

## Algorithmique et loi binomiale

**Contexte :** Une usine fabrique en grande série des pièces susceptibles de présenter un défaut dans 3% des cas. On prélève au hasard un lot de  $n$  pièces dans la production ( $n$  entier non nul). La production est assez grande pour que ce prélèvement soit considéré comme un tirage avec remise.

On note  $X$  la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de  $n$  pièces, associe le nombre de pièces qui présentent le défaut.

### **Activité 1:**

Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

### **Activité 2 :**

On souhaite déterminer le nombre de pièces minimal à prélever pour que la probabilité d'obtenir au moins deux pièces présentant un défaut, soit supérieure ou égale à 0,95.

- 1) Déterminer l'inéquation correspondant au problème posé.
- 2) On donne l'algorithme ci-contre :
  - a) Donner la valeur de  $t$  correspondant au problème posé.
  - b) Compléter l'algorithme.
  - c) A l'aide de cet algorithme et de la calculatrice, déterminer la valeur de  $n$  recherchée.

Entrée :  
Valeur de  $t$

Initialisation :  
 $n$  prend la valeur 0  
 $s$  prend la valeur 0

Traitement :  
Tant que  $s < t$   
 $n$  prend la valeur  $n + 1$   
 $s$  prend la valeur

Fin tant que

Sortie :  
Afficher  $n$

### **Activité 3 :**

On suppose que  $n = 100$ . On désire à présent déterminer le plus petit entier  $k$  tel que la probabilité d'avoir au plus  $k$  pièces présentant un défaut soit supérieure ou égale à 0,975.

- 1) Déterminer l'inéquation correspondant au problème posé.
- 2) En s'inspirant de l'algorithme précédent, écrire un nouvel algorithme permettant de résoudre l'inéquation.
- 3) A l'aide de cet algorithme et de la calculatrice, déterminer la valeur de  $k$  recherchée.

### **Activité 4 :**

Pour vérifier si l'une des machines fabriquant les pièces de l'usine est bien réglée et que la proportion de pièces présentant un défaut est de 3%, on prélève un lot de 100 pièces sur lequel le nombre de pièces présentant un défaut est de 6.

- 1) En utilisant l'algorithme de l'activité précédente, déterminer les bornes de l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%.
- 2) Peut-on considérer que la machine est bien réglée ?

### **Activité 5 :**

On prélève des lots de 100 pièces et on note  $F$  la variable aléatoire qui, à chaque lot prélevé, associe la fréquence de pièces présentant un défaut.

On arrondira à  $10^{-3}$ .

- 1) Déterminer la loi de probabilité suivie par la variable  $F$ .
- 2) Déterminer la valeur du réel  $h$  tel que  $P(0,03 - h \leq F \leq 0,03 + h) = 0,95$ .
- 3) En déduire l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%.
- 4) Est-ce compatible avec l'intervalle déterminé à l'activité 4 ?