire permet de se passer des instruments de dessin et lève toute ambiguïté concernant les directions.

Une des difficultés sera de faire comprendre/admettre que deux segments portés par la même droite ont la même direction et sont donc parallèles.

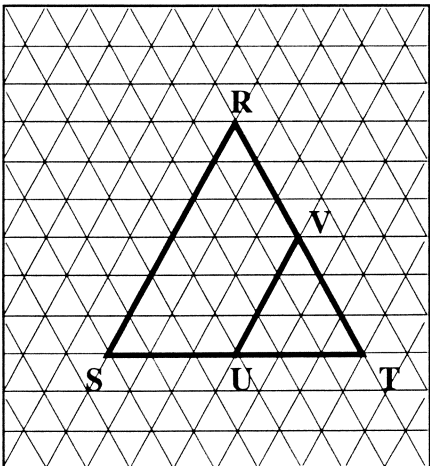
Isoler des segments d'une figure complexe n'est pas aussi aisé qu'il y paraît.



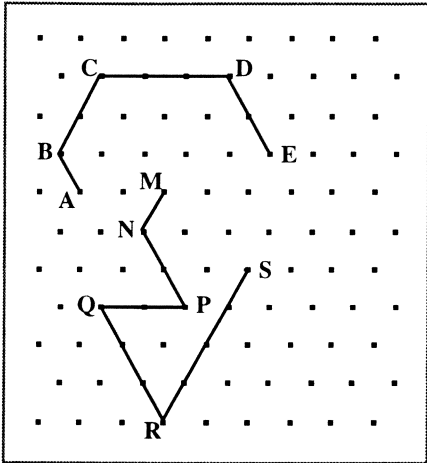
	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		



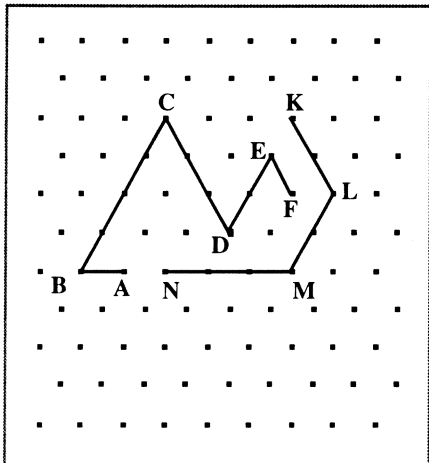
	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		



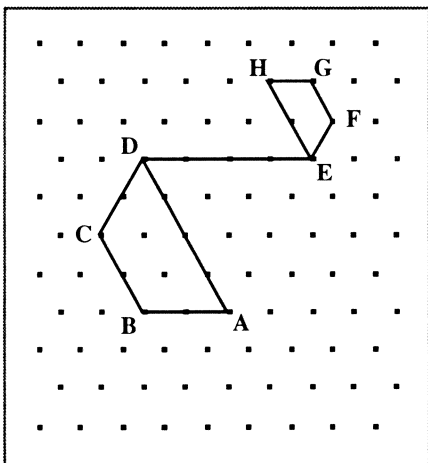
	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		



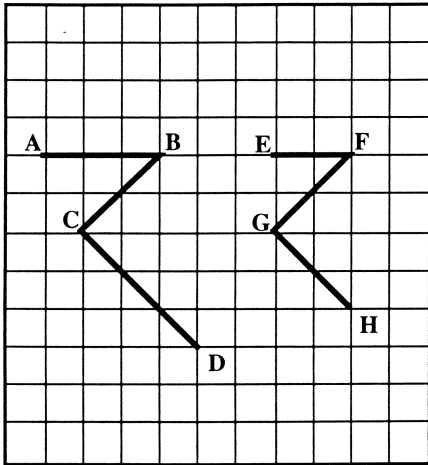
	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		



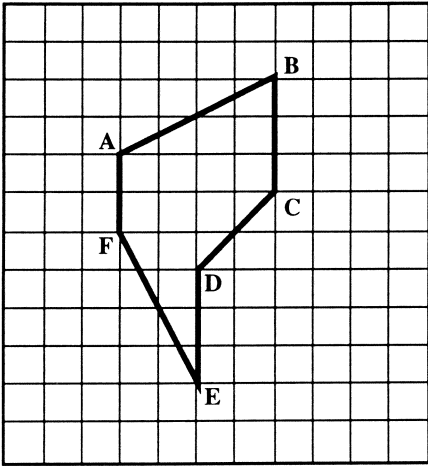
	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		



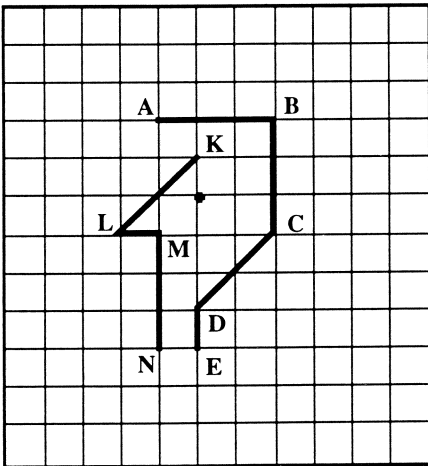
	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		



	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		



	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		

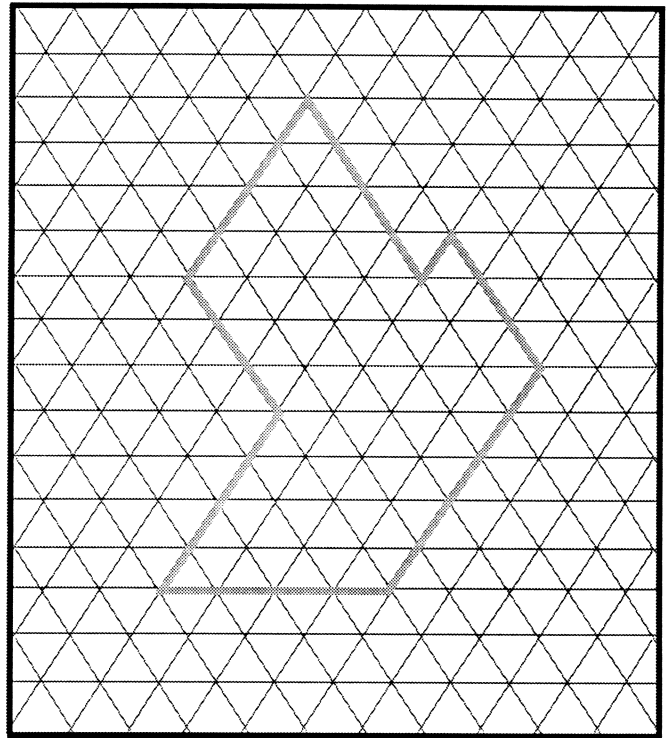


	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles		
Non parallèles		

# Récréation



Colorie les 8 segments de la figure ci-dessous, en tenant compte des indications portées dans le tableau.



**ATTENTION**

Un segment  
ne peut pas être  
colorié 2 fois !

	Même longueur	Longueurs différentes
Parallèles	<i>Rouge</i>	<i>Bleu</i>
Non parallèles	<i>Vert</i>	<i>Jaune</i>



# CHAPITRE 9

## VECTEUR DE TRANSLATION

Pourquoi ce chapitre "vecteur de translation" ?

Nous venons de montrer à dans les activités précédentes qu'il est tout à fait possible de présenter les translations, d'aborder leurs propriétés ainsi que celles du parallélogramme, sans faire référence à la notion de vecteur.

Il s'agit de faire sentir chez l'enfant l'intérêt d'un outil graphique simple, précis et pratique qui permet de définir une translation. A cet effet nous avons privilégié le vecteur-outil plutôt que le bipoint. Avec cet outil que l'on découvre "naïvement" (dixit les instructions officielles...), nous poursuivons notre étude des translations.

Les notations et le vocabulaire utilisé sont laissés volontairement à la libre appréciation de l'enseignant, qui introduira celles de son choix selon le degré de maturité et les possibilités d'abstraction de ses élèves.

Dans ce cadre on pourra aussi lier la composition de deux translations avec l'addition vectorielle.

Marquez la flèche  
Suivez la flèche  
Tracés sur papier uni (1)  
Tracés sur papier uni (2)  
Taches  
Composer des translations (1)  
Composer des translations (2)

## MARQUEZ LA FLECHE

*Outil*

Règle.

*Consigne*

Après avoir repéré, dans chacune des figures de gauche, des segments parallèles et de même longueur :

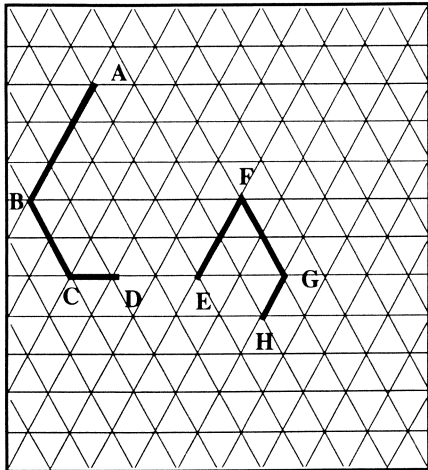
- reproduire ces segments dans la grille de droite
- caractériser à l'aide d'une flèche une translation qui transforme l'un en l'autre.

Entre nous

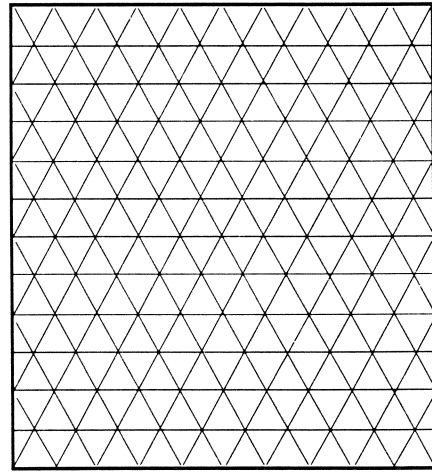
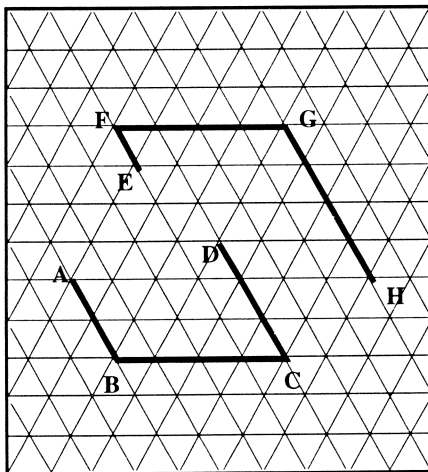
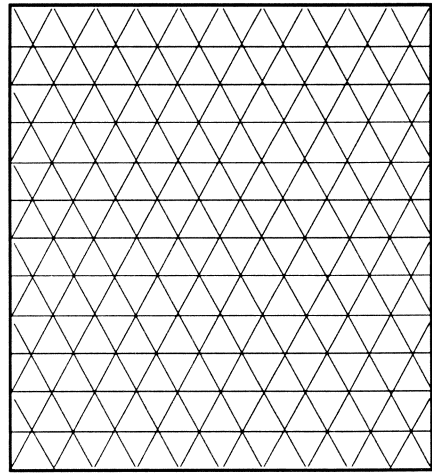
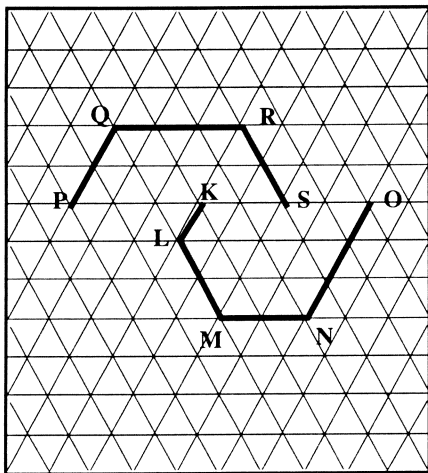
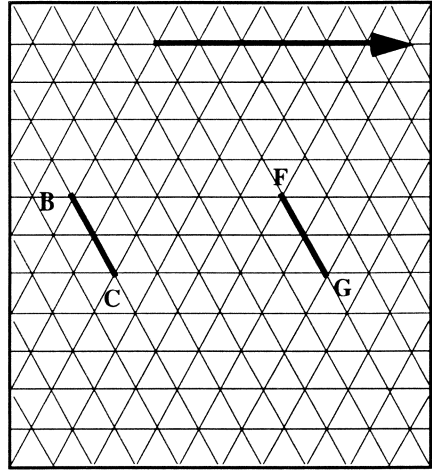
L'exemple donné en tête de chaque page devra être suffisamment commenté pour que les consignes soient claires.

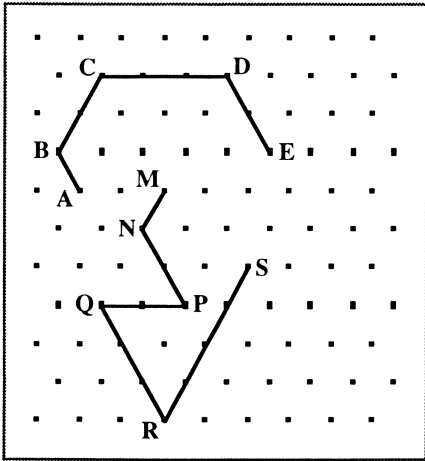
A la suite de cette activité, il sera sans doute possible d'établir un lien avec la définition du parallélogramme ou, si cette définition a déjà été donnée sous une autre forme, de dégager une propriété caractéristique.

La flèche que nous utilisons dans cette activité n'est sans doute pas encore un vecteur mais elle n'est si éloignée de ce que les plus anciens d'entre nous apprenaient à appeler un "vecteur libre" en classe de quatrième.

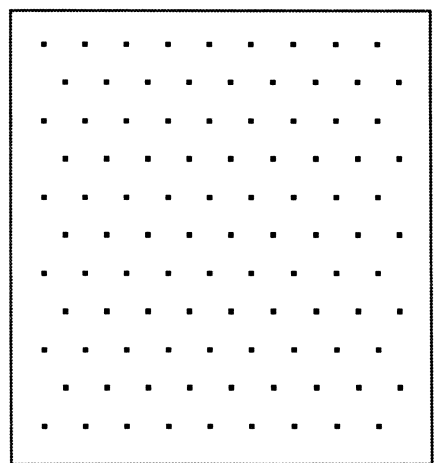
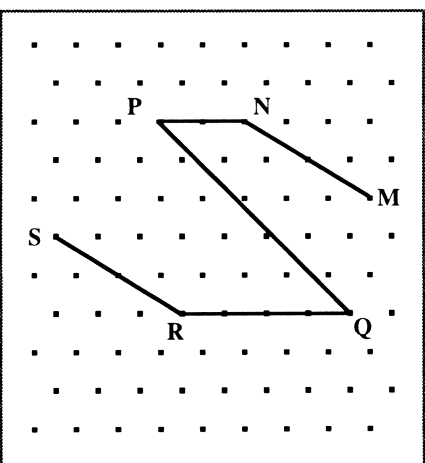
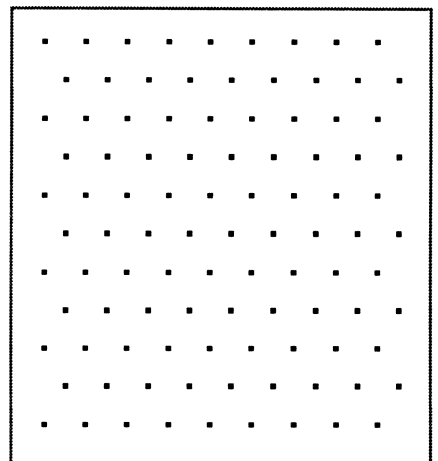
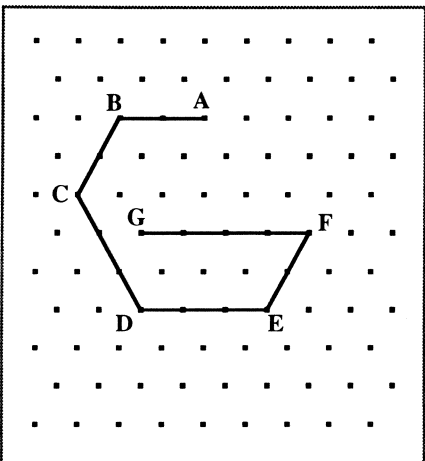
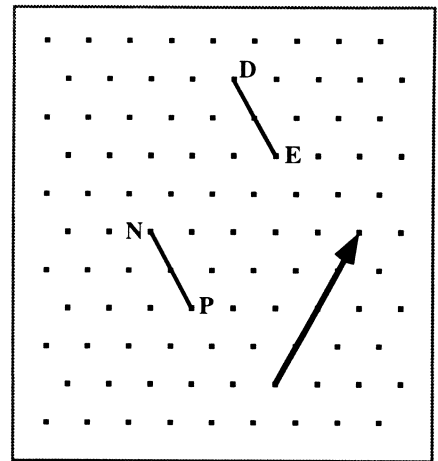


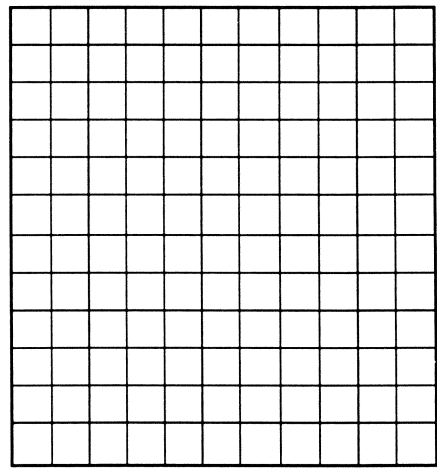
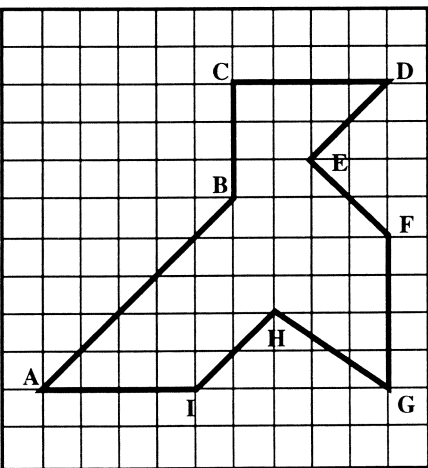
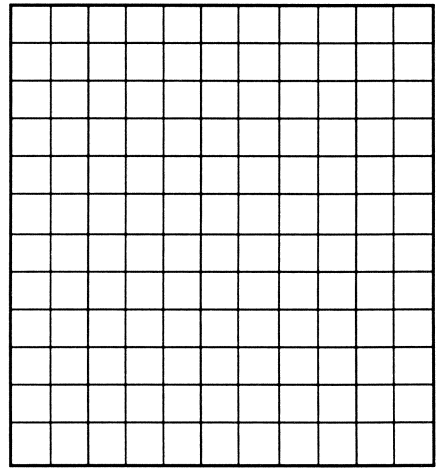
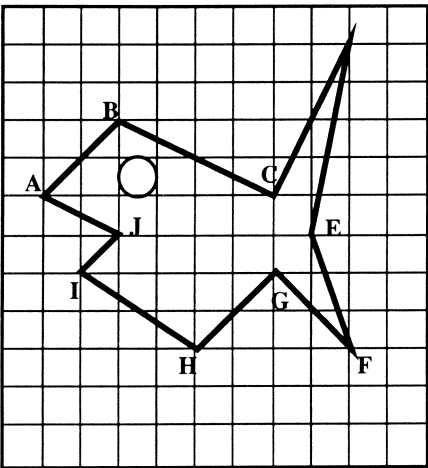
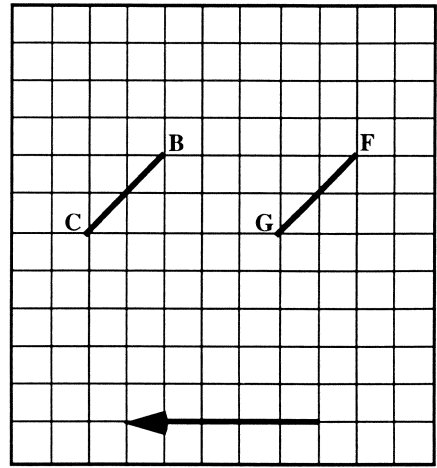
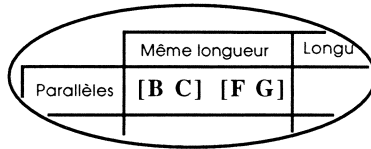
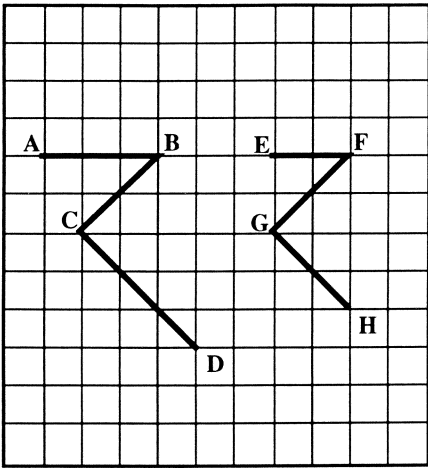
	Même longueur	Longu
Parallèles	[B C] [F G]	





	Même longueur	Longu
Parallèles	[DE] [NP]	





## SUIVEZ LA FLECHE

*Outil*

Règle.

*Consigne*

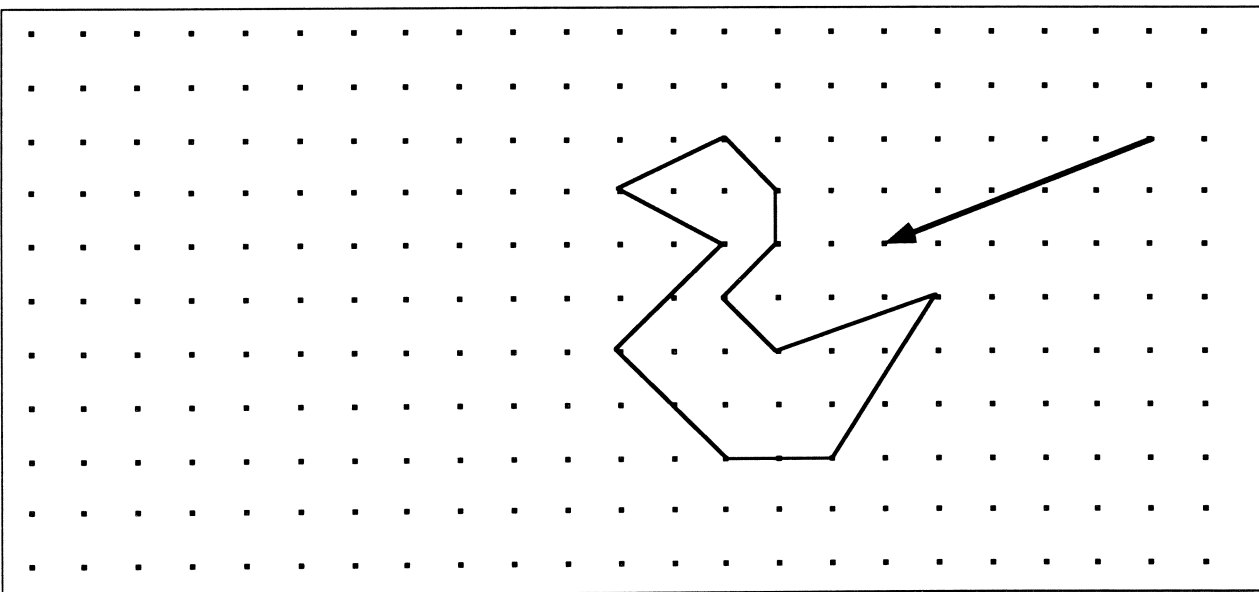
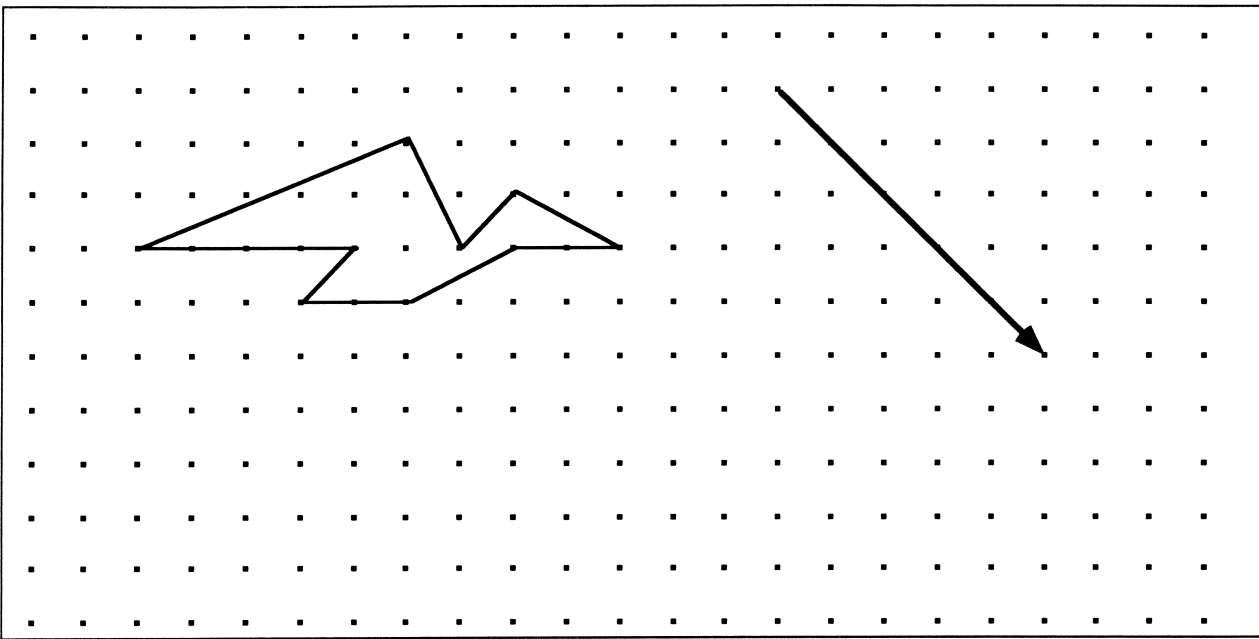
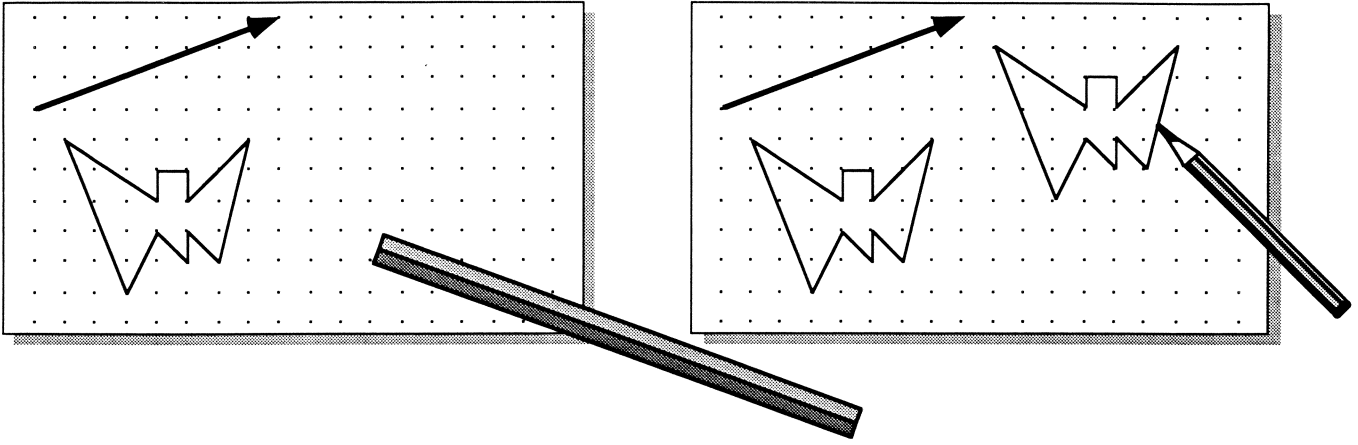
Tracer l'image de la figure donnée par la translation représentée par la flèche.

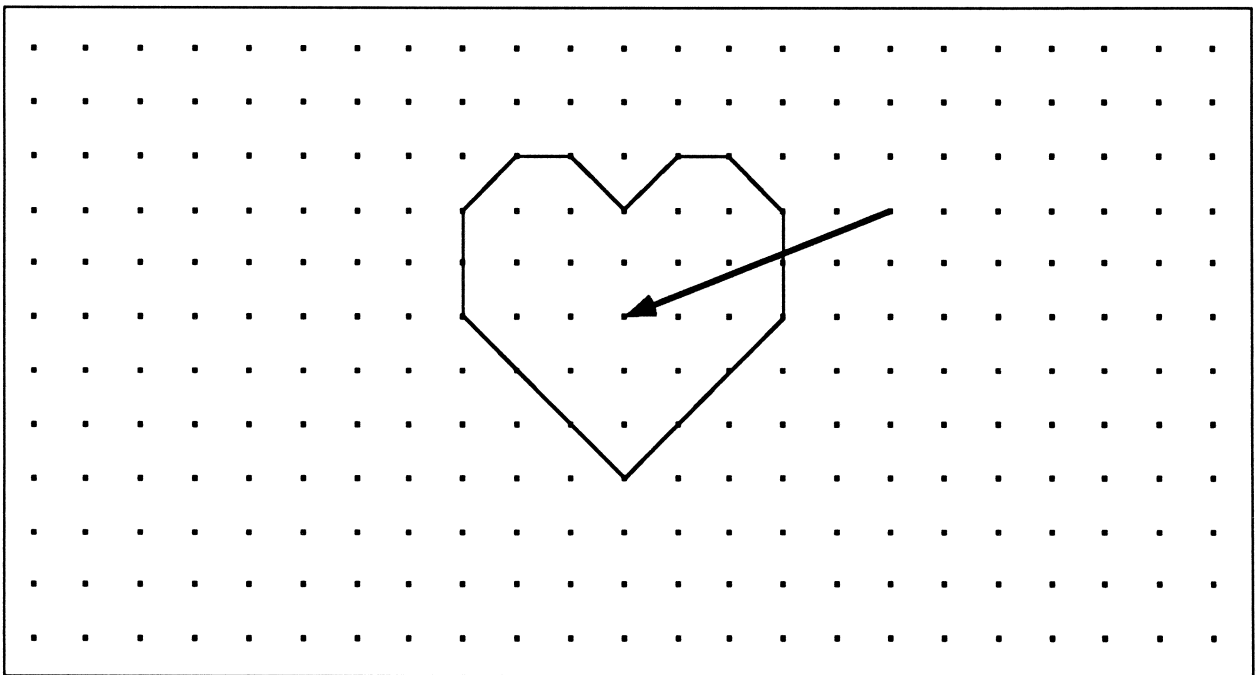
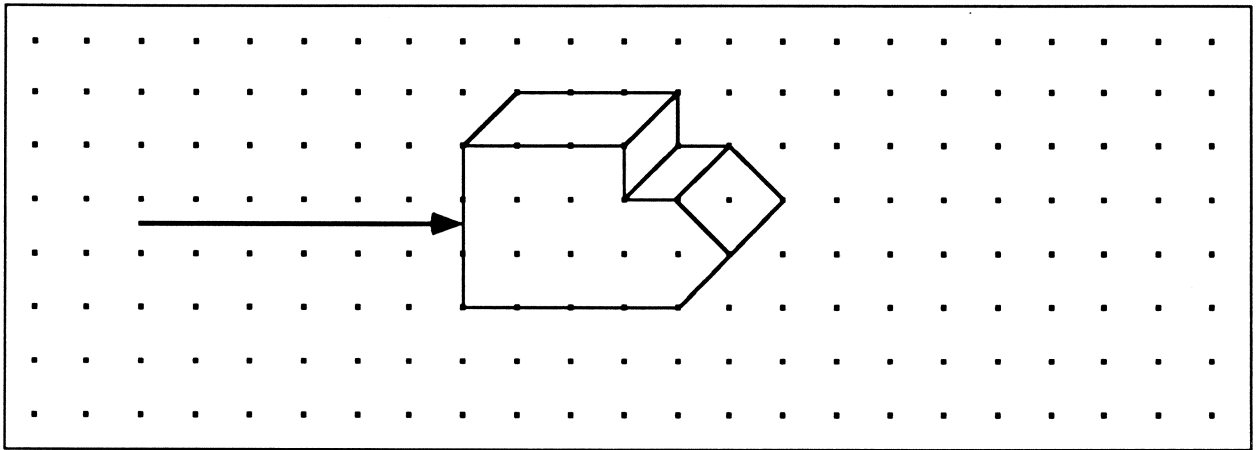
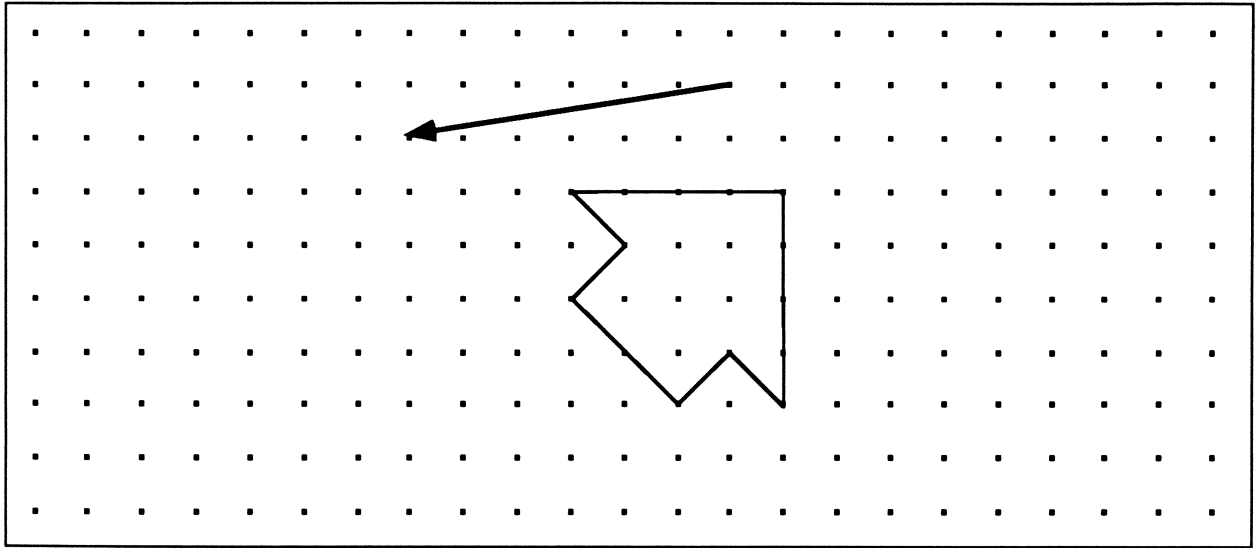
**Entre nous**

L'activité précédente nous a amenés à tracer un représentant du vecteur associé à la translation sous la forme d'une flèche. A chacun de décider si cette flèche doit (ou peut) être appelée vecteur (ou non).

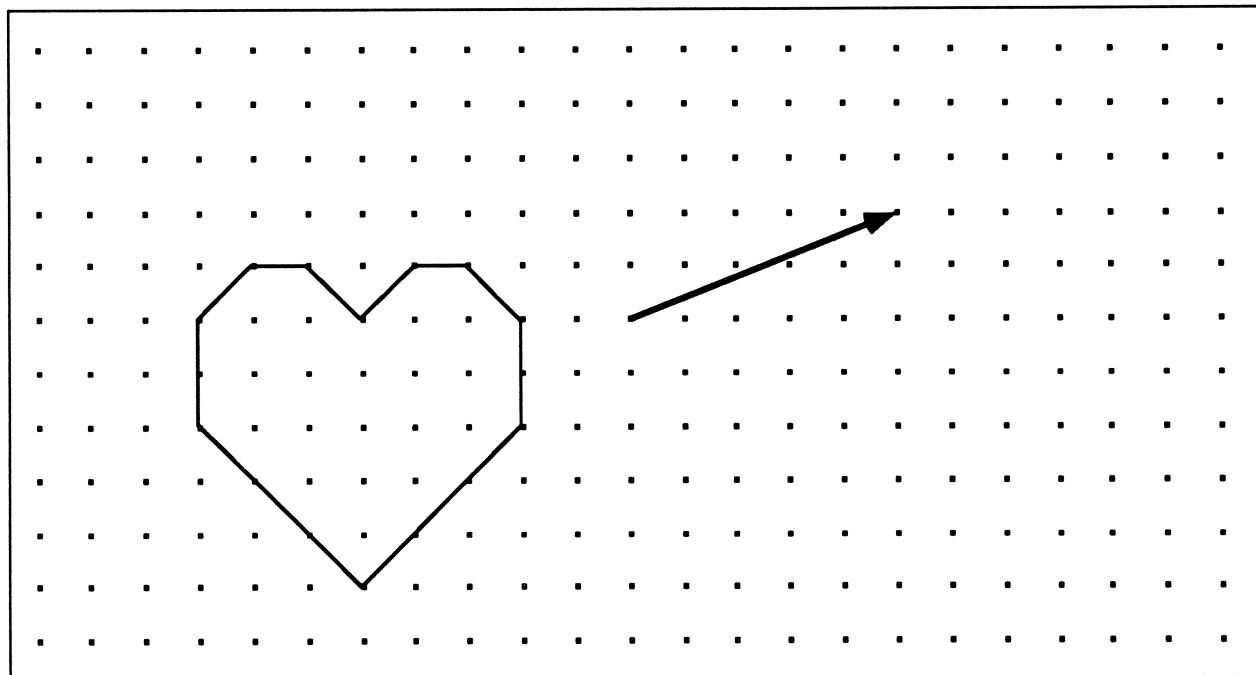
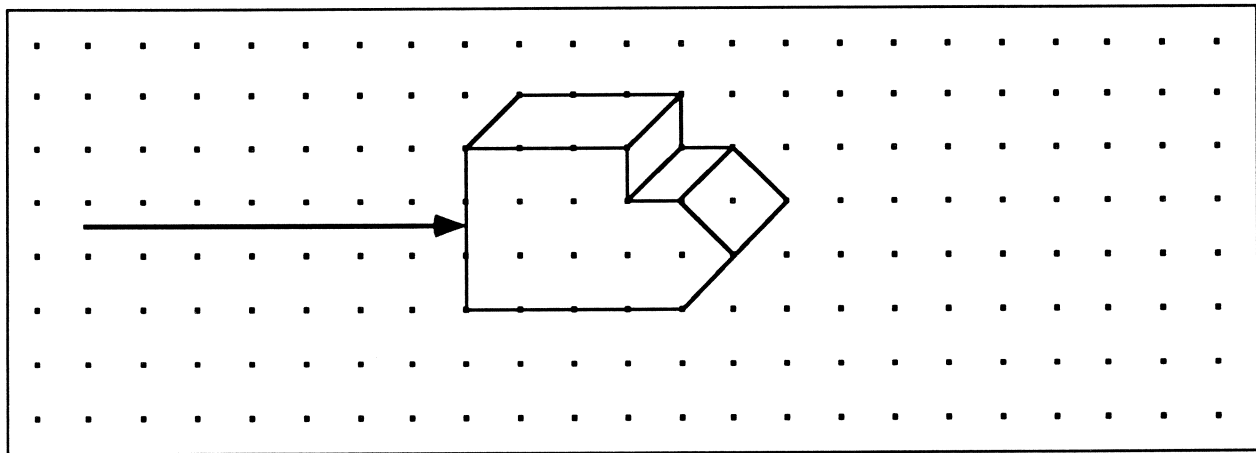
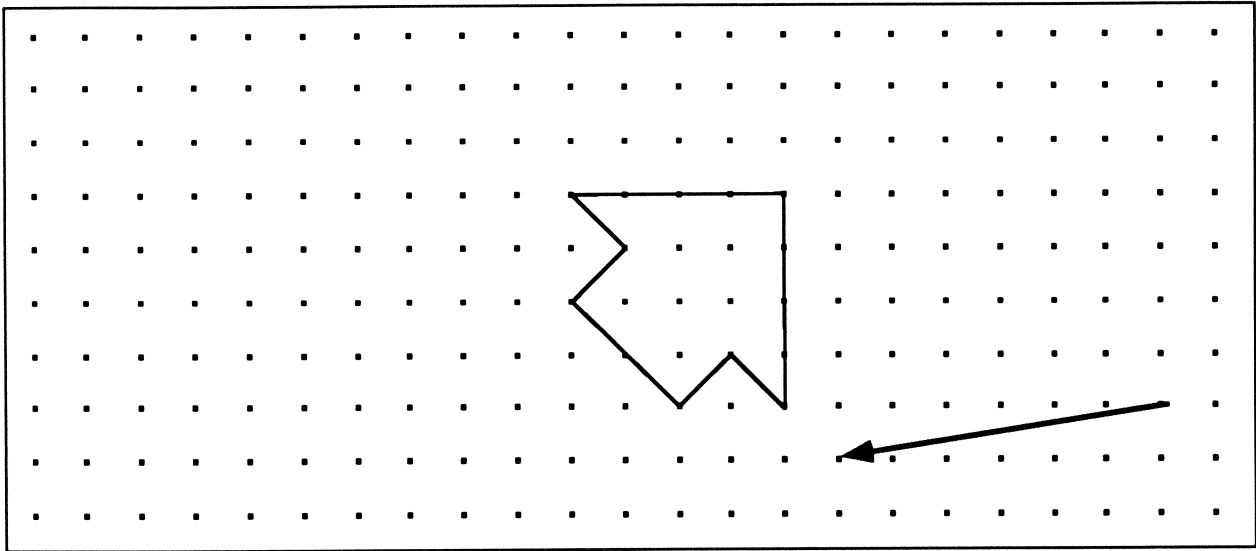
Il s'agit de découvrir une stratégie permettant de construire l'image d'une figure donnée. L'usage du papier pointé doit inciter à compter les "carreaux" et permet d'anticiper sur le repérage des vecteurs dans un repère cartésien.

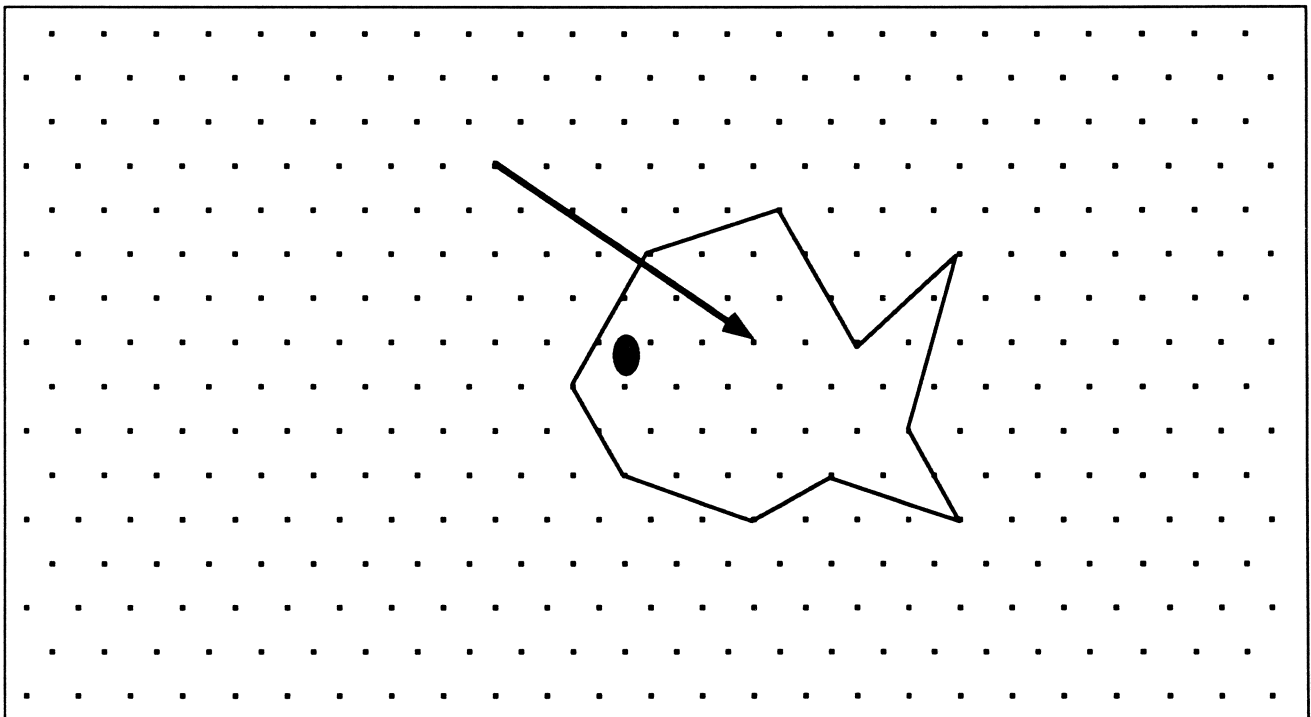
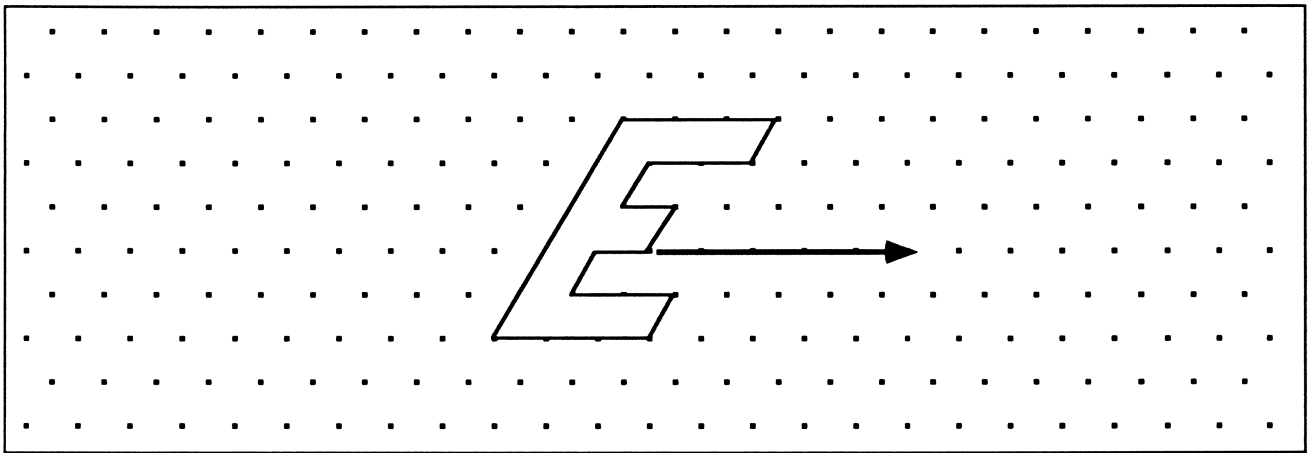
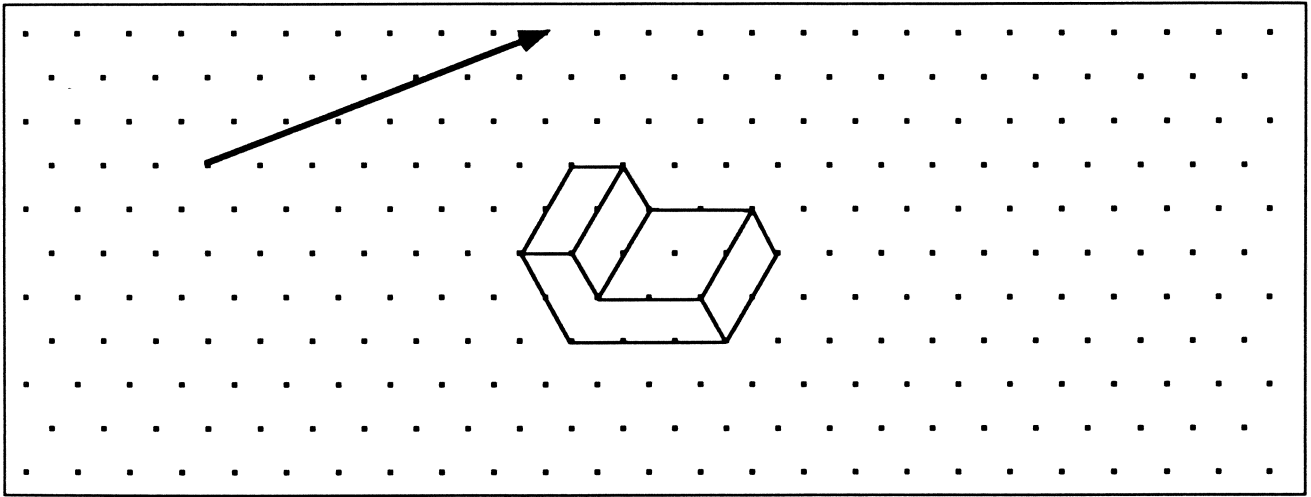
Le rapprochement de certaines figures proposées, donnera l'occasion à certains élèves de faire des propositions exploitables.

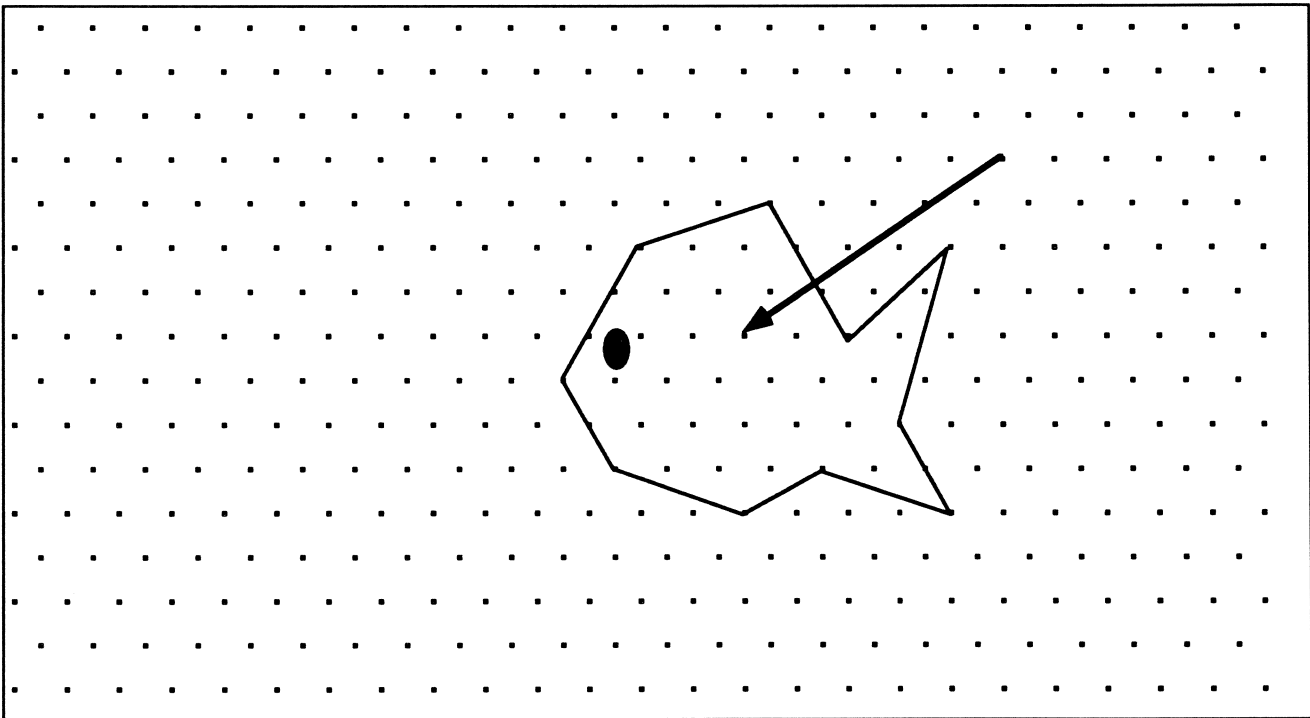
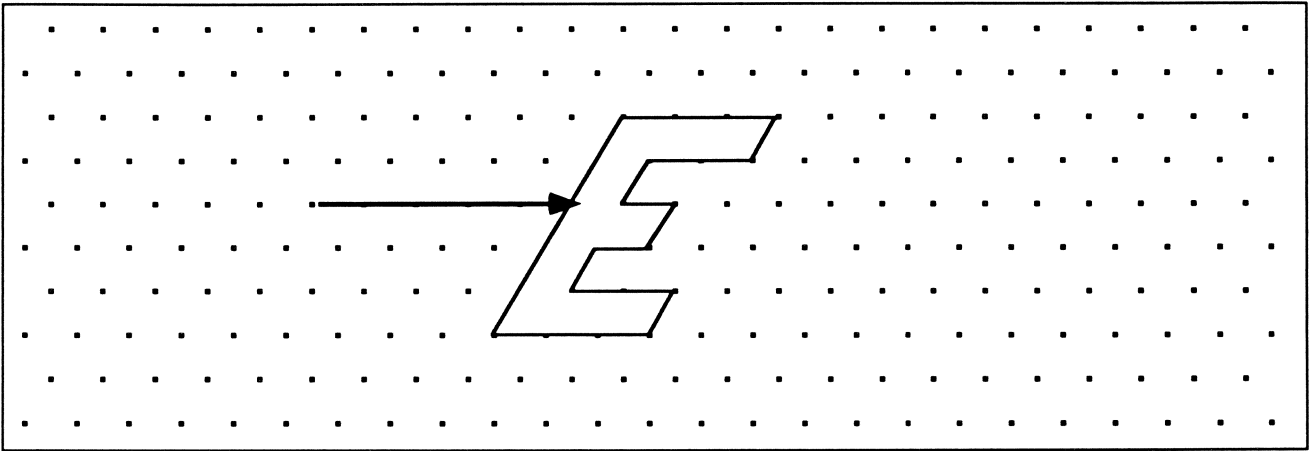
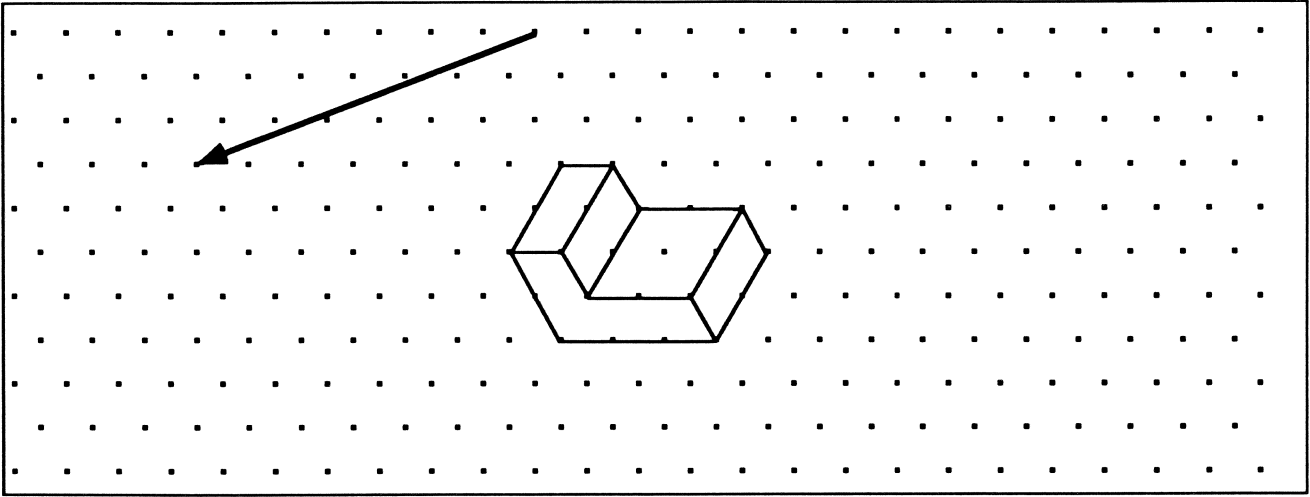












## TRACES SUR PAPIER UNI (1)

### *Outils*

Règle, équerre, compas, papier calque.

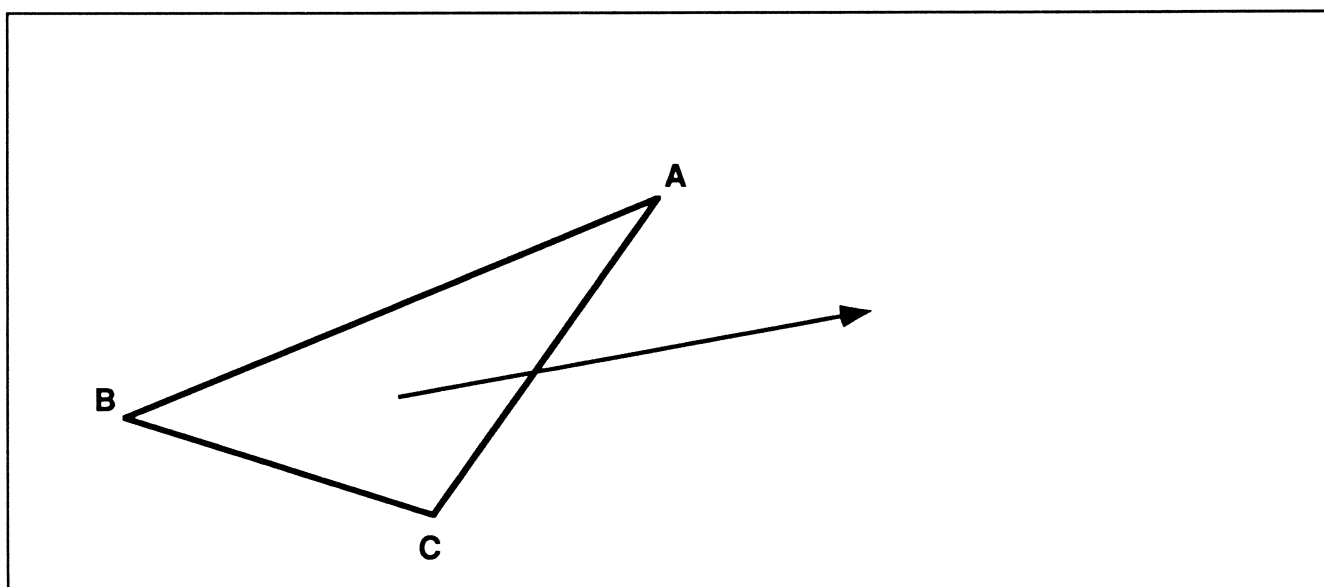
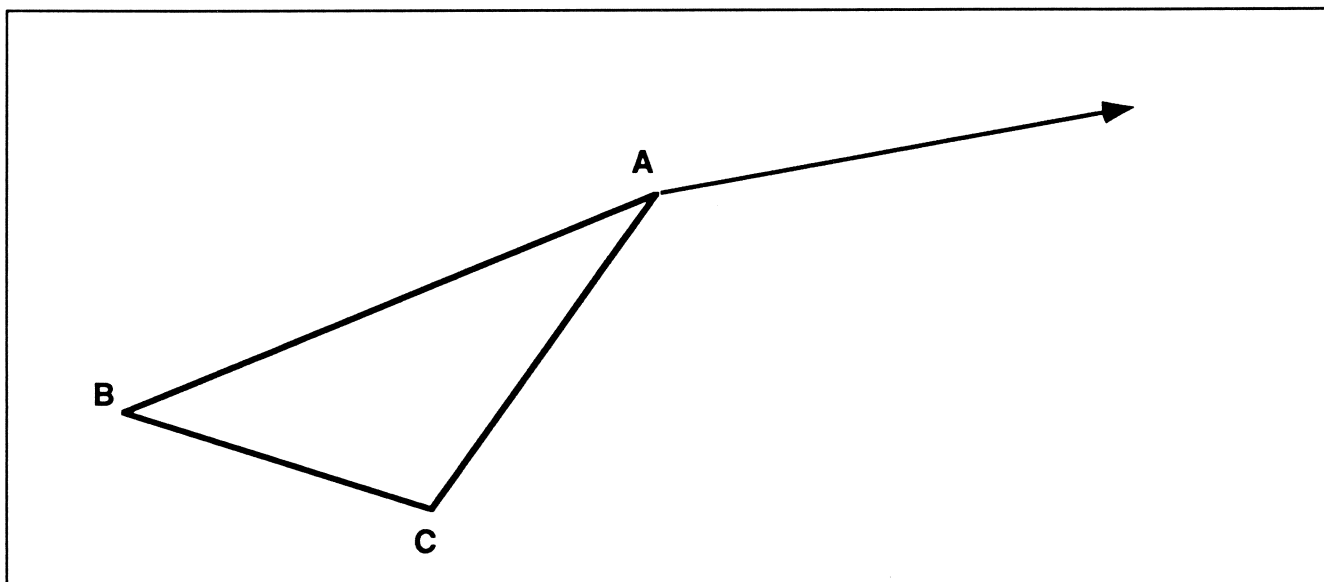
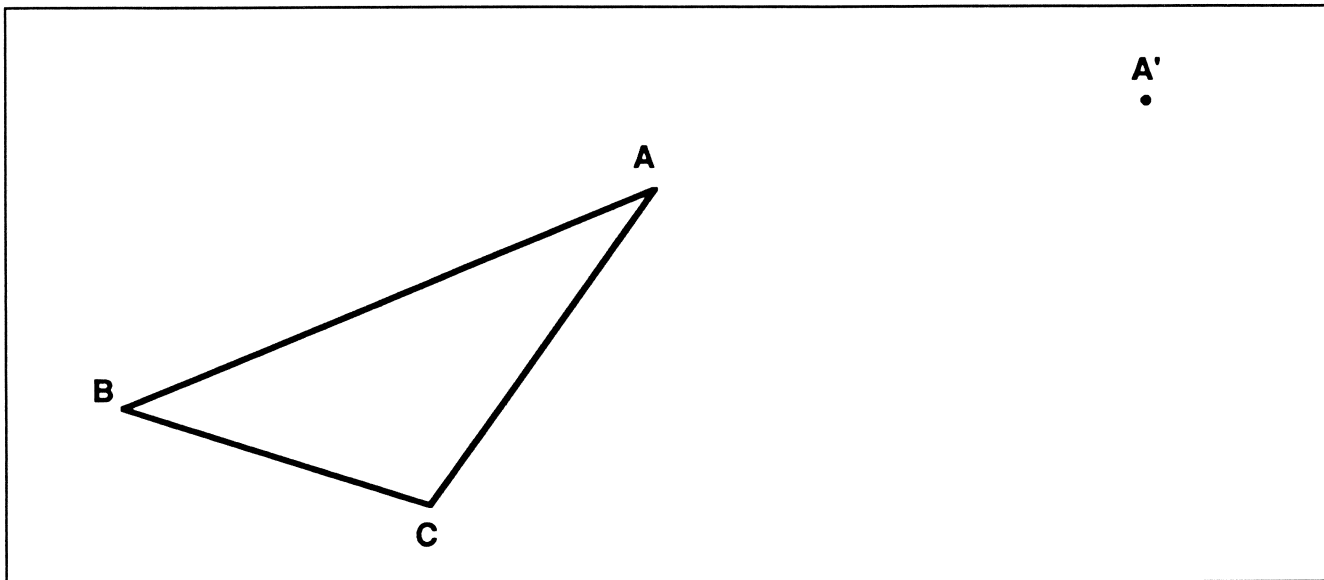
### *Consigne*

Tracer l'image de la figure donnée par la translation indiquée.

**Entre nous**

Cette activité veut montrer qu'une même translation peut être donnée par : un bipoint, un vecteur lié à la figure ou un vecteur libre par constatation de l'identité des figures obtenues (à l'aide du papier calque éventuellement).

Les notations et le vocabulaire utilisé est laissé au libre choix des enseignants.



## TRACES SUR PAPIER UNI (2)

### *Outils*

Règle, équerre, compas.

### *Consigne*

1<sup>ère</sup> partie : En n'utilisant que les instruments proposés, tracer l'image du point donné dans la translation indiquée.

2<sup>ème</sup> partie : Tracer l'image de la figure par la translation de vecteur donné.

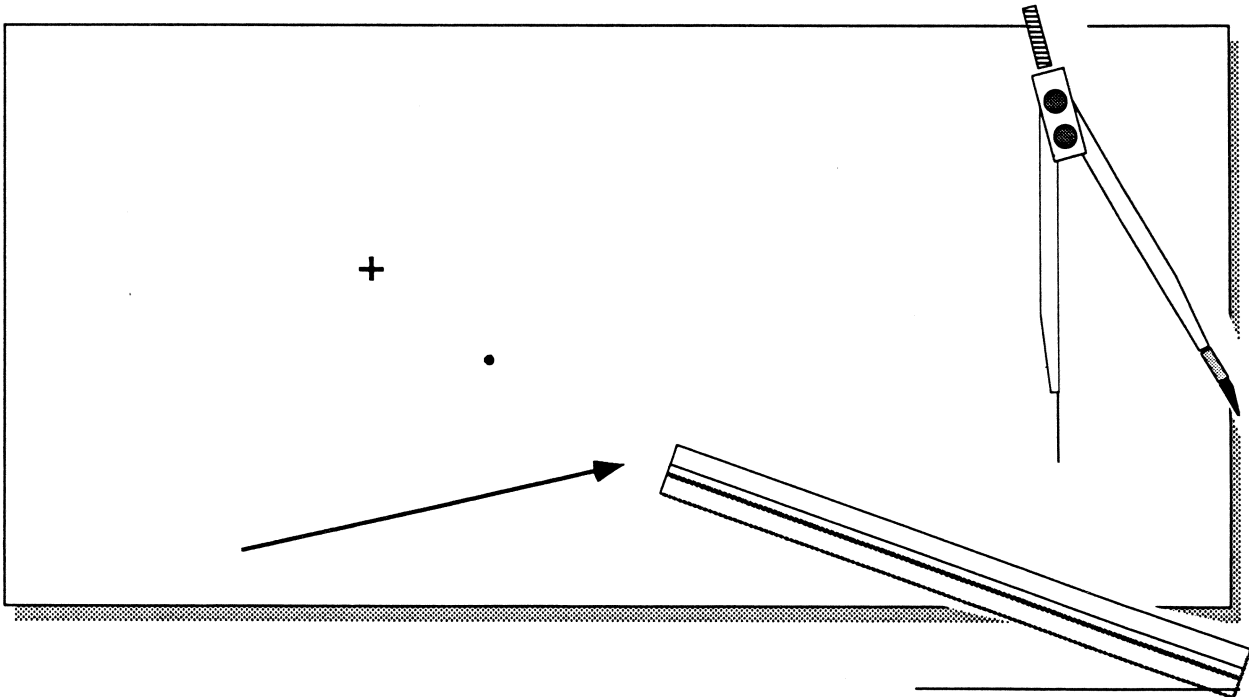
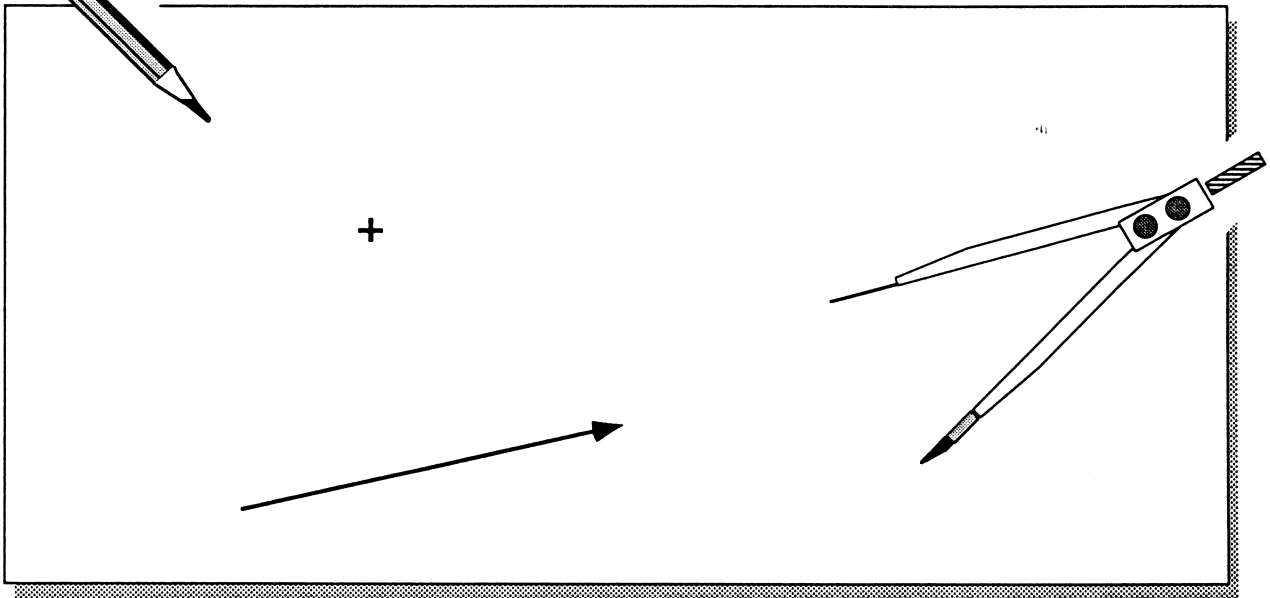
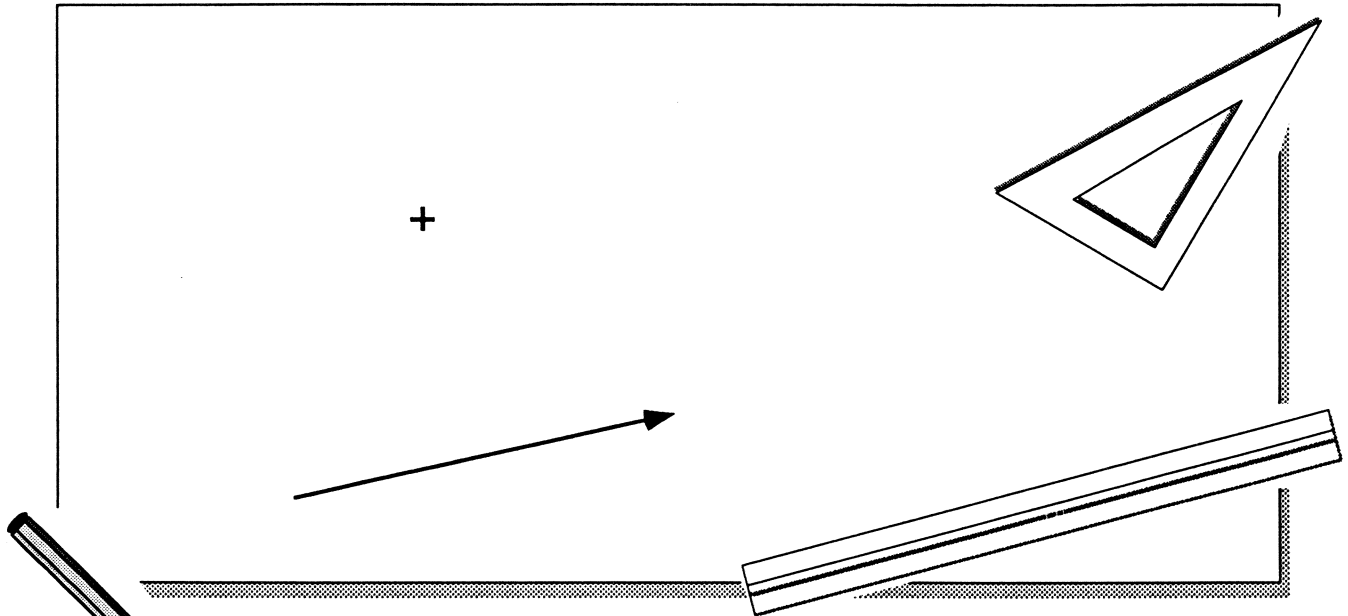
Les instruments sont laissés au libre choix de l'élève.

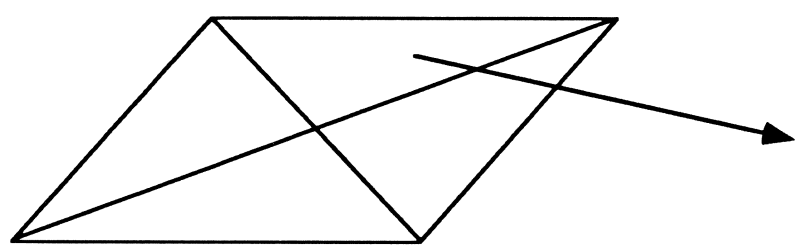
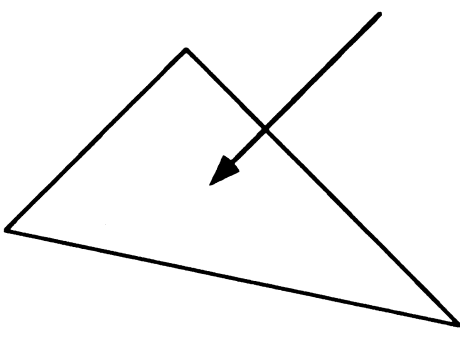
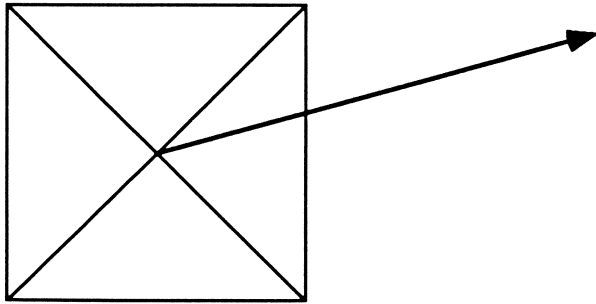
Entre nous

La première partie de cette activité doit permettre de montrer quelques uns des choix possibles pour construire l'image d'un point par une translation .

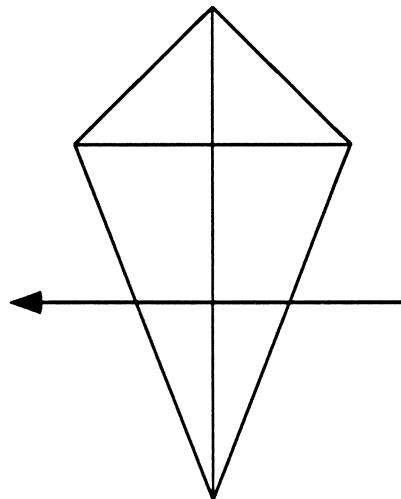
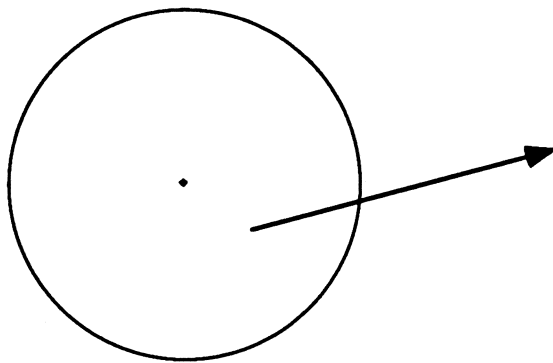
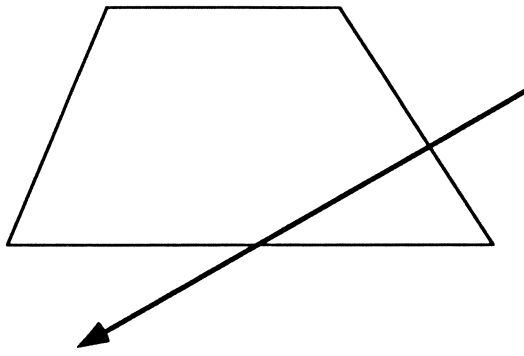
Notre introduction de la notion de translation induit une méthode de construction : droites parallèles, report de longueurs. Méthode qui n'a plus lieu d'être la seule utilisée dès qu'il devient question de travailler vite, avec précision et sur du papier blanc. Quoiqu'il en soit il s'agit toujours de construire des parallélogrammes.

Dans la deuxième partie, l'élève pourra choisir la méthode qui lui paraît la plus performante ou la plus agréable...









## TACHES

### *Outils*

Tous.

### *Consigne*

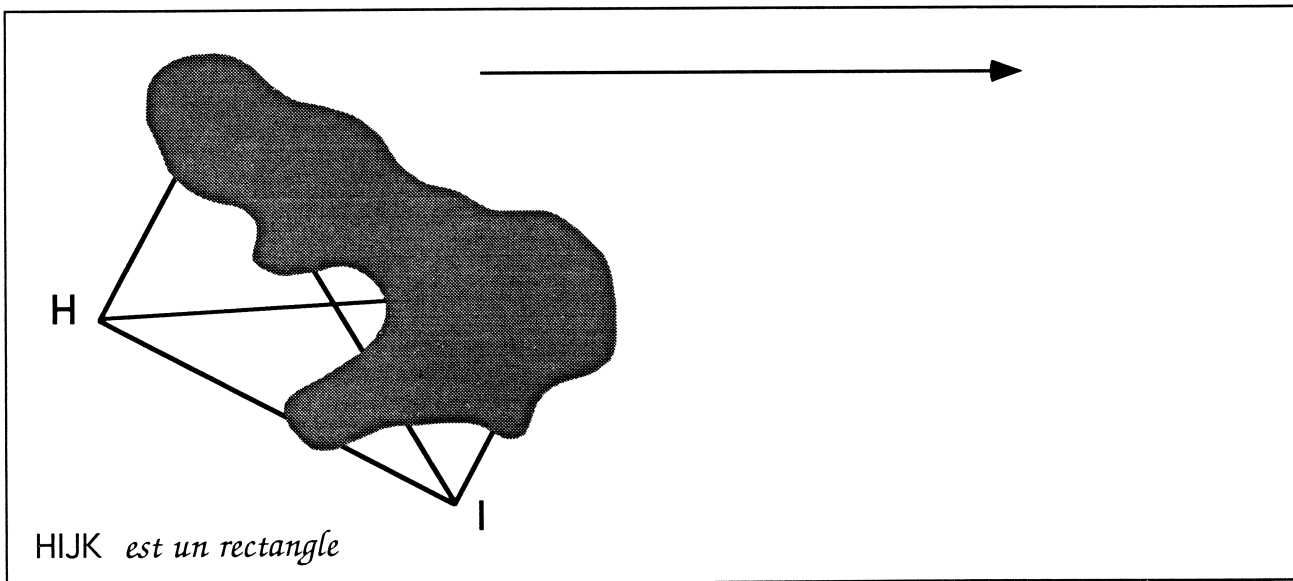
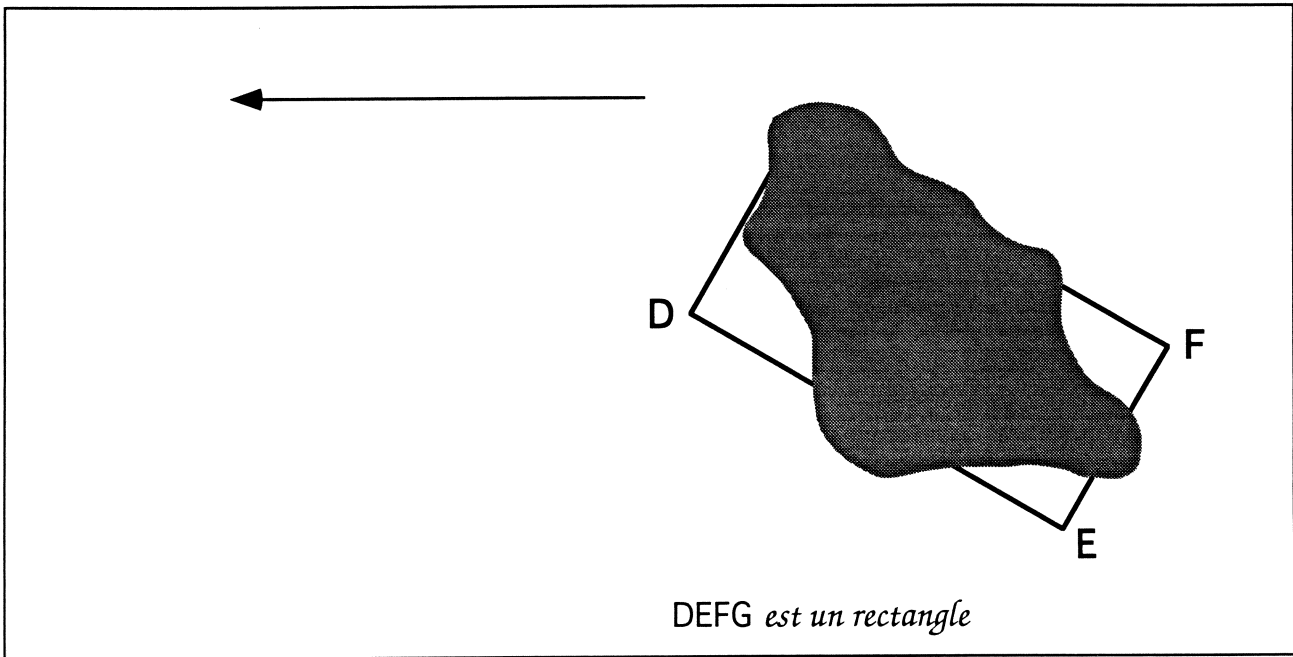
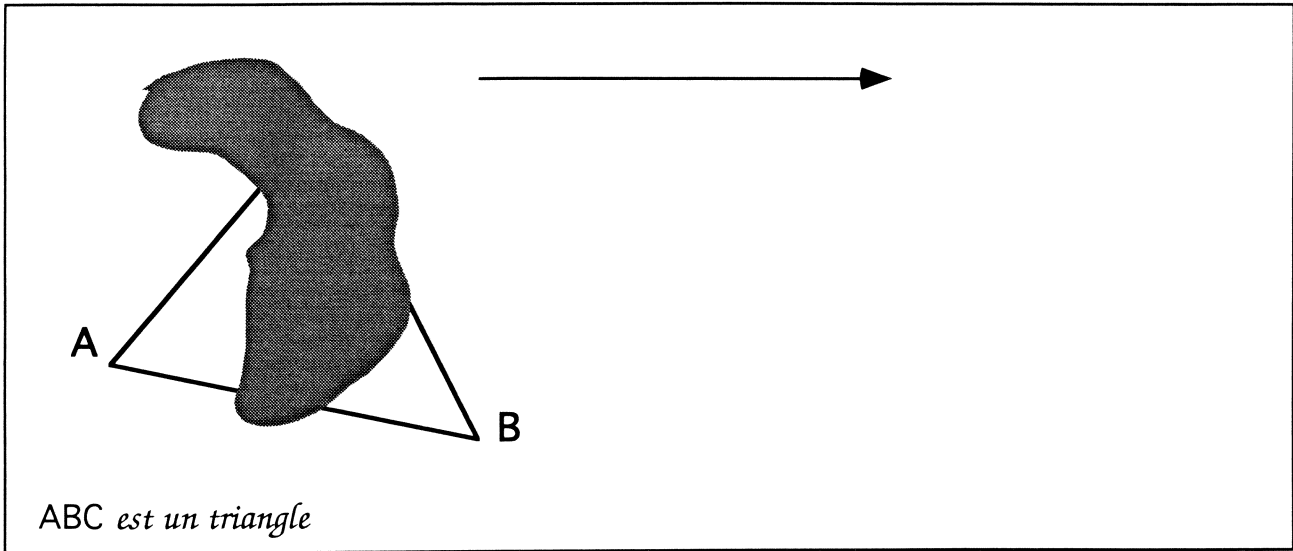
Tracer l'image de la figure tachée dans la translation de vecteur donné.

**Entre nous**

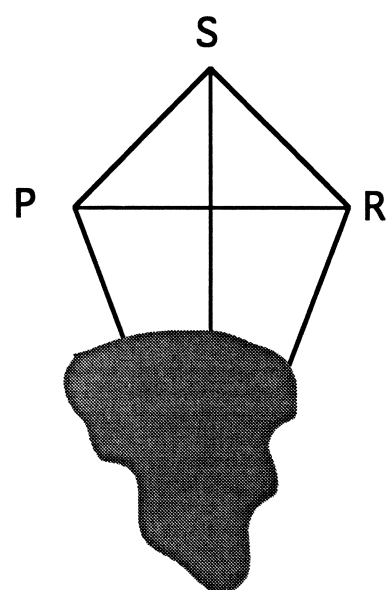
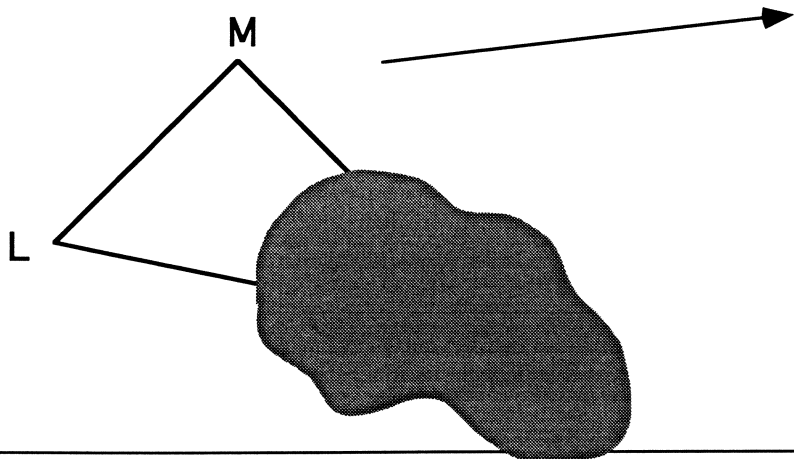
Cette activité donnera l'occasion de réaffirmer toutes les propriétés des translations : conservation des longueurs, des angles, du parallélisme, de l'orthogonalité ... etc

Il faudra bien sur refuser fermement les solutions s'appuyant sur un tracé "sur" la tache.

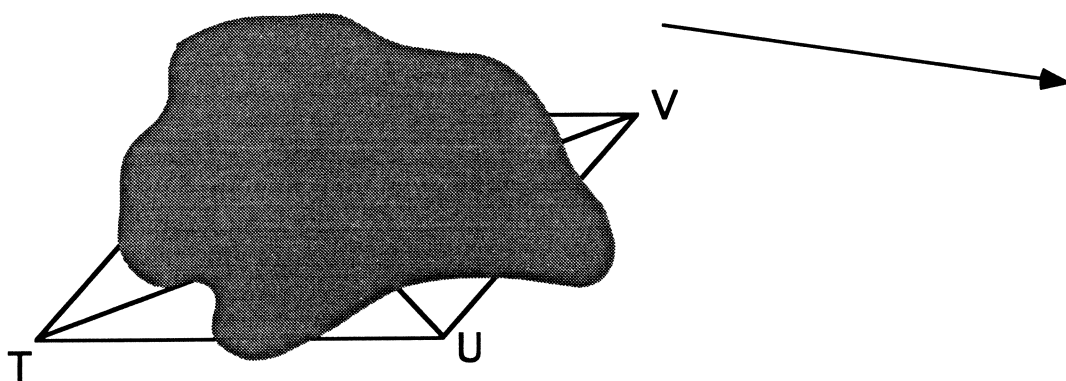
En revanche il est souhaitable de laisser une grande liberté dans le choix de la méthode quitte à faire un bilan et une critique en fin d'activité.



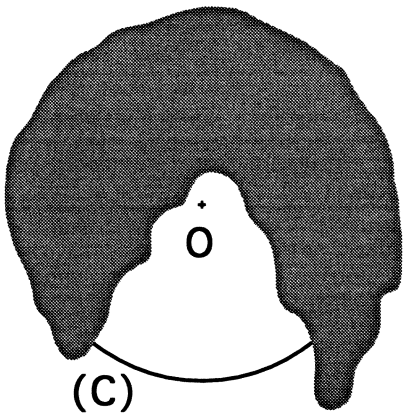
*LMN est un triangle rectangle en M*



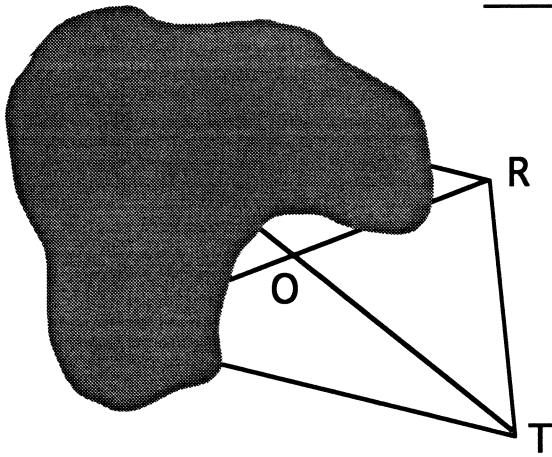
*PQRS est un "cerf-volant" (ou rhomboïde)*



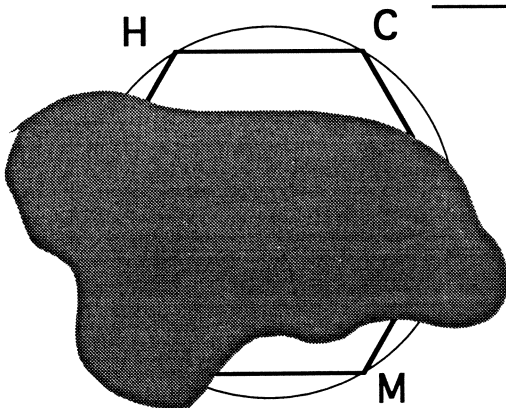
*TUVW est un parallélogramme*



(C) est un cercle de centre O



TRUC est un parallélogramme de centre O



MACHIN est un hexagone régulier

## COMPOSER DES TRANSLATIONS (1)

### *Outils*

Tous et papier calque.

### *Consigne*

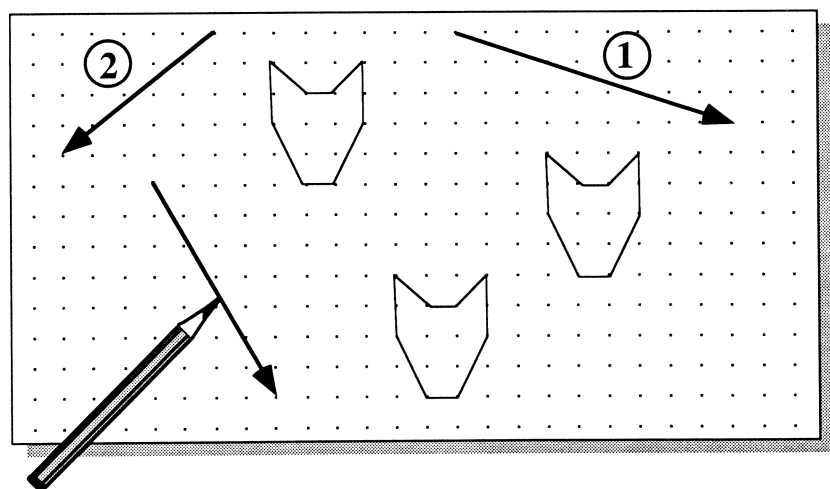
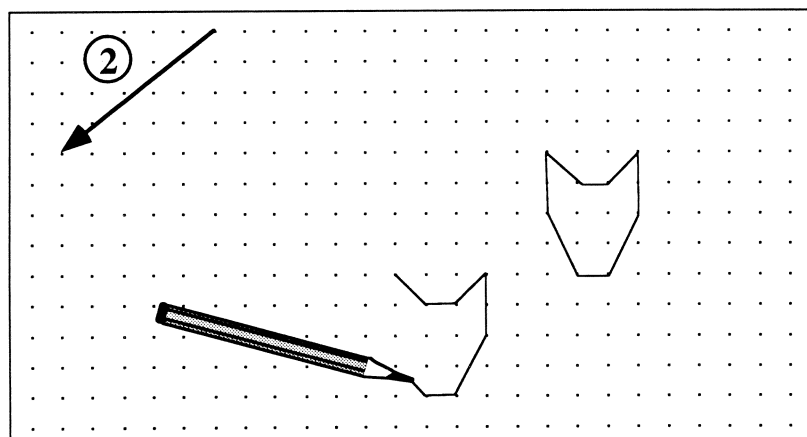
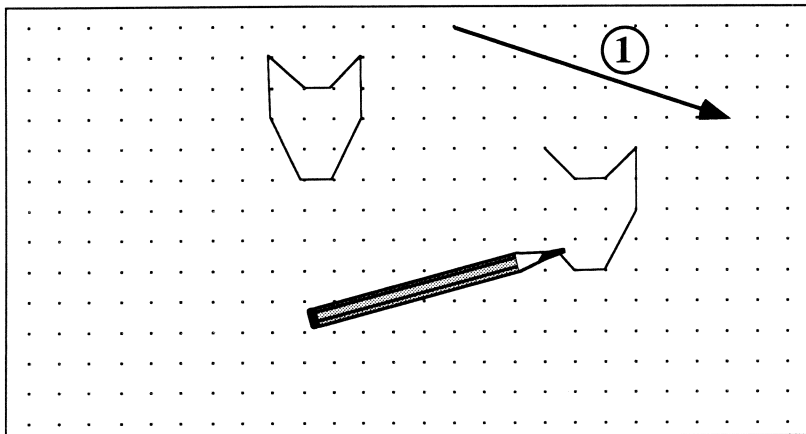
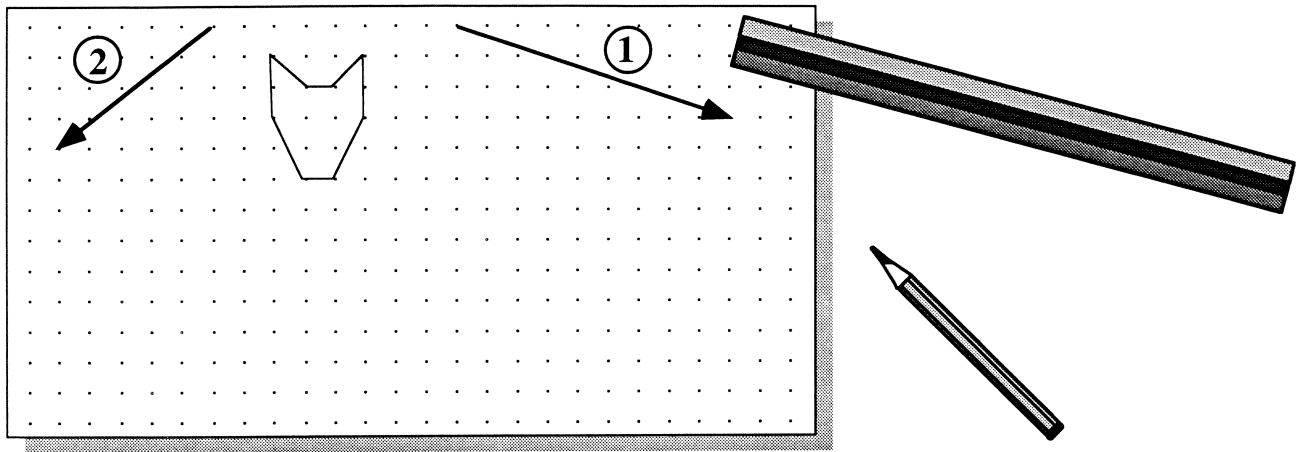
Tracer l'image de la figure donnée par la translation marquée ①; puis l'image de la figure obtenue dans la translation marquée ②.

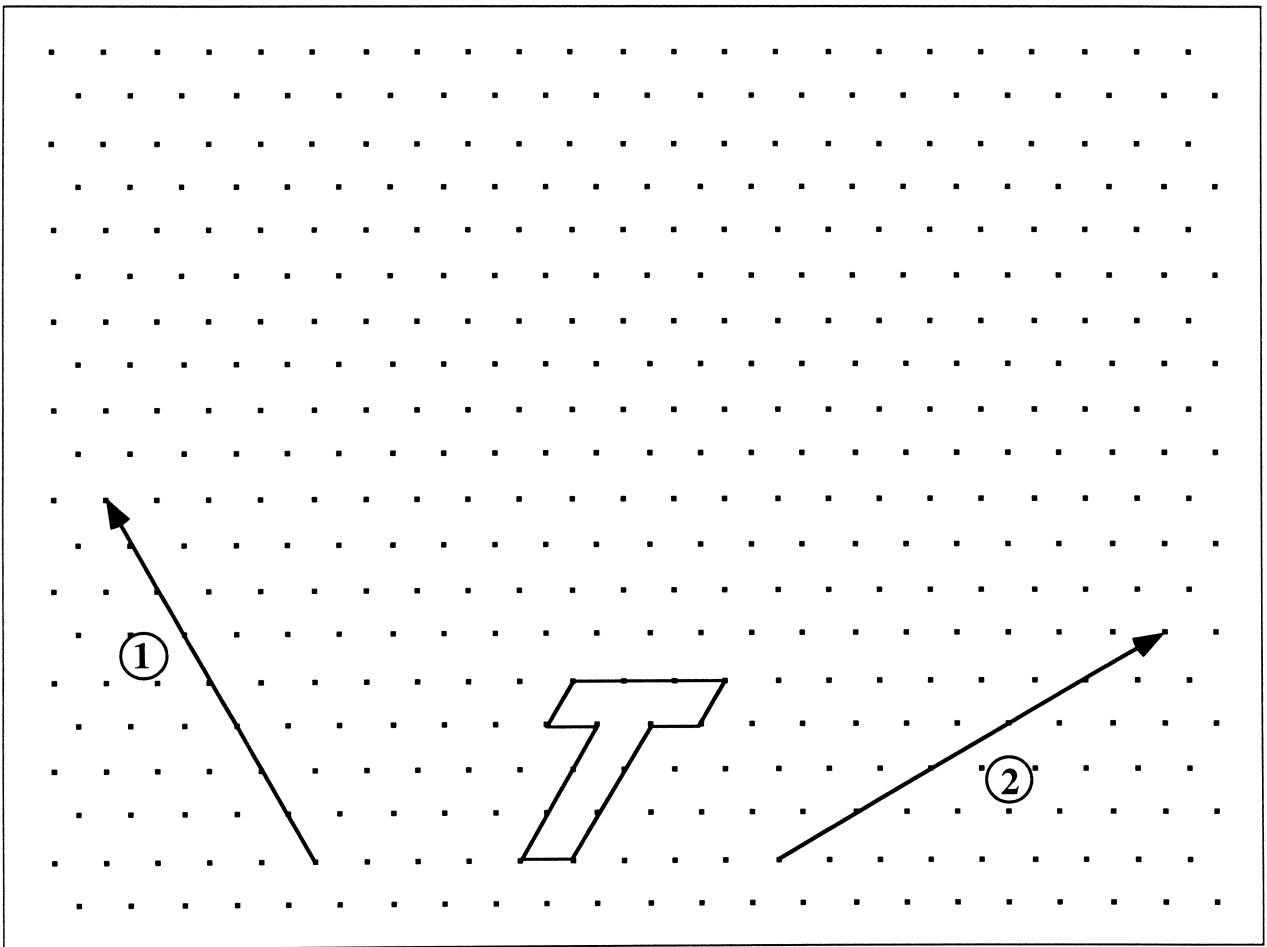
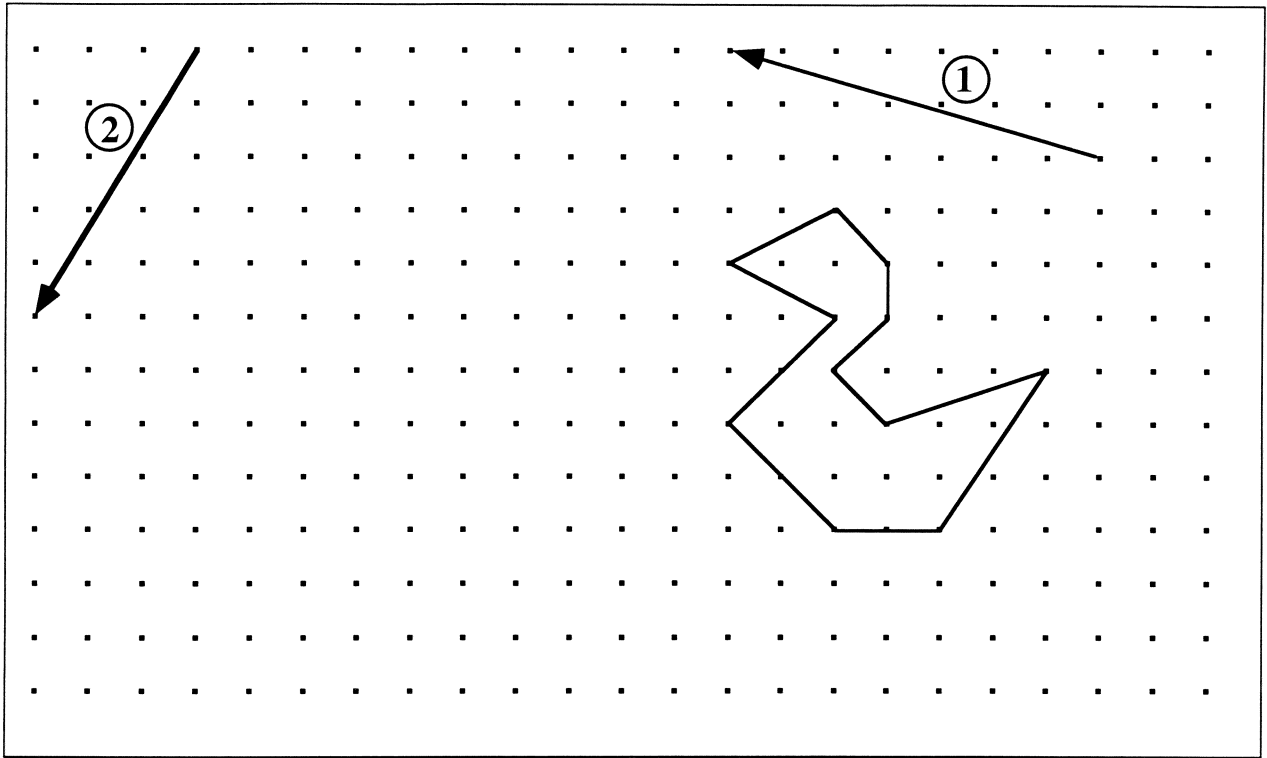
**Entre nous**

Le document ci-contre ne prétend pas remplacer une explication orale mais après tout : "*un bon dessin vaut ....*" et il peut aider certains à comprendre comment composer deux translations.

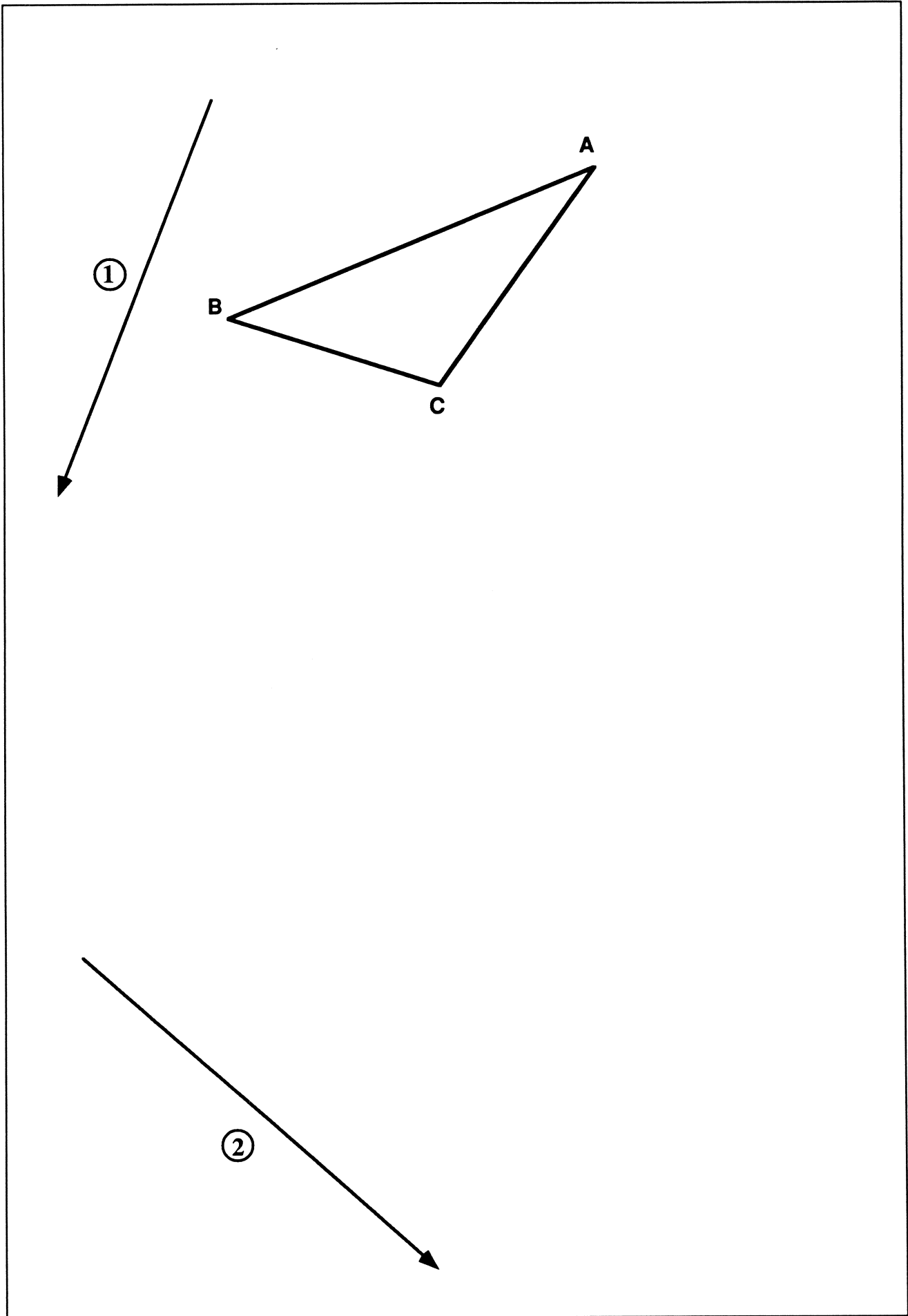
Cette activité sera l'occasion d'aborder :

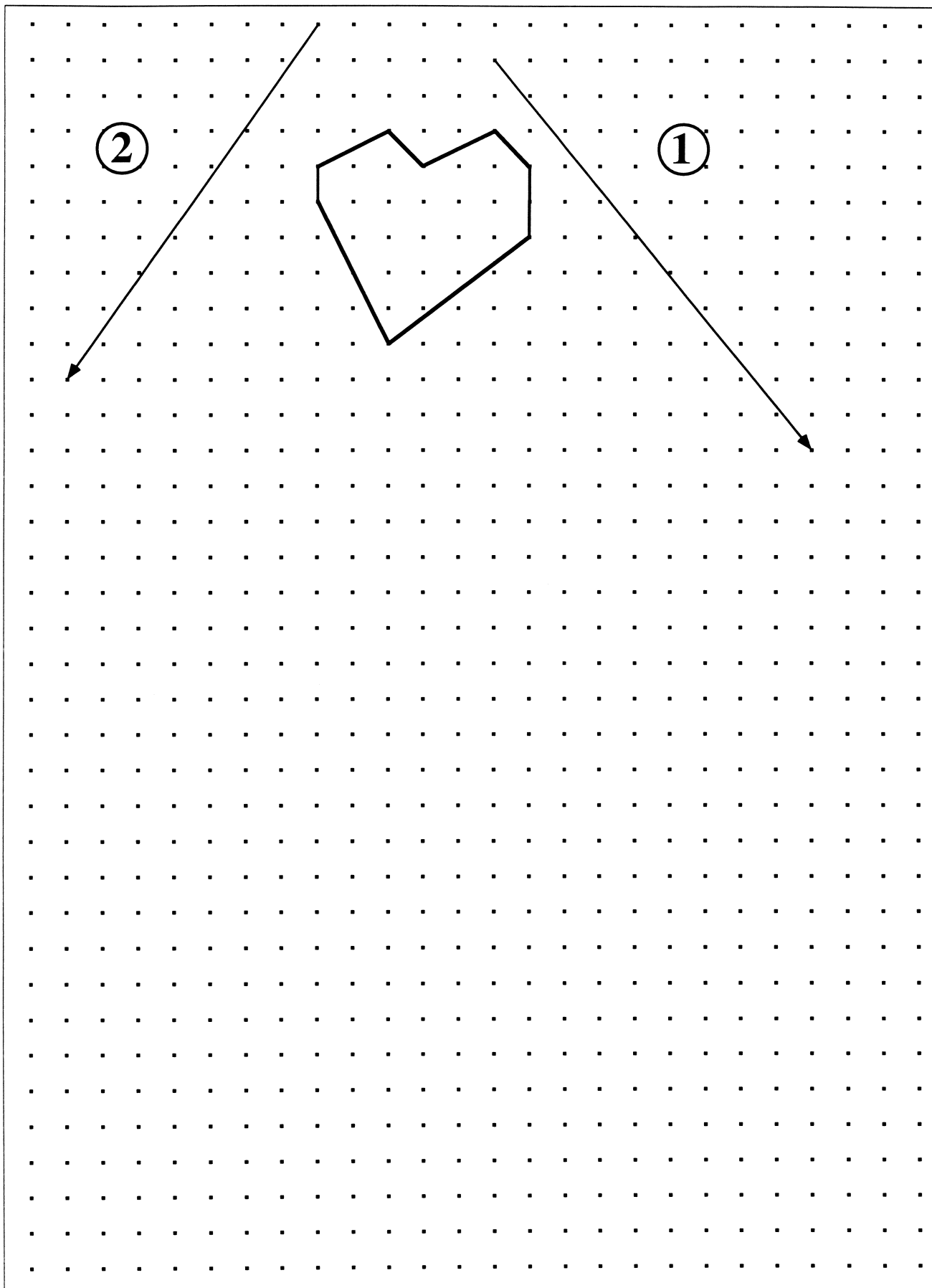
- la commutativité de l'opération composition des translations
- la translation composée (on pourra d'ailleurs tracer le vecteur qui la caractérise).

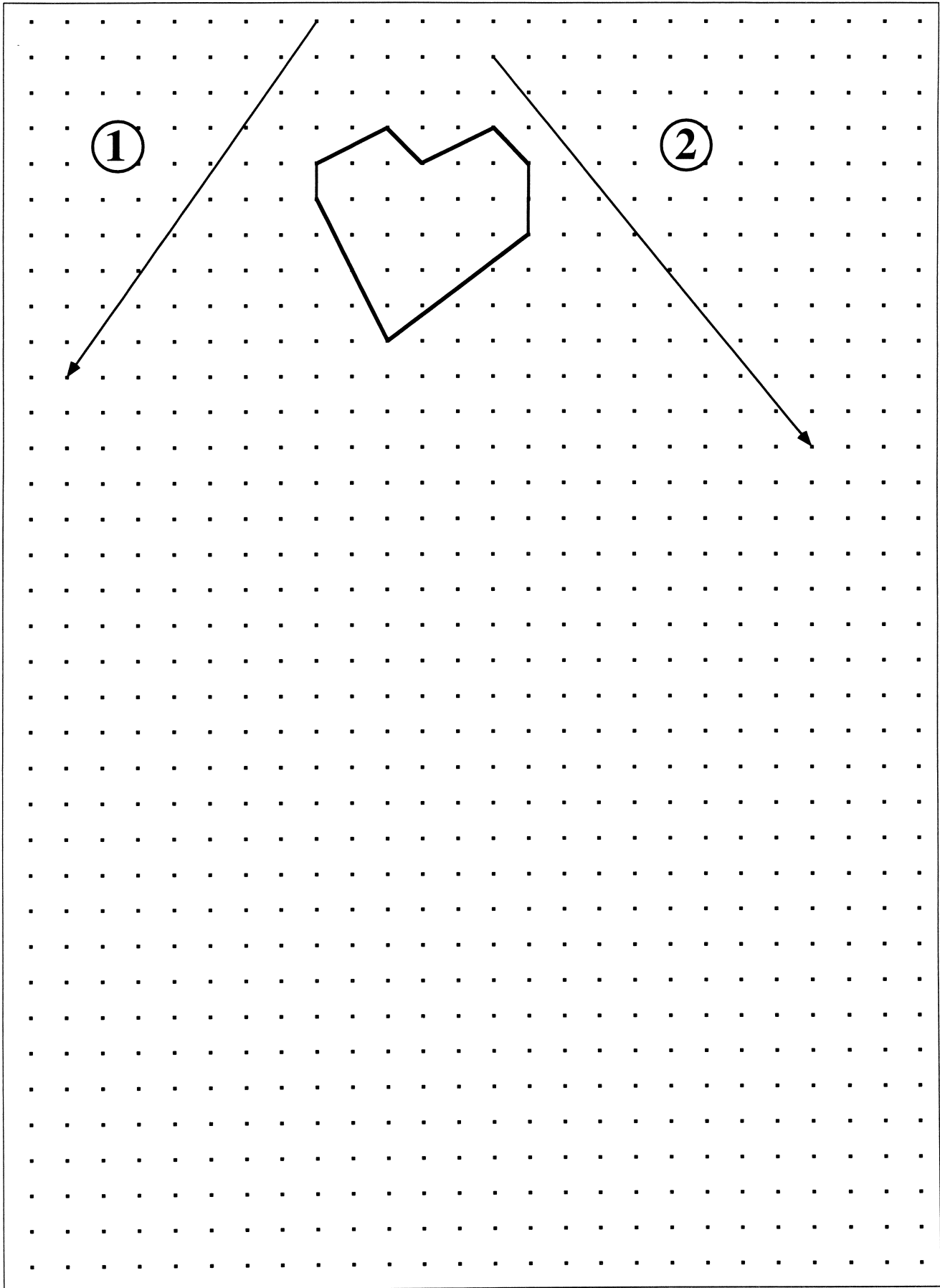


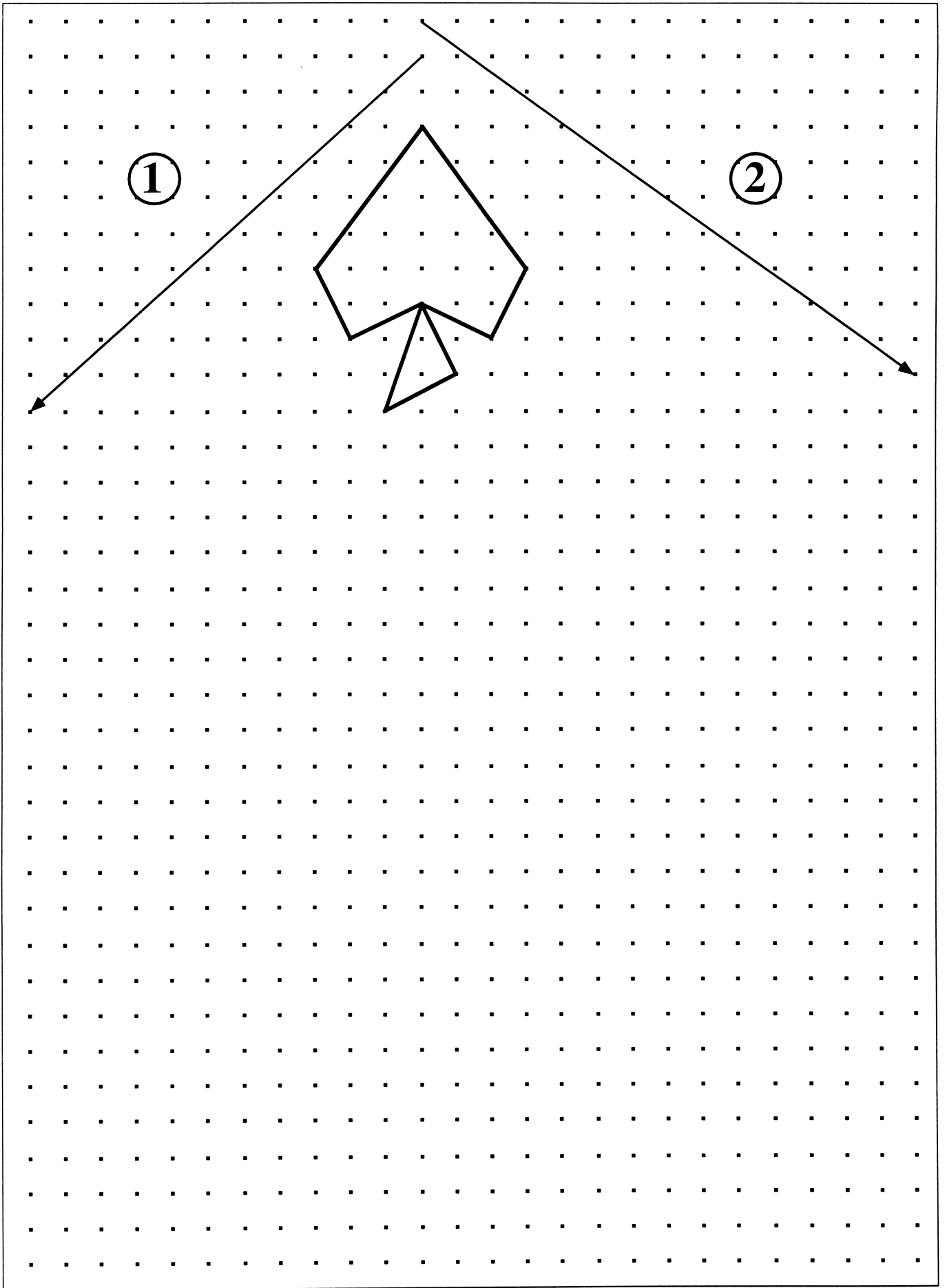


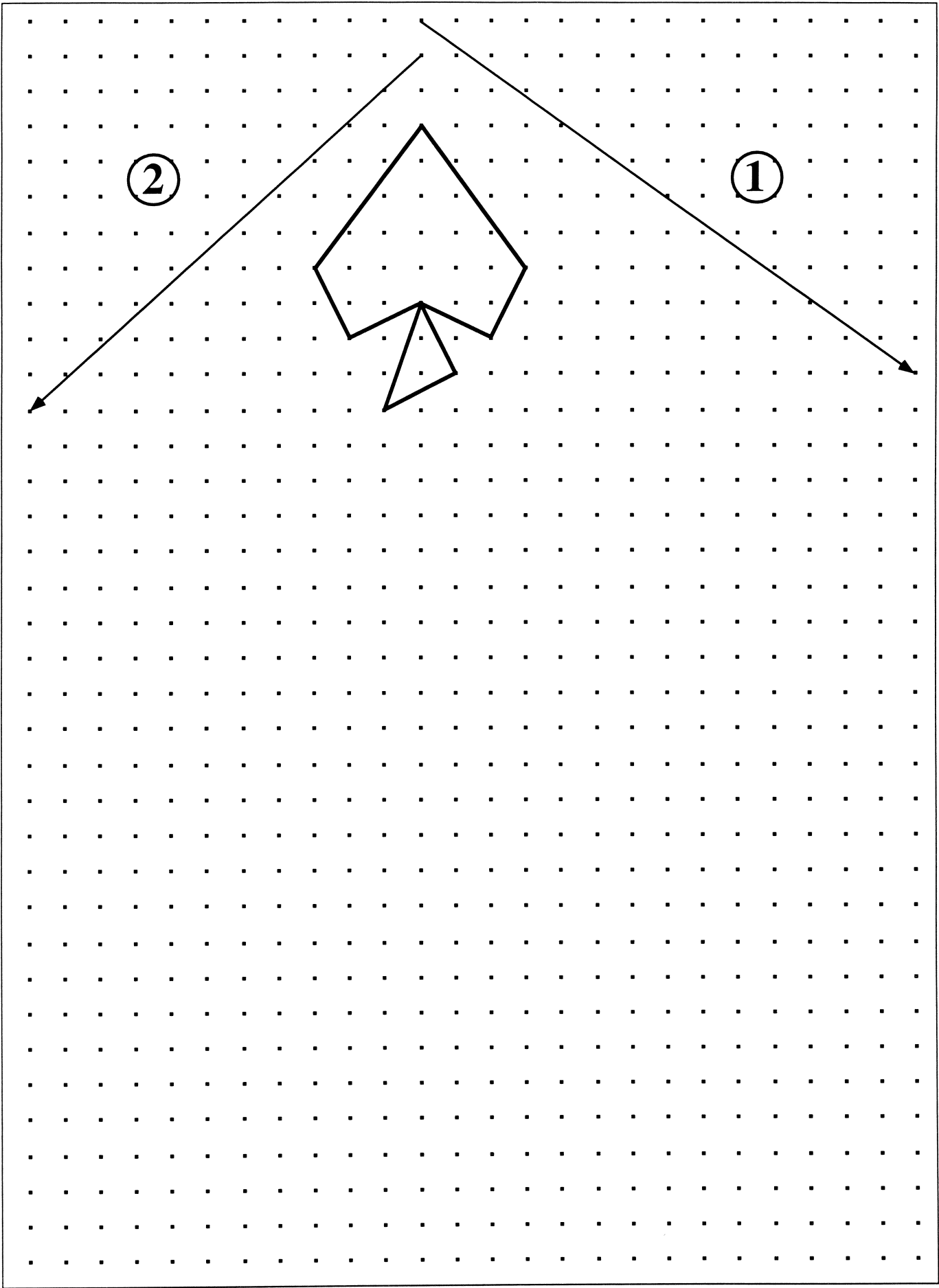












## COMPOSER DES TRANSLATIONS (2)

*Outils*

Tous.

*Consigne*

Tracer l'image de la figure donnée par la translation composée.

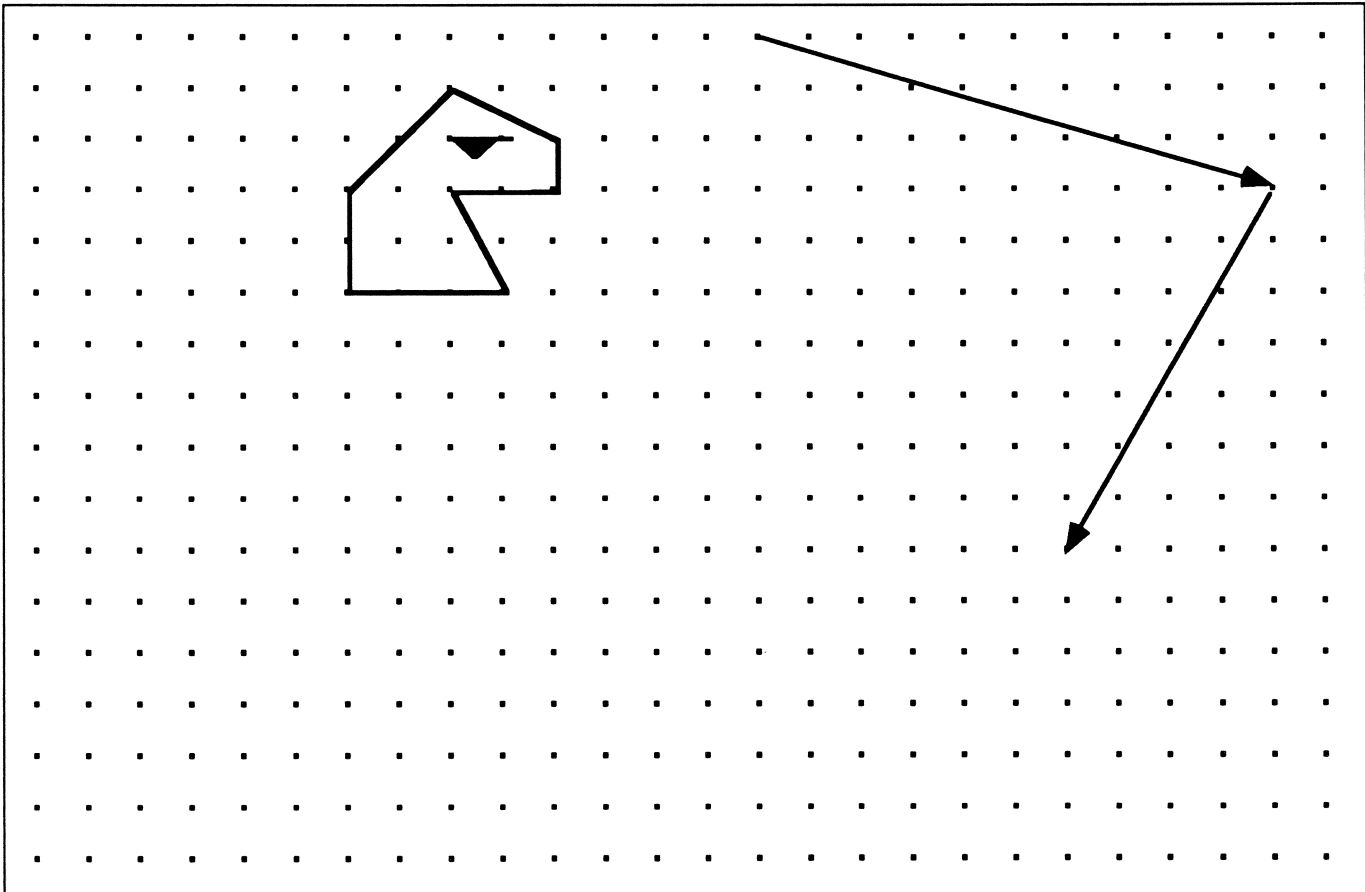
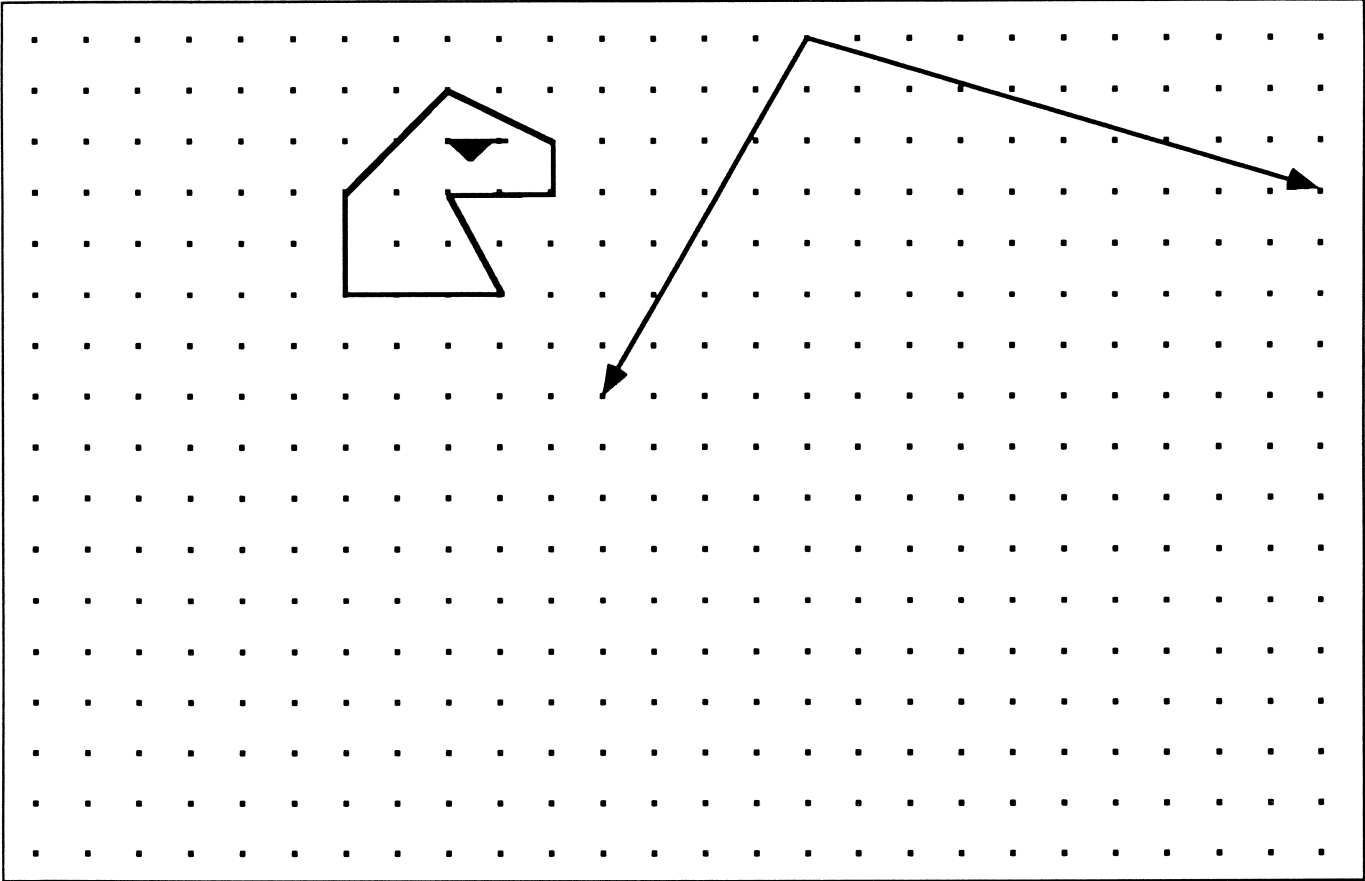
Entre nous
------------

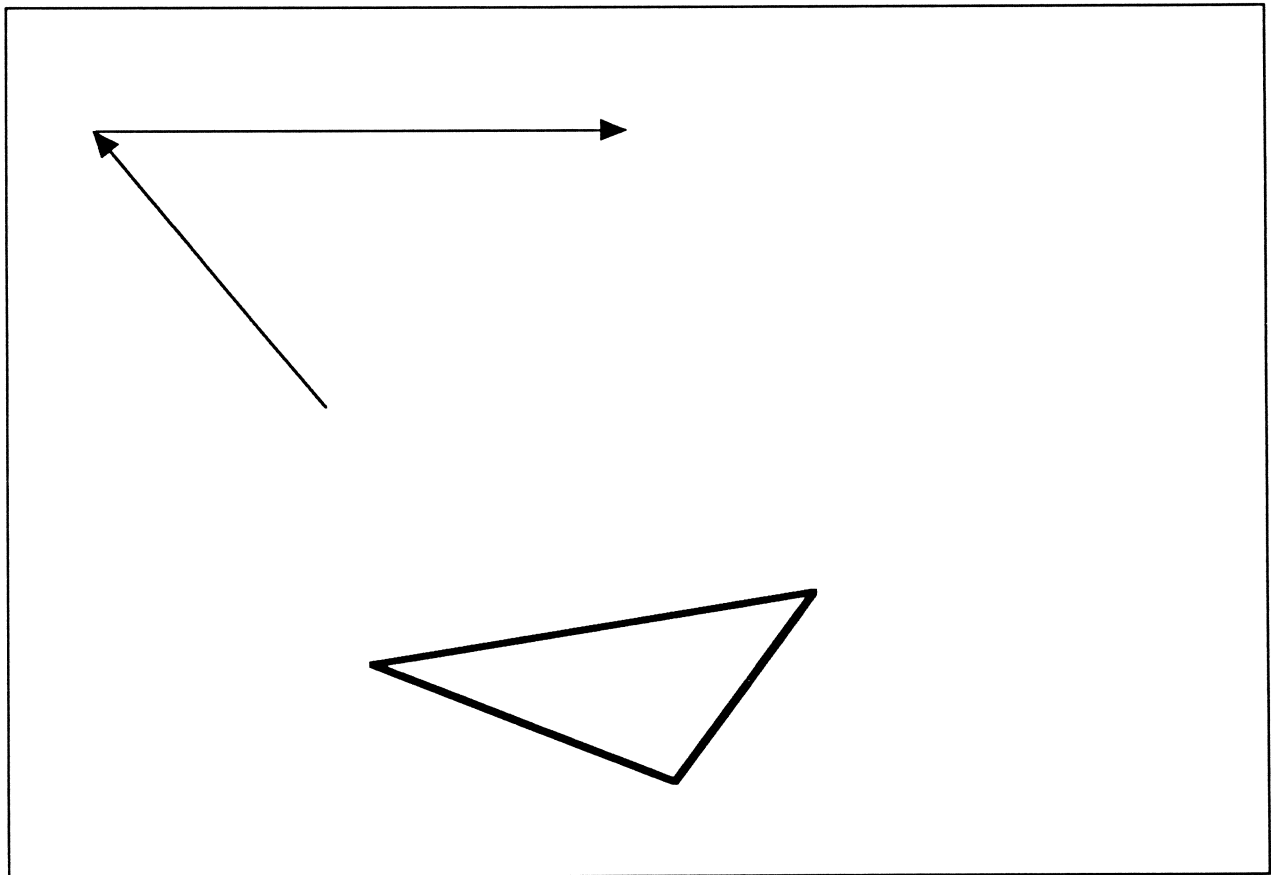
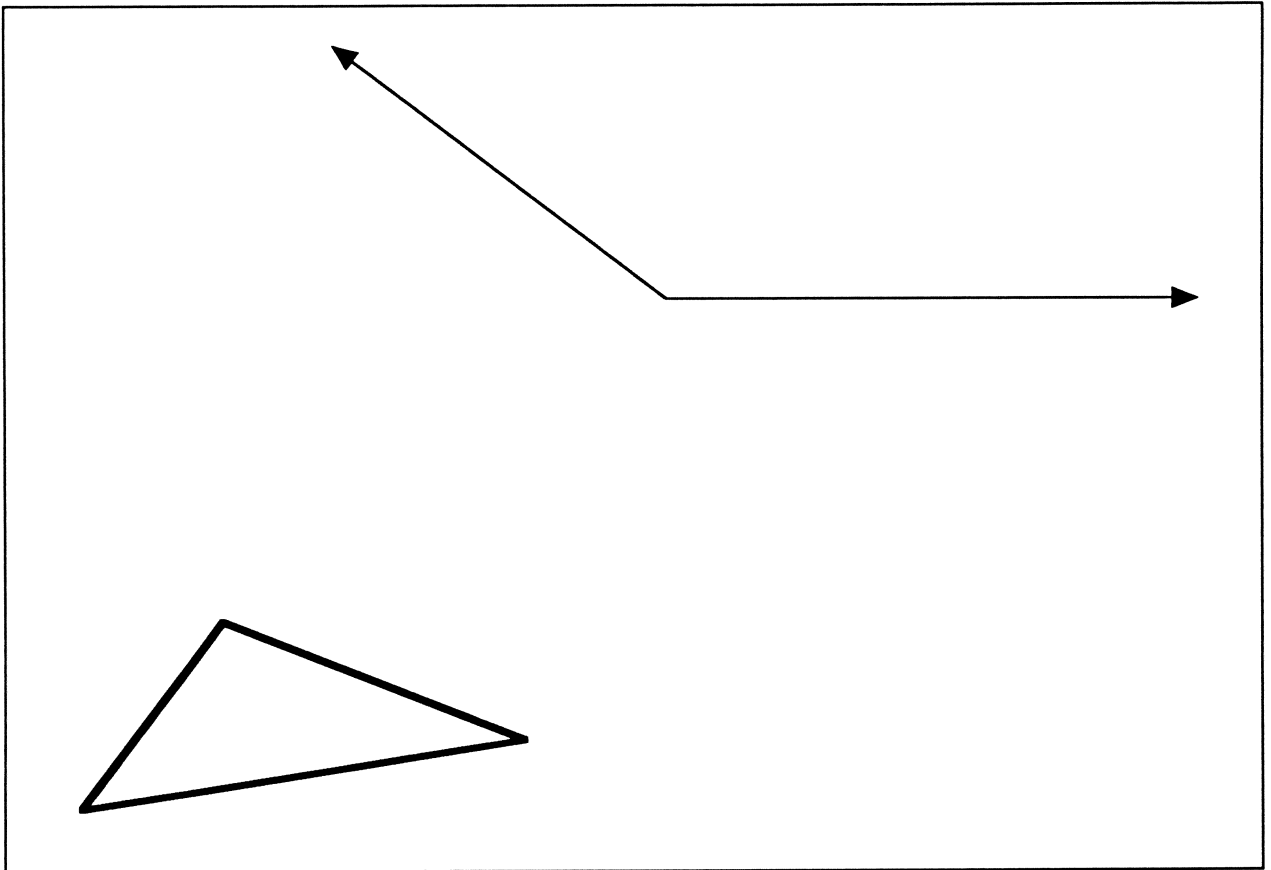
Un des objectifs recherchés ici est de visualiser les deux situations d'addition vectorielle que l'on rencontre couramment :

$$\vec{AB} + \vec{BC}$$

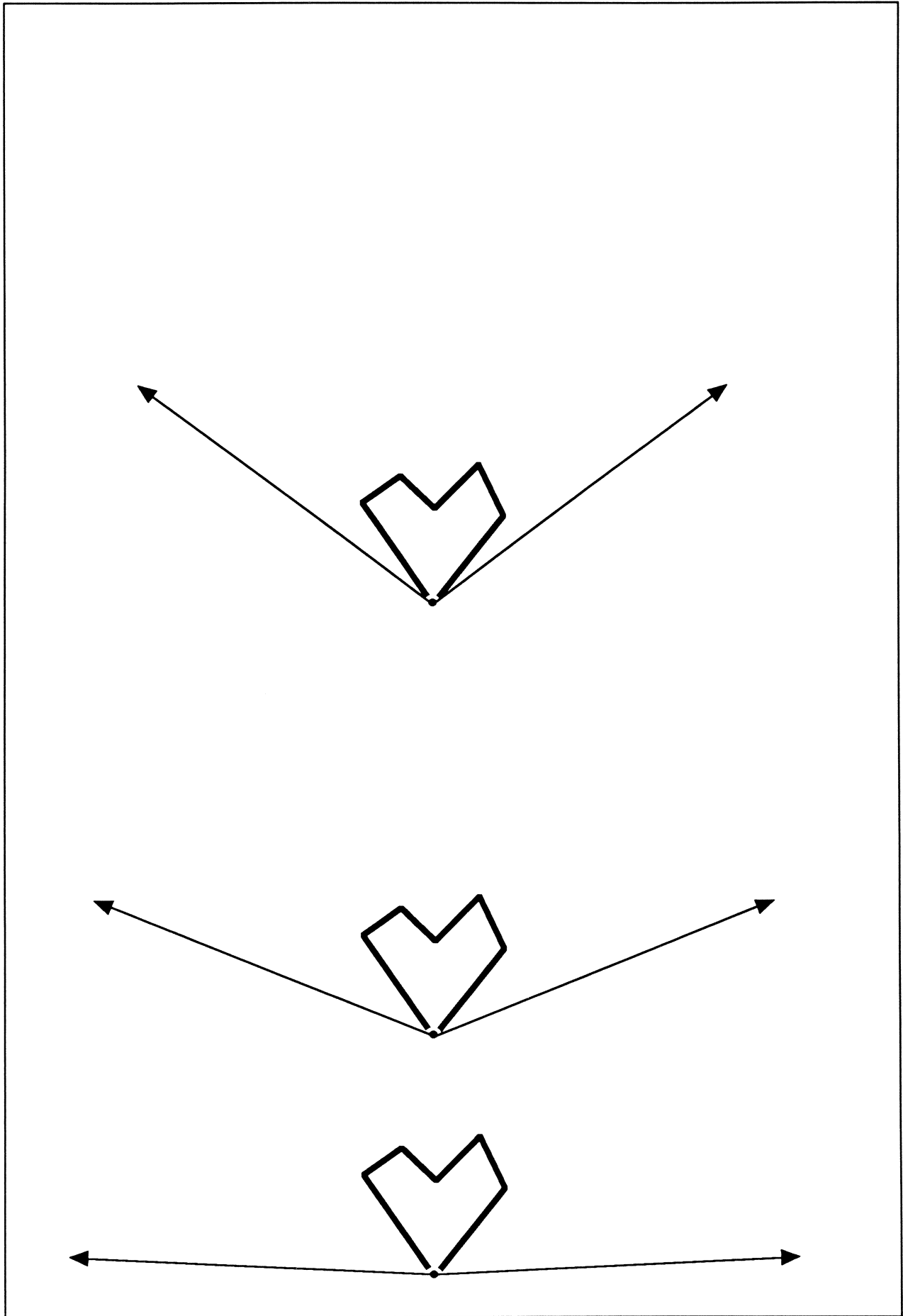
$$\vec{AB} + \vec{AD}$$

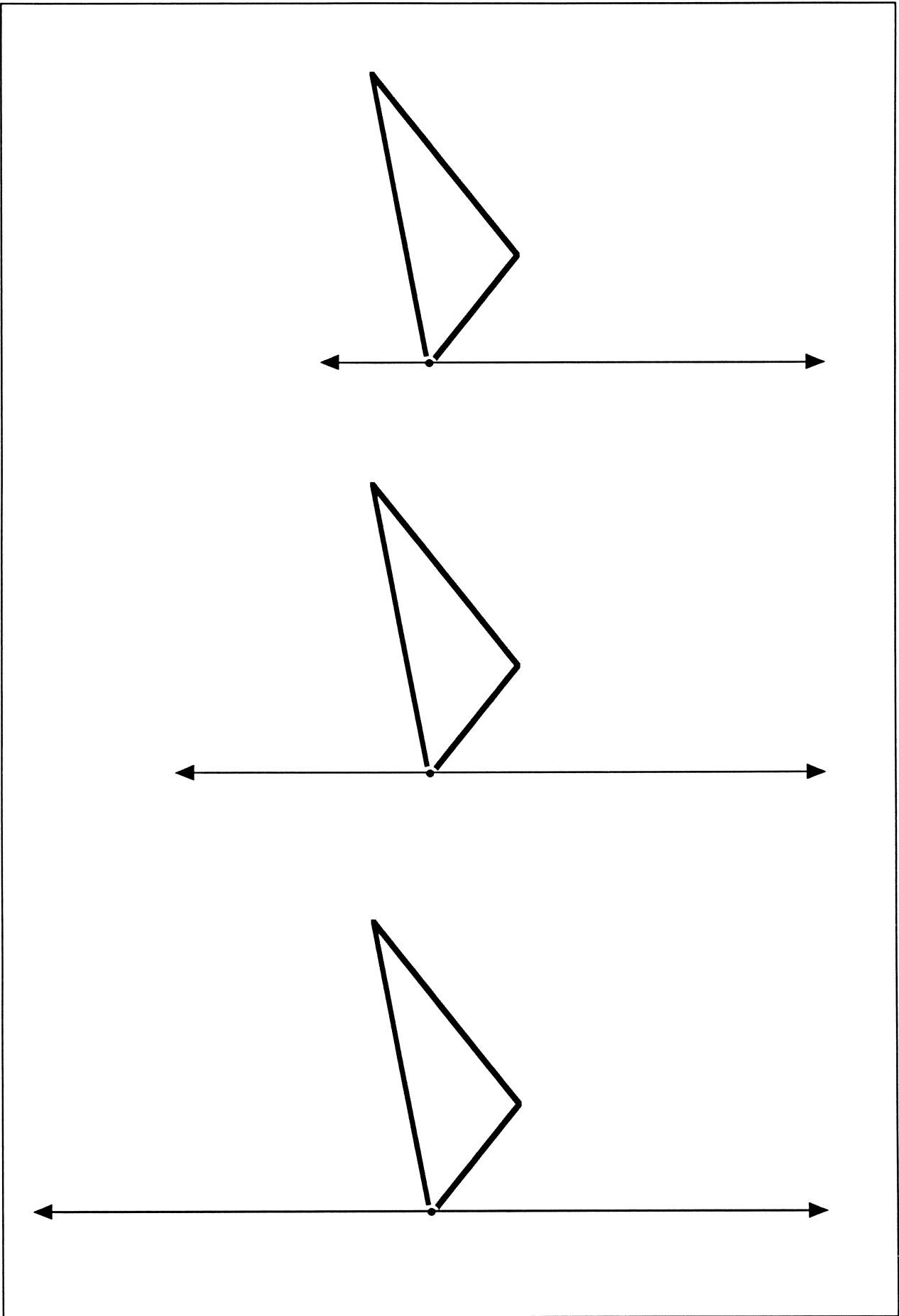
Un autre objectif nous conduit à des situations dynamiques particulières qui ne devraient pas laisser insensible l'enseignant de physique.











# CHAPITRE 10

## L'OUTIL INFORMATIQUE

Toutes les activités, proposées dans les trois chapitres précédents, recourent aux instruments antiques et traditionnels: papier, crayon, règle, compas,... pour des manipulations qui sont toujours d'actualité: traçage, pliage, découpage,...

L'utilisation d'un ordinateur dans la classe ne devrait plus apparaître aujourd'hui comme une "extravagance pédagogique" réservée à quelques enseignants spécialisés. C'est pourquoi il nous a semblé naturel et indispensable de compléter ce fascicule par quelques activités faisant appel à l'ordinateur, outil désormais présent dans toutes les salles de classes du système scolaire français (à quelques milliers d'exceptions près...).

Forts de l'expérience que nous avons acquise en ce domaine, au sein de l'IREM Paris-Nord ces dix dernières années, nous proposons des activités autour des deux logiciels qui nous semblent les plus dignes d'intérêt pour explorer la géométrie élémentaire : LOGO et CABRI-GEOMETRE.

Les théories d'apprentissage qui ont guidé la conception de ces logiciels trouvent leur fondement dans les idées piagétienne et leur aboutissement dans celles de micro-monde .

L'idée de micro-monde est celle d'un environnement suffisamment riche pour offrir à l'apprenant la possibilité d'explorer un univers (ici géométrique), de faire des expériences, de découvrir des propriétés, d'élaborer des théories,... lui permettant ainsi d'être le bâtisseur de sa propre connaissance.

CABRI	Observer ... Tracer ...
LOGO	Effet translation
ANNEXE	Macro-Constructions : . <i>Translaté d'un point</i> . <i>Vecteur</i>

# CABRI - GEOMETRE

CAhier de BRouillon Interactif pour l'apprentissage de la géométrie.

Le micro-monde de Cabri-Géomètre se présente avec un petit nombre d'objets primitifs : point, droite, triangle, cercle,... et des outils permettant de construire milieu, médiatrice, droite parallèle,...

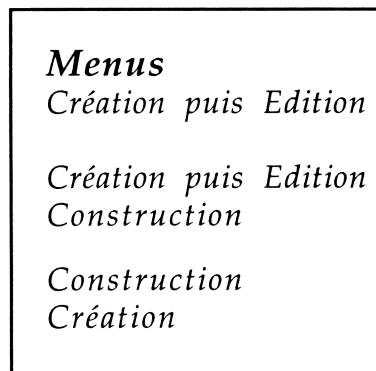
- Cet "outillage" élémentaire permet de décrire et de construire toutes les figures géométriques d'une manière très proche de celle utilisée dans l'univers papier-crayon avec la règle et le compas.
- Les figures tracées sur l'écran peuvent être modifiées et déplacées, les propriétés attribuées initialement (milieu, orthogonalité, parallélisme,...) étant conservées.
- Une construction réalisée avec les objets primitifs peut recevoir un nom (macro-construction) et ainsi devenir un nouvel outil réutilisable pour d'autres constructions.

## OBSERVER ...

### 1. Le translaté d'un segment

Tracer sur l'écran :

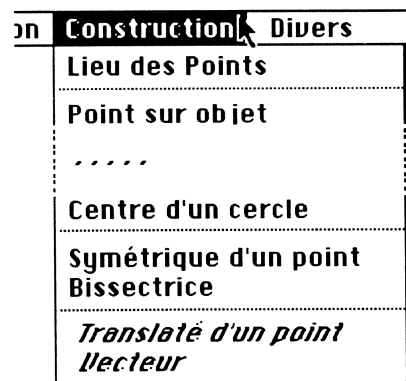
- deux points nommés A et B (dessiner éventuellement le vecteur-flèche)
- un segment nommé [MN]
- le point M' translaté de M par la translation de vecteur  $\vec{AB}$
- le point N' translaté de N
- le segment [M'N']

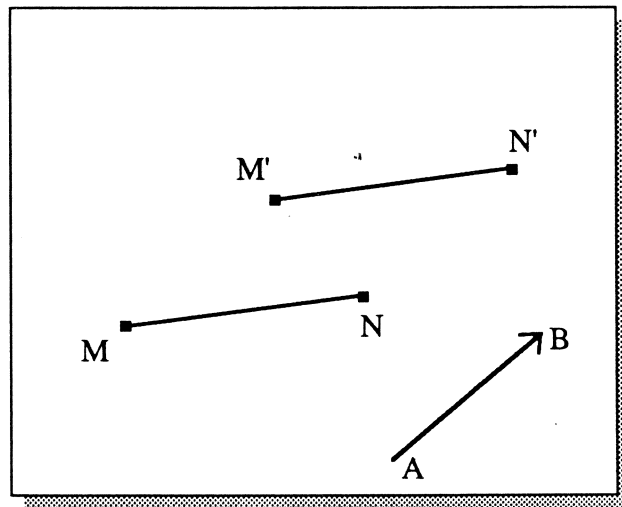
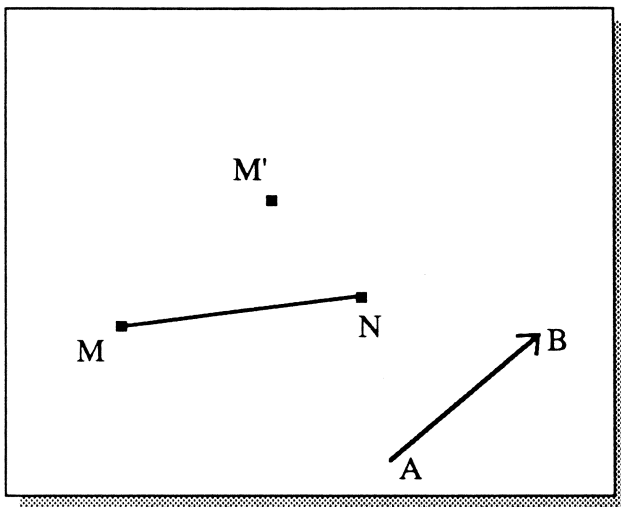
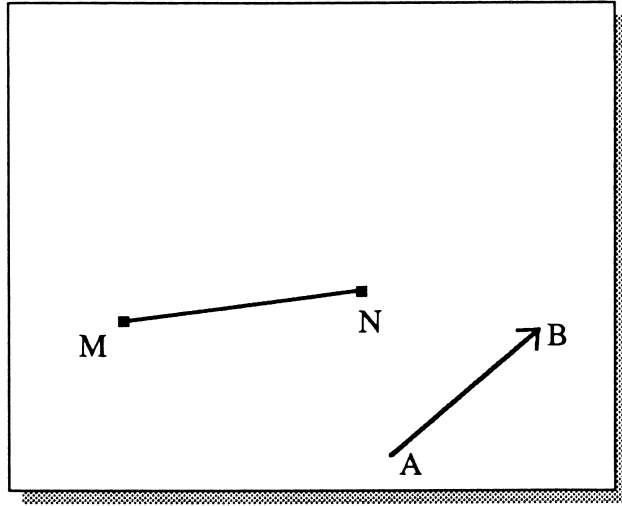
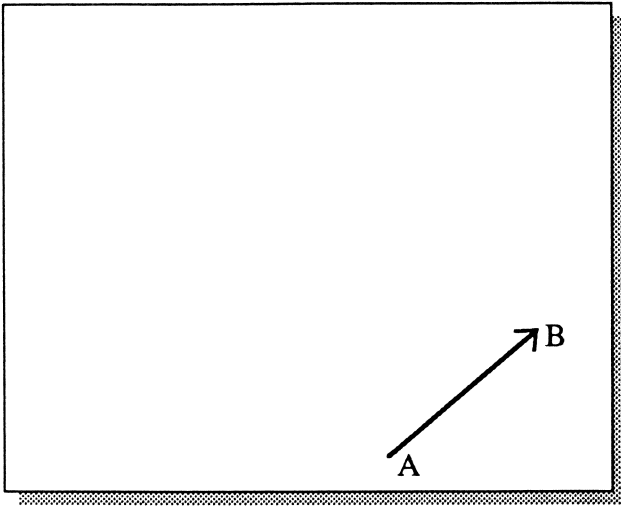



- ➡ Observer comment varie [ M'N' ] lorsqu'on déplace l'un des points M, N, A ou B.

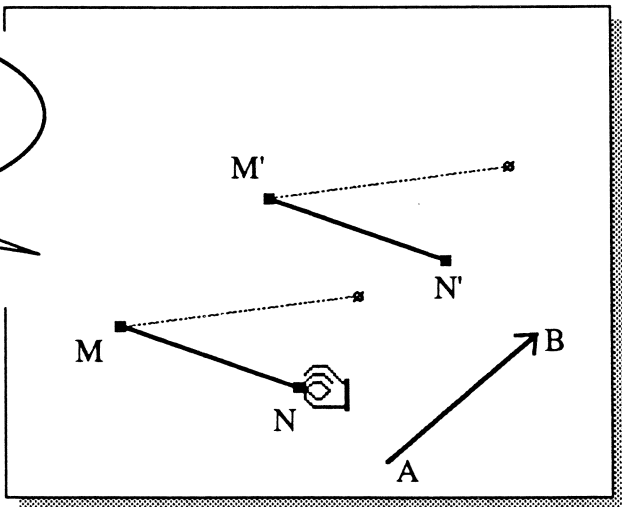
Entre-nous

Les outils : *Translaté d'un point* et *Vecteur* qui apparaissent dans le menu Construction sont des macro-constructions créés par l'enseignant (CF. Annexes page 96 )





*L'outil  permet de saisir un objet et de le déplacer.*



## 2. Le translaté d'une droite

Tracer sur l'écran :

- un vecteur  $\vec{RS}$
- une droite (d)
- 2 points M et N appartenant à (d)
- les points M' et N' translatés de M et N par la translation de vecteur  $\vec{RS}$
- la droite (d') passant par M' et N'

### *Menus*

*Création puis Edition*

*Création puis Edition*

*Construction*

*Construction*

*Création puis Edition*

➡ Observer ce qui se passe :

- quand on déplace les points M ou N sur (d)
- quand on déplace la droite (d)
- quand on modifie le vecteur  $\vec{RS}$

## 3. Le translaté d'un triangle

Tracer sur l'écran :

- un vecteur  $\vec{UV}$
- un triangle TOP
- les points T', O' et P' translatés de T, O et P par la translation de vecteur  $\vec{UV}$
- le triangle T'O'P'

### *Menus*

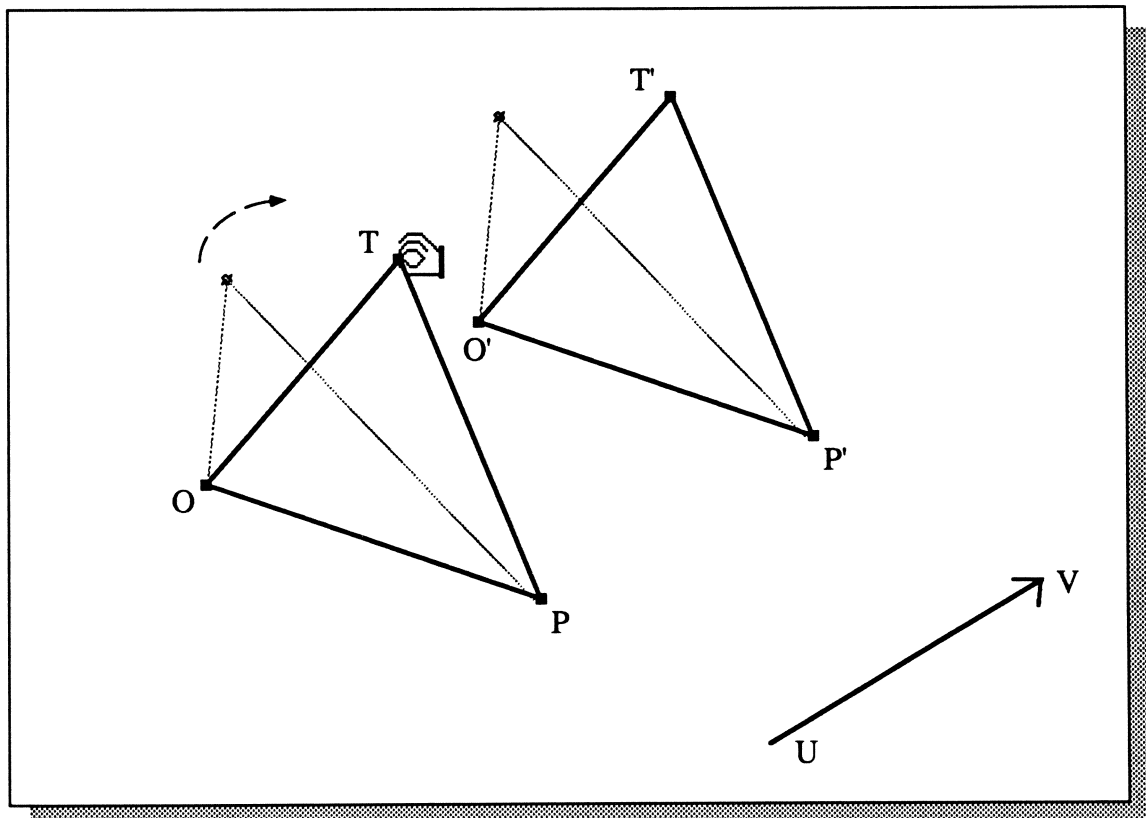
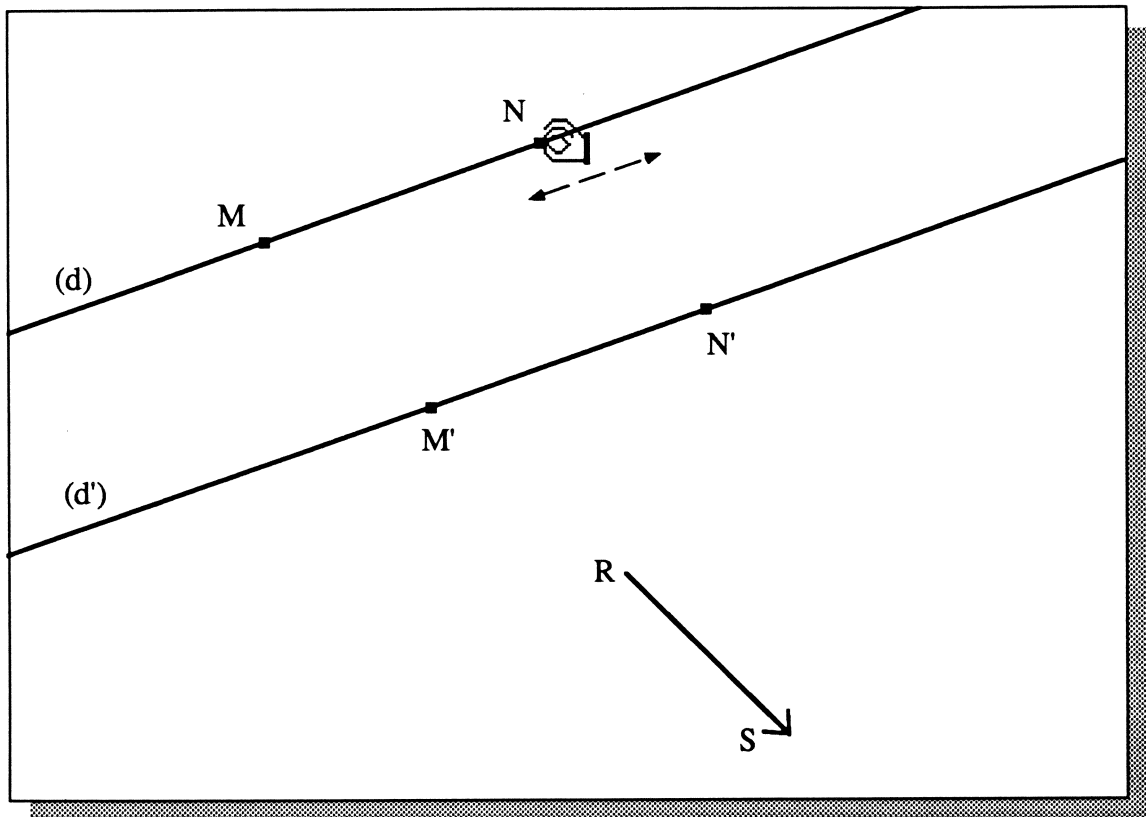
*Création puis Edition*

*Création puis Edition*

*Construction*

*Création puis Edition*

➡ Observer comment varie T'O'P' ...



## TRACER...

### 1. Le translaté d'une droite

Tracer sur l'écran :

- un vecteur  $\vec{XY}$
- une droite (d)
- un point M appartenant à (d)
- le point M' translaté de M par la translation de vecteur  $\vec{XY}$

#### *Menus*

*Création puis Edition*  
*Création puis Edition*  
*Construction*  
*Construction*

Sélectionner:     1. la fonction "**Lieu de points**" du Menu Construction  
                      2. le point M'

➔ Déplacer le point M sur (d) et observer la figure décrite par M'.

**Entre nous**

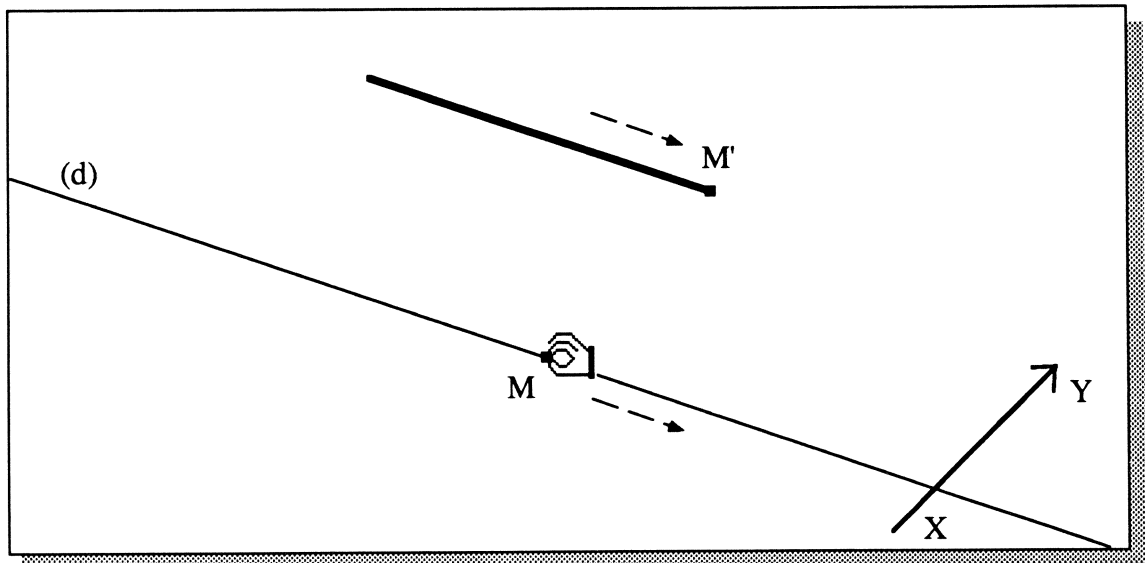
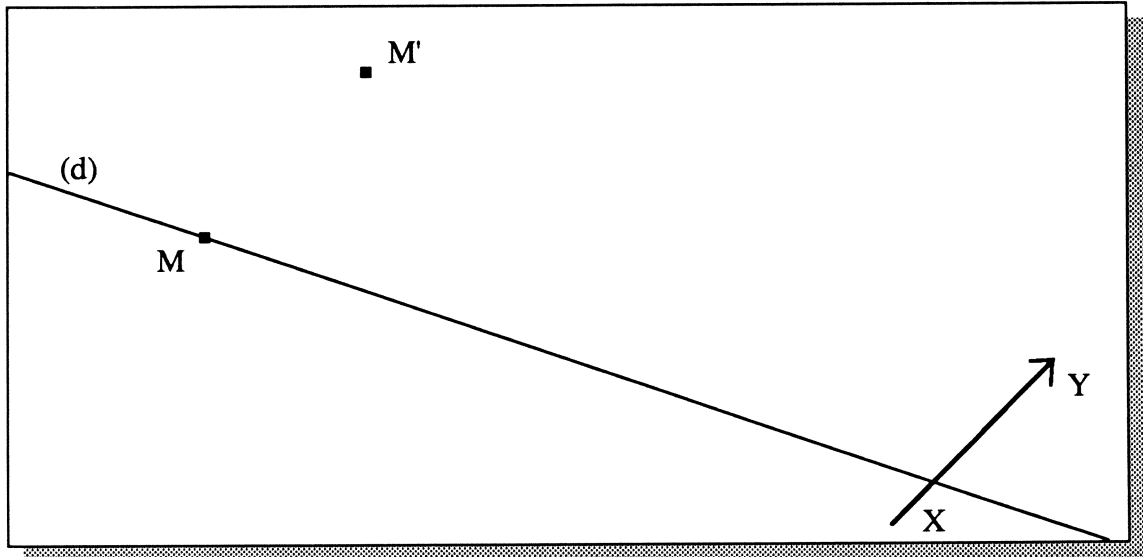
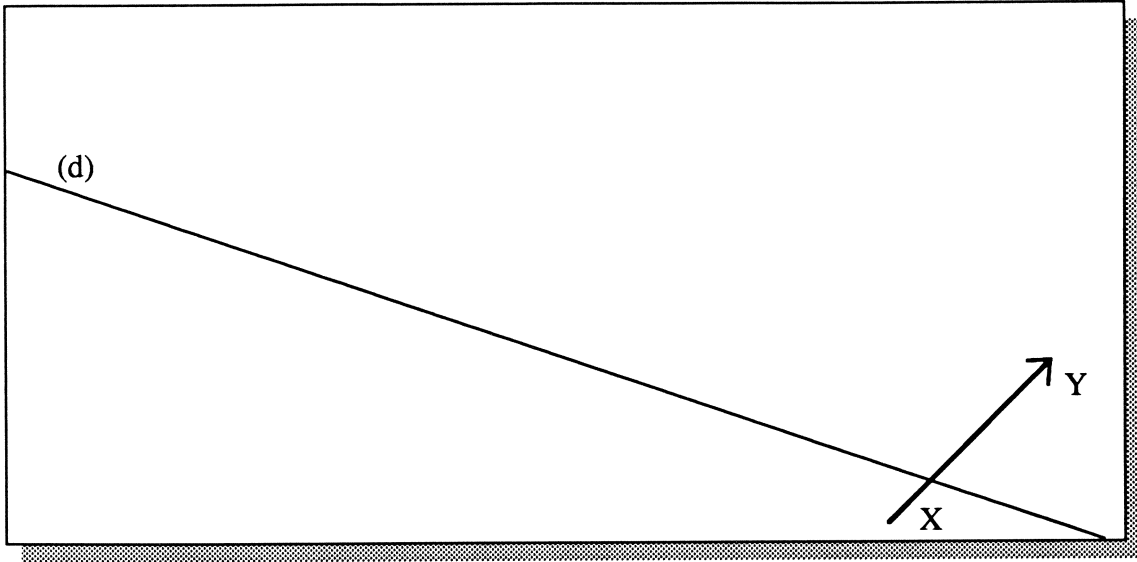
Dans les activités "OBSERVER..." nous admettons implicitement que le translaté d'une droite est une droite, le translaté d'un segment est un segment, ... etc. L'accent est mis plutôt sur l'aspect dynamique de la transformation :

"comment ça *fonctionne*...!"

Dans les activités "TRACER..." la fonction **Lieu de points** conforte l'intuition en traçant point par point le transformé d'un objet.

Les dessins qui illustrent ces activités sont par nature statiques et traduisent mal toutes les exploitations rendues possibles par Cabri.





## 2. Le translaté d'un segment

Tracer sur l'écran :

- un vecteur  $\vec{IJ}$
- un segment nommé [AB]
- un point C de [AB]
- le point C' translaté de C par la translation de vecteur  $\vec{IJ}$

### *Menus*

*Création puis Edition*  
*Création puis Edition*  
*Construction*  
*Construction*

- Sélectionner:
1. la fonction "Lieu de points" du Menu Construction
  2. le point C'

➡ Déplacer le point C sur [AB] et observer la figure décrite par C'.

## 3. Le translaté d'un cercle

Tracer sur l'écran :

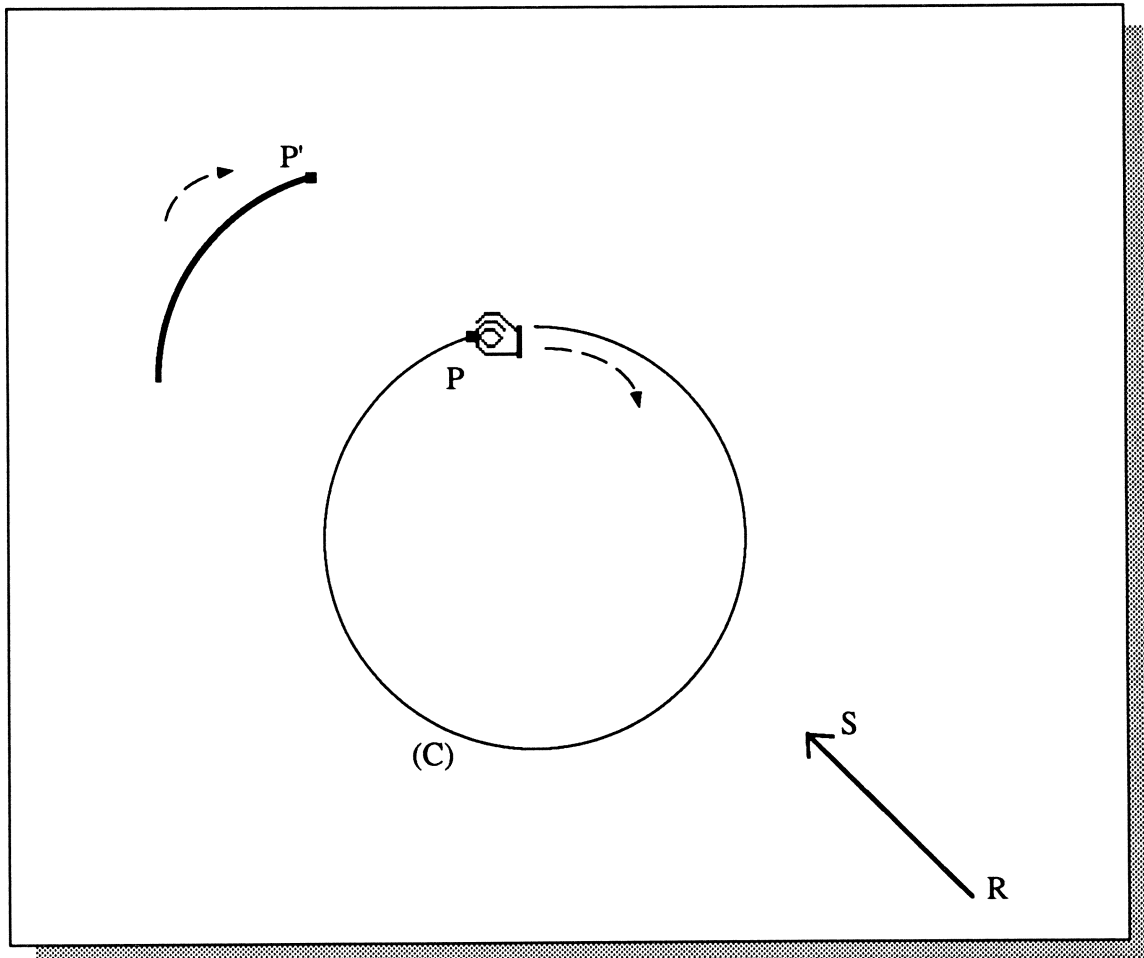
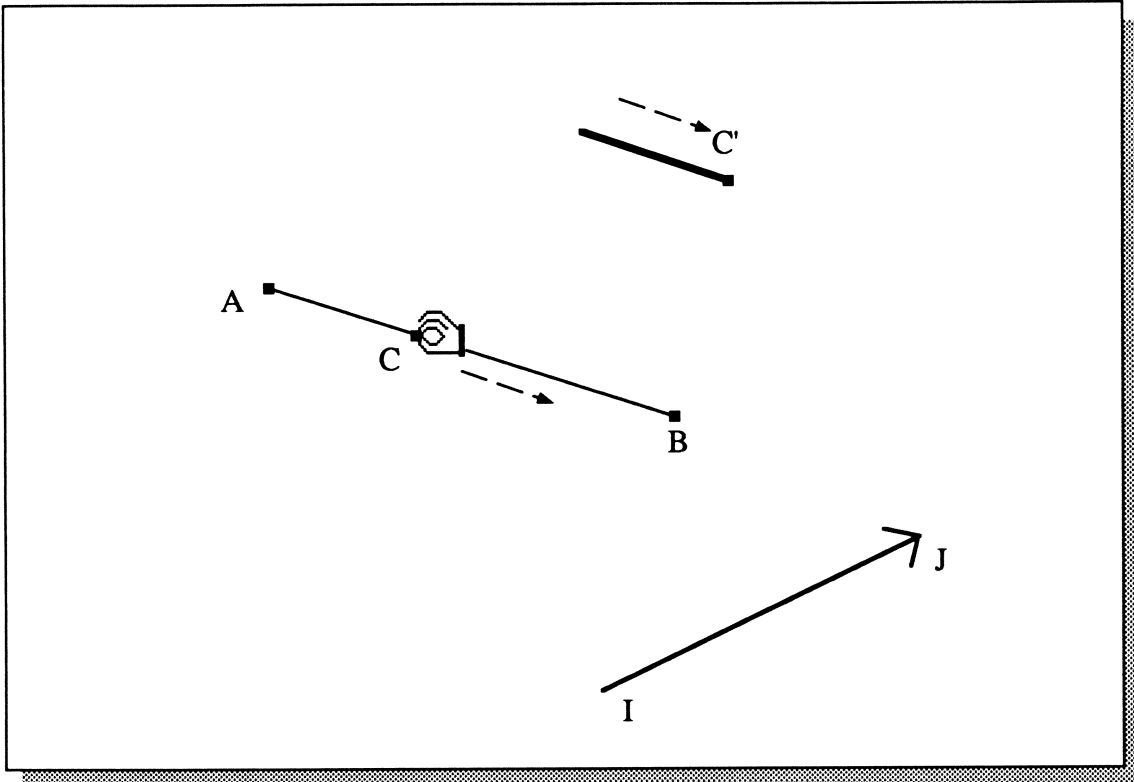
- un vecteur  $\vec{RS}$
- un cercle nommé (C)
- un point P de (C)
- le point P' translaté de P par la translation de vecteur  $\vec{RS}$

### *Menus*

*Création puis Edition*  
*Création puis Edition*  
*Construction*  
*Construction*

- Sélectionner:
1. la fonction "Lieu de points" du Menu Construction
  2. le point P'

➡ Déplacer le point P sur (C) et observer la figure décrite par P'.



# LE MICRO-MONDE LOGO

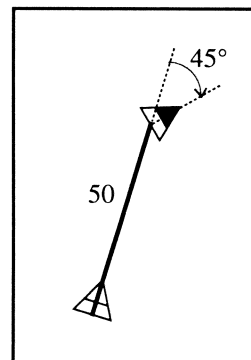
## UNE GEOMETRIE DE TORTUE

- Sur l'écran d'un ordinateur, une tortue (symbolisée par un triangle) peut se déplacer en répondant à des ordres primitifs tels que:

**AV**ance, **RE**cule, **TourneDroite**, **TourneGauche**,...  
en précisant l'amplitude du déplacement.

*Exemple:*

**AV 50** (50 pas de tortue), **TD 45** (45 degrés d'angle),....



- Munie d'outils de dessin (crayon et gomme), la tortue peut laisser une trace de son déplacement et réaliser ainsi des figures géométriques.
- A un dessin correspond un ensemble d'ordres primitifs (une procédure) auquel on peut attribuer un nom. Ainsi identifié il pourra être reproduit ultérieurement par la tortue et réutilisé pour d'autres dessins.

## DANS LE PLAN RAPPORTE A UN SYSTEME D'AXES ...

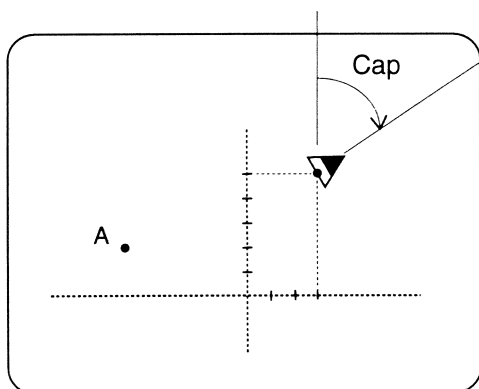
L'origine du repère étant le centre de l'écran, l'état de la tortue (position et orientation) peut être connue à l'aide des fonctions primitives:

**XCOR, YCOR, POS, CAP**

Réciproquement la tortue peut être amenée en un point de l'écran par les ordres primitifs:

**FX, FY, FPOS, FCAP**

Enfin, un point de l'écran peut être allumé à l'aide de l'ordre **POINT** suivi de la **LISTE** des coordonnées (et ce, quel que soit l'endroit où se trouve la tortue).



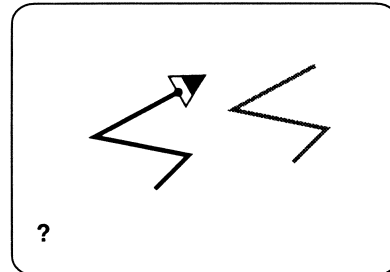
**XCOR** ———→ 30  
**YCOR** ———→ 50  
**POS** ———→ [30 50]  
**CAP** ———→ 45  
**POINT [- 50 20]** ———→ A

# EFFET TRANSLATION

## OBJECTIF

Observer simultanément :

- un dessin réalisé par le déplacement de la tortue,
- le translaté de ce dessin par une translation donnée.

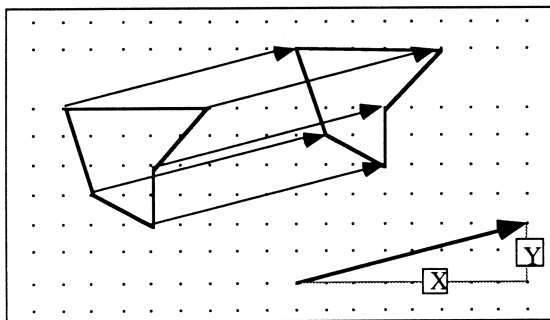


## MISE EN ŒUVRE

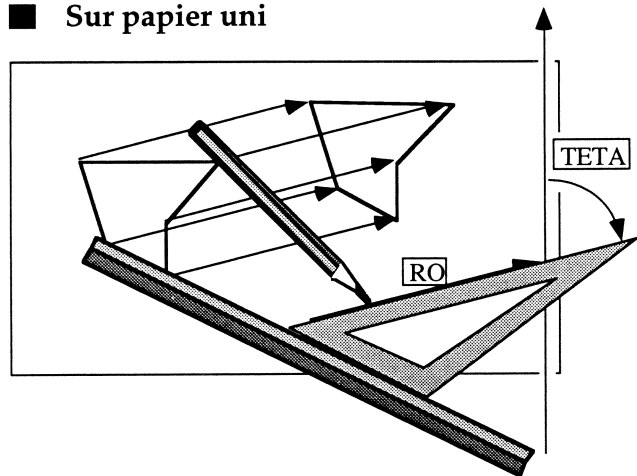
### 1. Le vecteur de la translation :

Les activités antérieures ont pu mettre en évidence deux approches différentes pour tracer le translaté d'une figure :

#### ■ Sur papier pointé (ou maillé)



#### ■ Sur papier uni



A chacune d'elle correspond une caractérisation différente du vecteur de translation :

#### ☞ Approche composantes cartésiennes

Il suffit de compter les points (ou les carreaux) selon les deux directions du quadrillage.

#### ☞ Approche module - Azimut

Une direction fixe est induite par le tracé des parallèles avec la règle et l'équerre et le report d'une longueur fixe, sur chacune d'elle, induit la notion de module (ou norme)

Quelle que soit l'approche retenue, le vecteur de la translation est déterminé par la donnée d'un couple de 2 nombres :

( X , Y ) ou ( RO , TETA )

ce qui, dans l'environnement LOGO, nous conduit à déclarer une variable **VECTEUR** par :

**DONNE "VECTEUR [ \* \* ] ← ( Liste de 2 nombres)**

## 2. Le translaté d'un point

Selon la façon retenue pour définir le vecteur de translation, nous créons des procédures **TRANSLATER** différentes. Explicitons-les :

→ **VECTEUR ( X , Y )**

→ **VECTEUR ( RO , TETA )**

```

POUR TRANSLATER
  POINT LISTE
    (XCOR + PREM :VECTEUR)
    (YCOR + DER :VECTEUR)
FIN

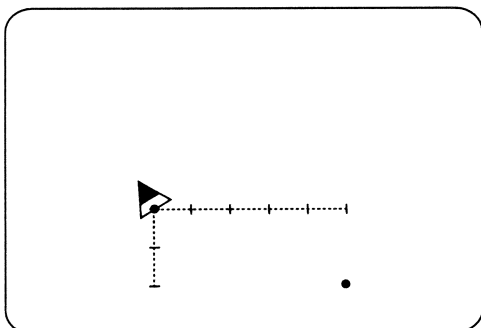
```

```

POUR TRANSLATER
  DONNE "ANGLE CAP
  FCAP DER :VECTEUR
  LC AV PREM :VECTEUR
  BC AV 0
  LC RE PREM :VECTEUR
  FCAP :ANGLE
FIN

```

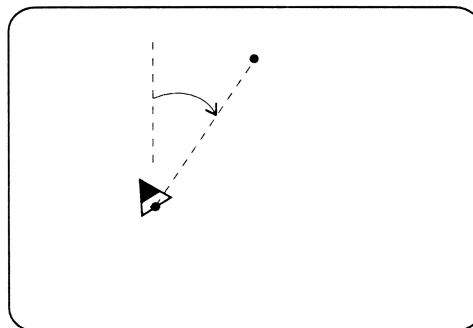
La procédure **TRANSLATER** a pour fonction de tracer le point translaté du point-position de la tortue.



```

? DONNE "VECTEUR [50 -20]
? TRANSLATER
?

```



```

? DONNE "VECTEUR [30 45]
? TRANSLATER
?

```

### 3. Le translaté d'un segment

Le tracé d'un segment est obtenu par le déplacement de la tortue avec un ordre tel que **AV :LONGUEUR**

Obtenir le translaté d'un segment consiste à :

- décomposer le segment en un nombre fini de points,
- allumer le translaté de chacun de ces points.

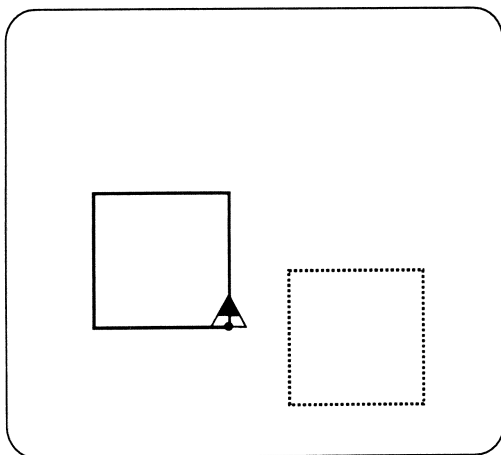
Créons une procédure qui réalise ces actions :

```
POUR AW :LONGUEUR  
  REPETE :LONGUEUR [ AV 1 TRANSLATER]  
FIN
```

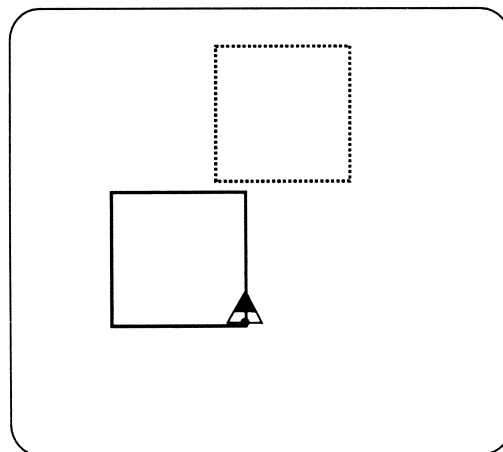
### MISE EN ACTIVITES

Nous sommes maintenant en mesure de réaliser l'objectif fixé : observer le translaté d'un dessin réalisé par la tortue.

Résisterons nous à l'envie de tracer un carré ?



? DONNE "VECTEUR [50 -20]  
? REPETE 4 [ AW 30 TD 90 ]  
?



? DONNE "VECTEUR [30 45]  
? REPETE 4 [ AW 30 TD 90 ]  
?

## Entre nous

1. La déclaration de la variable **VECTEUR** peut poser des problèmes à certains utilisateurs. Si tel est le cas, pourquoi ne pas créer une procédure **TRANSLATION** qui reçoit une liste en entrée :

```
POUR TRANSLATION :LISTE
  DONNE "VECTEUR :LISTE
FIN
```

2. Rappelons que dans l'espace de travail LOGO, les deux procédures **TRANSLATER** ne peuvent cohabiter sous le même nom. L'enseignant devra impérativement choisir la représentation vectorielle adaptée à l'activité qu'il projette de mener.
3. Rappelons enfin, si cela est encore nécessaire(?), qu'une activité LOGO doit laisser la plus grande liberté à l'apprenant. Ainsi il pourra manipuler en modifiant à loisir : le vecteur de la translation, la figure à dessiner, ...

Et pourquoi ne pas fournir l'outil **TRANSLATION** sans préciser ce que représentent les deux éléments de la liste ... oui, pourquoi ?

\* \* \*



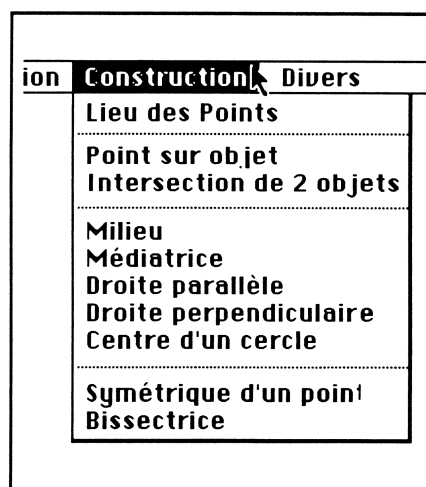
# OUTIL INFORMATIQUE

## ANNEXES

# 1. Une Macro-Construction : Translaté d'un point

A l'ouverture du logiciel, il n'y a malheureusement pas d'outil **Translaté d'un point** dans le menu **Construction**.

Qu'à cela ne tienne, le caractère micro-monde de CABRI-GEOMETRE offre à chaque utilisateur la possibilité de construire ses propres outils.



La création d'une Macro-construction se fait en deux étapes :

1. Réalisation de la configuration à obtenir à l'aide des menus **Création** et **Construction**
2. Création du nouvel outil à l'aide de l'article **Macro-construction** du menu **Divers**.

☞ Les étapes de la réalisation sont résumées page ci-contre.

Après création, les nouveaux outils apparaissent en fin du menu **Construction** en caractères italiques, comme le montre le menu déroulé ci-dessous :

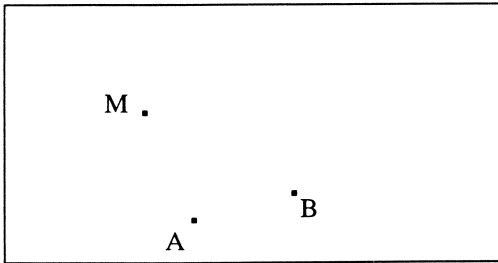


# Création d'une Macro-Construction : Translaté d'un point

## 1ère étape

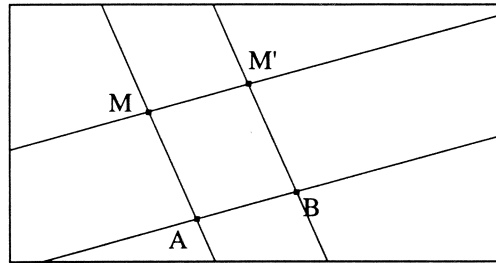
### I. Les données (objets initiaux) :

- le point à translater (nommé M)
- le vecteur de translation défini par le bipoint (A,B) \*



### II. Construction du translaté de M :

- tracé du parallélogramme MABM'
- création du point M'



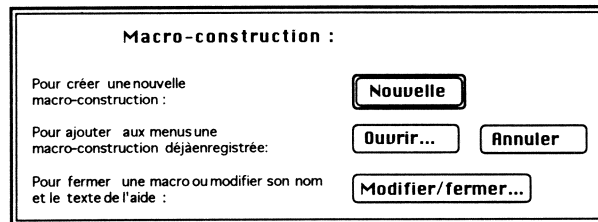
\* les outils disponibles ne laissent pas d'autre choix ...

outils : Droite passant par 2 points -  
Droite parallèle - Intersection de 2 objets

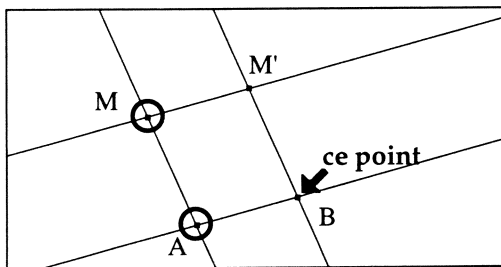
## 2ème étape

### I. Choisir l'article Macro-construction du menu Divers :

Cliquer sur le bouton **Nouvelle**



### II. Sélection des objets :



#### 1. Objets initiaux :

Cliquer sur les points M, puis A, puis B (l'ordre choisi par le créateur sera conservé lors de l'emploi de la macro).

Cliquer sur le bouton **fin obj. initiaux** qui est apparu au moment de la sélection.

#### 2. Objets finaux :

Cliquer sur le point M'.

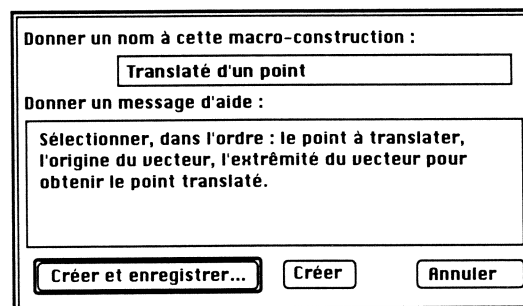
Cliquer sur le bouton **fin obj. finaux** qui a succédé au précédent.

### III. La fenêtre suivante apparaît :

1. Nommer la macro-construction

2. Taper un message d'aide  
(facultatif mais très conseillé pour l'utilisation ultérieure)

3. Cliquer sur l'un des boutons de création

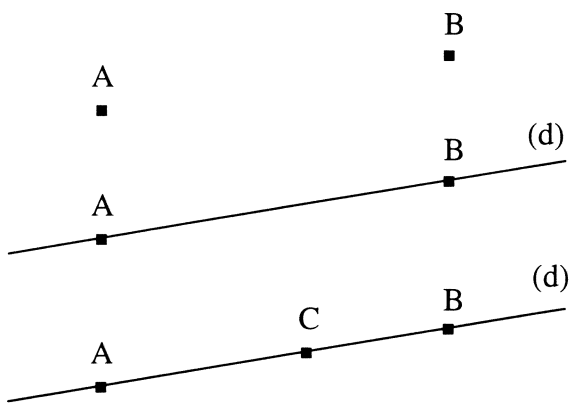


## 2. Une Macro-Construction plus performante

Proposons l'activité suivante :

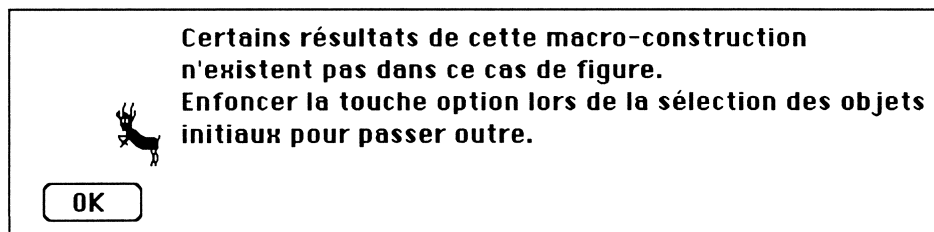
Tracer sur l'écran :

- 2 points A et B
- la droite (d) passant par A et B
- un point C de la droite (d)



A l'aide de la macro-construction précédemment créée, demander la construction du point C' translaté de C par la translation de vecteur  $\vec{AB}$

➔ Cabri-géomètre nous envoie le message suivant :

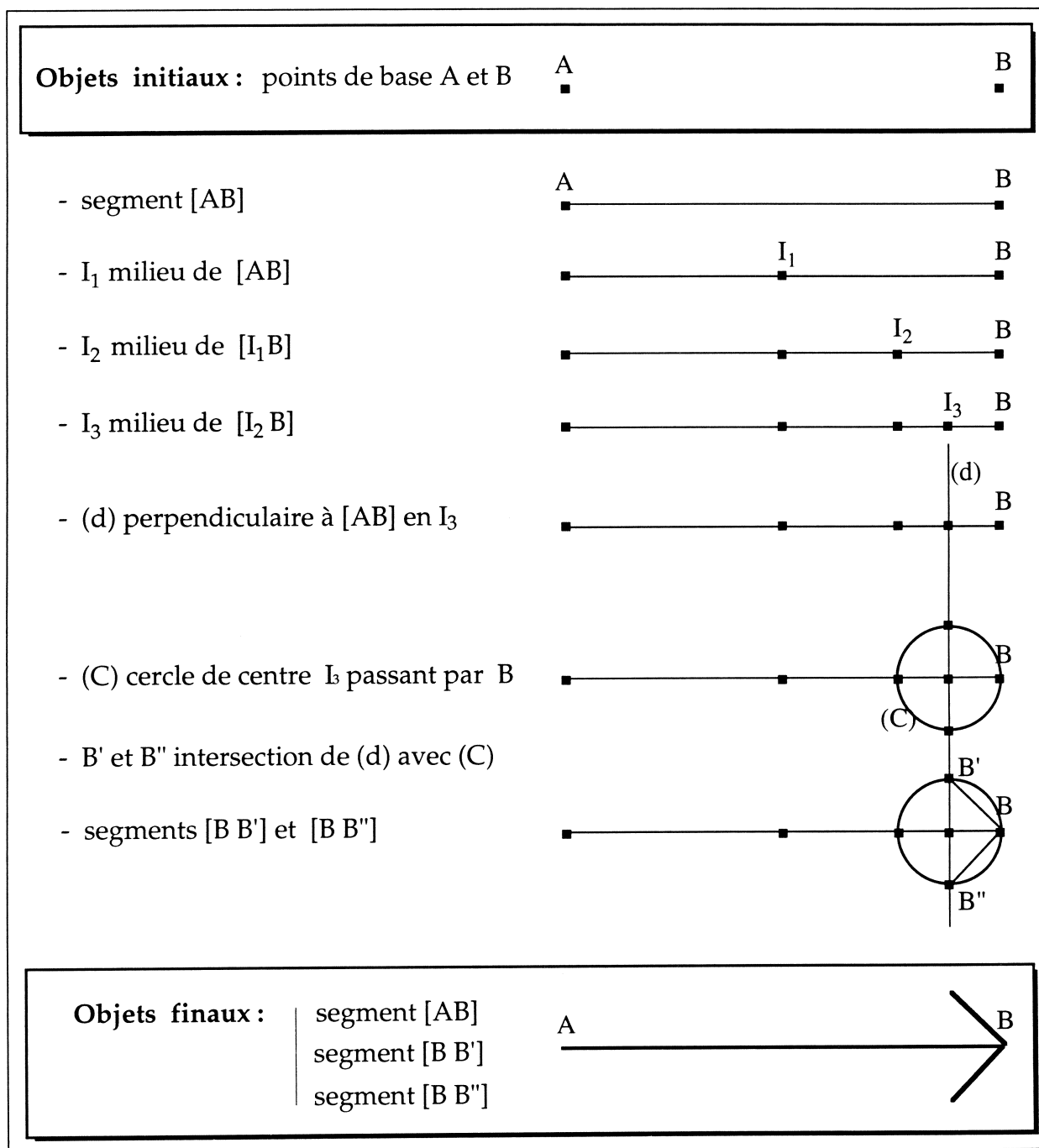


Quand bien même nous recréerions la macro en suivant le conseil indiqué ci-dessus, la construction du quatrième sommet du parallélogramme à l'aide de parallèles ne peut être réalisée.

➔ **Problème :** créer une macro-construction **Translaté d'un point** qui fonctionne dans tous les cas de figures.

### 3. Une macro-construction : Vecteur

**Problème :** A partir de 2 points tracés sur l'écran, nous voulons obtenir le tracé d'une flèche orientée de A vers B



**N.B.** L'obtention d'un vecteur sur l'écran est une satisfaction purement visuelle. Pour Cabri-géomètre il n'existe pas d'objet vecteur tel que  $\vec{U}$ . Nous devons continuer de le désigner par son origine A et son extrémité B, autrement dit par un bipoint (A,B).

*En savoir plus sur LOGO*

- Jaillissement de l'esprit. Ordinateurs et apprentissage; Seymour Papert; Flammarion 1981.
- L'alternative LOGO; IREM Paris-Nord; M. Bourbion; Armand COLIN 1984.
- Le choix LOGO; IREM Paris-Nord; M. Bourbion; Armand COLIN 1986.

*Quelques exemplaires encore disponibles à l'IREM*



*En savoir plus sur CABRI-GÉOMÈTRE*

**CABRI-GEOMETRE est développé par le laboratoire**

LSD2 (IMAG)  
Université Joseph Fourier  
BP 53X  
38041 Grenoble cedex

Egalement diffusé par Nathan-logiciels.

**CABRIOLE** - Le journal des utilisateurs de Cabri-géomètre

Abonnement : 50 F. 4 numéros (peut-être 5...!)  
à l'adresse ci-dessus



**La nouvelle version Cabri II devrait être  
disponible à la rentrée 94 ... ?**

