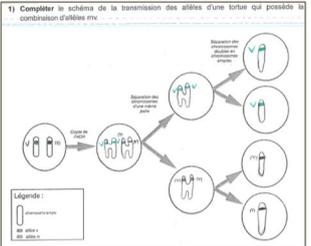


Simuler la transmission d'allèles dans une population de tortues au collège

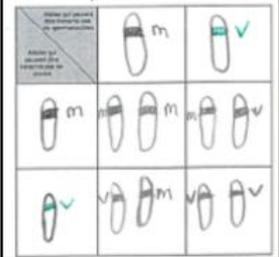
Projet interdisciplinaire SVT-Mathématiques



1) Compléter le schéma de la transmission des allèles d'une tortue qui possède la combinaison d'allèles mv.



Légende:
 allèle m
 allèle v

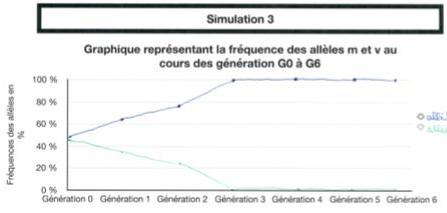


Parent 1	Parent 2	Enfant
1 m	1 m	1 vv
2 m	2 m	2 vv
		3 mv
		4 mv
		5 mv
		6 mm
		7 vv
		8 mm
		9 mm
		10 mm
		11 mm
		12 mm

longueur: 2 longueur: 2 longueur: 12

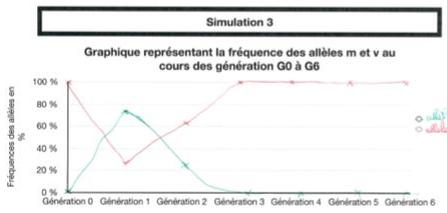
Simulation 3

Graphique représentant la fréquence des allèles m et v au cours des génération G0 à G6



Simulation 3

Graphique représentant la fréquence des allèles m et v au cours des génération G0 à G6



Projet mis en place au collège La Pléiade à Sevrans (93270)

Professeures de Sciences de la vie et de la Terre : Aurélie Boccaccini, Régnald Estavoyer

Professeur de Mathématiques : Pierre Da Silva

I) Description et présentation du projet :

Description synthétique du projet :

Dans ce projet, les élèves sont amenés à modéliser l'évolution d'une population fictive de tortues à travers l'étude de la transmission du caractère "couleur de la carapace". C'est en mobilisant les connaissances en Sciences de la vie et de la Terre portant sur les mécanismes de formation (méiose) et d'union (fécondation) des cellules reproductrices qu'ils produiront une modélisation de la transmission d'allèles responsables de la couleur de leur carapace. En mathématiques, ils devront mobiliser les connaissances sur les probabilités (arbres de probabilités et calculs de probabilités) et réaliser des programmes Scratch qu'ils utiliseront. Certaines séances en co-intervention permettront d'apporter des éclairages différents : les probabilités, la modélisation mathématique et la programmation pour comprendre les mécanismes de transmission des allèles et prédire l'évolution de leur transmission. Les allers-retours entre le modèle et la situation fictive permettront de distinguer les apports disciplinaires différents et d'identifier les limites de la modélisation.

Le projet a été mené sur des classe de 3^{ème} sur une durée de 7 heures.

Éléments des programmes et du socle commun travaillés :

Domaines du socle commun :	
<ul style="list-style-type: none">• Langages pour penser et communiquer (langages mathématiques, scientifiques et informatiques)• Systèmes naturels et systèmes techniques	
Connaissances et compétences en Sciences de la vie et de la Terre	Connaissances et compétences en Mathématiques
<p><u>Attendus de fin de cycle :</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Expliquer l'organisation du monde vivant, sa structure et son dynamisme à différentes échelles d'espace et de temps.- Mettre en relation différents faits et établir des relations de causalité pour expliquer la dynamique des populations et l'évolution des êtres vivants. <p><u>Connaissances et compétences associées :</u></p> <ul style="list-style-type: none">- Expliquer sur quoi reposent la diversité et la stabilité génétique des individus.- Relier, comme des processus dynamiques, la diversité génétique et la biodiversité.- Mettre en évidence des faits d'évolution des espèces et donner des arguments en faveur de quelques mécanismes de l'évolution.	<ul style="list-style-type: none">• <u>Probabilités :</u><ul style="list-style-type: none">○ Vocabulaire des probabilités ;○ Notion de probabilité ;<ul style="list-style-type: none">■ Faire le lien entre fréquence et probabilité.○ La probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1 ;<ul style="list-style-type: none">■ Calculer des probabilités dans des cas simples ;■ Exprimer des probabilités sous diverses formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).○ Probabilité d'événements certains, impossibles, contraires.• <u>Calcul littéral :</u><ul style="list-style-type: none">○ Notions d'inconnue, d'équation, d'indéterminée, d'identité :<ul style="list-style-type: none">■ Développer, factoriser, réduire des expressions algébriques dans des cas très simples ;■ Utiliser le calcul littéral pour démontrer un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture, pour modéliser une situation.○ Propriétés de distributivité (simple et double) ;• <u>Algorithmique et programmation :</u><ul style="list-style-type: none">○ Notions d'algorithme et de programme ;○ Notion de variable informatique ;○ Séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.<ul style="list-style-type: none">■ Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné.

Présentation synthétique de la progression du projet :

Séances	Contenu	Objectifs
Séance 1 (1h)	Présentation du projet <i>Mathématiques / SVT</i>	Identifier l'objectif du projet. Comprendre le cadre de la simulation.
	Partie 1 : Calculer la probabilité de transmission des allèles au cours de la méiose et la fécondation <i>SVT</i>	Comprendre les modalités d'expression des allèles m et v . Identifier la place du hasard dans la méiose et la fécondation. Réinvestissement du vocabulaire utilisé en mathématiques.
Séance 2 (1 heure)	Partie 2 : Simuler la transmission au hasard des allèles sur plusieurs générations. Protocole de simulation n°1 <i>SVT</i>	Réaliser une simulation de la transmission des allèles en prenant en compte le hasard de la formation des cellules reproductrices, de la fécondation et de la rencontre les partenaires. Identifier les limites de la modélisation.
Séance 3 (1 heure)	Partie 3 : Simuler la transmission au hasard des allèles sur plusieurs générations. Protocole de simulation n°2 <i>Mathématiques</i>	Conception d'un algorithme SCRATCH pour automatiser la simulation.
Séance 4 (1h)	Partie 3 : Simuler la transmission au hasard des allèles sur plusieurs générations. Protocole de simulation n°2 <i>Mathématiques / SVT</i>	Utilisation du programme SCRATCH créé par les élèves. Critique des 2 modélisations.
	Partie 3 : Simuler la transmission des allèles sur plusieurs générations dans le cadre d'une sélection naturelle <i>Mathématiques / SVT</i>	Utiliser un programme SCRATCH afin de simuler la transmission des allèles dans le cadre d'une sélection naturelle.
Synthèse (séance 5) (1h)	Partie 4 - Synthèse <i>Mathématiques / SVT</i>	Présentation orale du travail réalisé. Bilan du projet
Séance 6 : Ouverture (2 heures)	Partie 6 : Loi de Hardy-Weinberg <i>Mathématiques</i>	Emettre une conjecture concernant l'évolution des proportions des différents génotypes à chaque génération pour une population infinie.

Organisation pédagogique du projet :

Les élèves sont par groupe de 3. Un carnet de bord correspondant à un livret-élève distribué en début de projet permet de garder une trace des différentes séances et de réaliser un bilan des apprentissages. Ce livret correspond aux traces écrites des deux disciplines et servira de support pour la préparation de la présentation orale du projet.

En fin de projet, chaque groupe réalise une présentation orale du travail mené ainsi qu'une analyse des résultats des simulations réalisées par les différents groupes.

L'évaluation du projet porte sur le carnet de bord de l'élève, la synthèse du projet qui devra intégrer l'analyse et la présentation orale du projet.

II) Description du déroulé des séances

La construction de la problématique (séance 1) : L'histoire fictive de deux couples de tortues sur une île des Galapagos.

Co-intervention Mathématiques/SVT 0,5h

Description de la séance :

Dans la première séance, l'histoire fictive de deux couples de tortues est présentée et permet de construire le problème suivant : comment les deux populations de tortues vont-elles évoluer sachant que l'on s'intéresse au caractère "carapace de la tortue" qui existe sous deux versions ?

La situation de départ suivante est présentée aux élèves :

Sur une île des Galapagos (c'est un archipel d'îles situées dans l'est de l'océan Pacifique au niveau de l'équateur) vivent des tortues qui ont soit une carapace verte soit une carapace marron.

On sait que la couleur de la carapace est contrôlée par un gène qui existe sous deux versions, l'allèle m responsable de la couleur marron et l'allèle v responsable de la couleur verte. L'allèle m est dominant sur l'allèle v .

Un jour, un glissement de terrain prend au piège deux tortues (un mâle et une femelle) : elles sont emportées en pleine mer sur un radeau... et se retrouvent sur une île différente sur laquelle il n'y a pas d'autres tortues de la même espèce.

Sur l'île, le couple va se reproduire, former une nouvelle population et donc transmettre leurs allèles aux générations futures...

A quoi ressemblera la population future sur l'île ? De quelle couleur sera leur carapace ? Comment vont évoluer les deux populations différentes ? Auront-elles des carapaces de la même couleur ?".

Partie 1 : Calculer la probabilité de transmission des allèles au cours de la méiose et la fécondation (séance 1)

Séance SVT 0,5h

Dans cette première séance, les élèves devront calculer la probabilité de transmission des allèles m et v . Ils devront alors mobiliser leurs connaissances sur la méiose et la fécondation et produire un tableau de croisement qui leur permettra de calculer les probabilités de transmettre les différentes combinaisons d'allèles. Ce tableau de croisement représente la place du hasard dans la méiose et la fécondation.

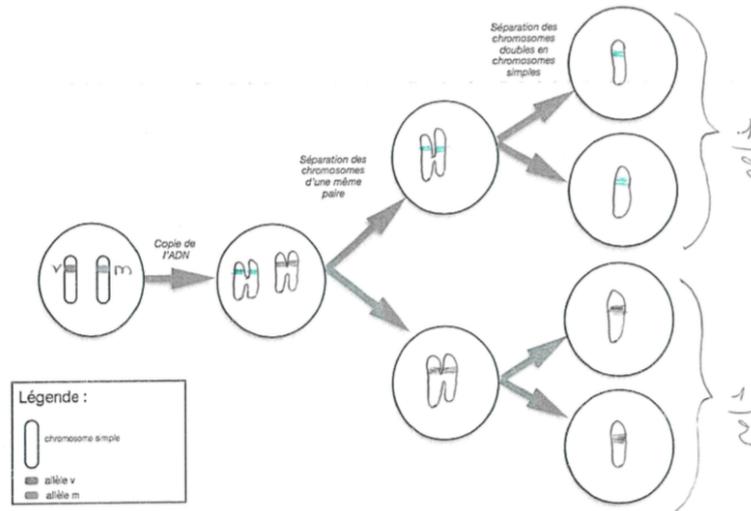
Par la suite, les élèves sont amenés à simuler la transmission des allèles m et v . Le hasard de cette transmission est alors modélisé par un tirage au sort qui respecte les règles de probabilités calculées à partir du tableau de croisement. Le tirage au sort est réalisé à l'aide du montage "transmission des allèles" constitué d'une flèche que les élèves feront tourner et qui s'arrêtera au hasard sur une des 4 possibilités de combinaisons d'allèles possibles.

Deux essais sont réalisés : dans un premier essai, 5 tirages au sort sont faits puis ce sont 15 tirages au sort qui sont réalisés dans un second essai. Les pourcentages des différentes combinaisons d'allèles sont calculés (alors appelés fréquences) et sont comparés avec les probabilités de transmission calculées. L'ensemble des résultats des tirages au sort sont mis en communs. Les élèves sont alors amenés à comparer les fréquences des différentes combinaisons avec les probabilités lors de l'essai 1 (5 tirages par groupe), lors de l'essai 2 (15 tirages par groupe) et au niveau de la classe (soit un total de 210 tirages). Les élèves constatent que plus le nombre de tirage est important et plus il y a de chances que les fréquences soient proches des probabilités : c'est la loi des grands nombres.

Questions posées aux élèves :

- 1) **Compléter** le schéma de la transmission des allèles d'une tortue qui possède la combinaison d'allèles *mv*.

Exemple d'un schéma de la transmission d'allèles lors de la méiose produit par un élève



- 2) La fécondation réunit au hasard un ovule et un spermatozoïde qui dans cet exemple contiennent chacun un exemplaire du gène responsable de la couleur de la tortue. Nous allons représenter les différentes combinaisons possibles par un tableau de croisement. **Question : Compléter** le tableau de croisement afin de déterminer les combinaisons possibles d'allèles des tortues issues de la reproduction de deux tortues dont les allèles sont *mv* ?

Exemple d'un échiquier de croisement complété par un élève

Allèles qui peuvent être transmis par les spermatozoïdes Allèles qui peuvent être transmis par les ovules	<i>m</i>	<i>v</i>
<i>m</i>	<i>m m</i>	<i>m v</i>
<i>v</i>	<i>v m</i>	<i>v v</i>

Éléments d'analyse :

Afin d'aider l'élève à identifier les différentes possibilités, l'enseignant de mathématiques demande aux élèves s'il s'agit d'une expérience aléatoire ou non. Lors de la mise en oeuvre de la séance, une majorité d'élèves pensaient qu'il ne s'agissait pas d'une expérience aléatoire. En effet, en sciences, l'expérience consiste en une mise à l'épreuve d'une hypothèse ou d'une théorie scientifique pour laquelle on pourra alors prévoir le résultat contrairement à l'expérience aléatoire en probabilités pour laquelle le résultat ne peut être prévu de manière certaine.

Il apparaît nécessaire d'aider l'élève à faire le lien entre le schéma de la transmission d'allèles lors de la méiose ci-dessus qui permet d'identifier les différentes probabilités d'obtention de chaque

type de gamète (diversité liée au brassage interchromosomique) avec le tableau de croisement qui permet de mettre en évidence le brassage lié à la fécondation.

Il est possible de questionner les élèves sur la place du hasard dans cette manipulation : le hasard lié à la méiose et lié à la fécondation est modélisé à travers l'échiquier de croisement.

Il est également possible de demander aux élèves d'indiquer le phénotype associé à chacun des génotypes puisque certain·e·s élèves pensent que "mv" et "vm" ne désignent pas le même génotype.

3) Quelles sont les 3 combinaisons d'allèles possibles des tortues issues de cette reproduction ?

Les trois génotypes possibles des enfants
sont : mm, mV, vV

4) **Déterminer** la probabilité qu'une tortue issue de la reproduction entre une tortue mâle "mv" et tortue femelle "mv" :

- ait la combinaison d'allèles "mm" : $\frac{1}{4}$
- ait la combinaison d'allèles "vv" : $\frac{1}{4}$
- ait la combinaison d'allèles "mv" : $\frac{2}{4}$
- soit de couleur verte : $\frac{1}{4} = 25\%$
- soit de couleur marron : $\frac{3}{4} = 75\%$

Éléments d'analyse :

Certain·es élèves se sont demandés si plusieurs couleurs seront présentes sur la carapace lorsque le génotype est "mv".

Puisqu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité, les élèves utilisent la formule nombre d'issues favorables

$$\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues total}}$$

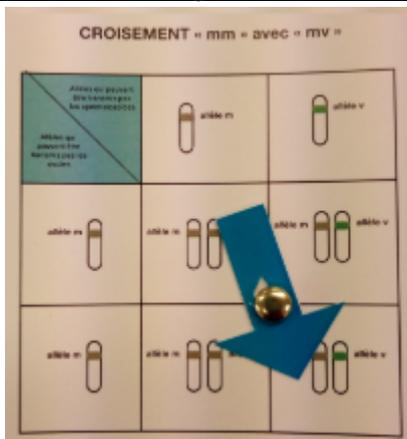
Les élèves doivent remarquer que la somme des probabilités est égale à 1.

- 5) **Simuler** la reproduction d'un couple de deux tortues "mv" lors des essais n°1 et n°2 détaillés ci-dessous :

Essai n°1 :

- a) En utilisant le montage "loterie des allèles", faire 5 tirages au sort successifs et noter les résultats dans le tableau ci-dessous.

Photographie du montage "la loterie de l'hérédité".



- b) Calculer le pourcentage d'apparition des différentes combinaisons.

Tirages	1	2	3	4	5
Combinaisons tirées au sort	mv	mv	vv	mm	vm
Nombre de combinaisons "mm" : $\frac{1}{5} = 0,2 =$ Nombre de combinaisons "vv" : $\frac{1}{5} = 0,2 =$ Nombre de combinaisons "mv" : $\frac{3}{5} = 0,6 =$ Total : 5					
Pourcentage de combinaisons "mm" : 20% Pourcentage de combinaisons "vv" : 20% Pourcentage de combinaisons "mv" : 60% Total : 100%					

Éléments d'analyse :

Il apparaît nécessaire de questionner l'élève sur l'utilisation de ce montage pour simuler les tirages au sort : pourquoi utilise-t-on ce montage ? Quels sont les éléments qui justifient son utilisation ? Quel est l'intérêt de réaliser plusieurs tirages au sort.

- c) Est-ce que les pourcentages obtenus correspondent aux pourcentages théoriques calculés à la question 4 ? Qu'en pensez-vous ?

Les pourcentages obtenus ne correspondent pas aux pourcentages théoriques puisque que c'est une expérience aléatoire.

Discussion menée en classe :

Le lien entre le modèle et le réel est questionné à plusieurs reprises. L'enseignant fait notamment la comparaison avec le lancé d'une pièce de monnaie qui serait lancée 5 fois. Il alerte également les élèves sur la distinction entre fréquences et pourcentages et leur demande ce qu'il faudrait faire pour que les fréquences se rapprochent des probabilités. Le passage à l'essai 2 permet de faire ressortir la loi des grands nombres.

Essai n°2 :

- a) En utilisant le montage "loterie des allèles", faire 15 tirages au sort successifs et noter les résultats dans le tableau ci-dessous.
- b) Calculer le pourcentage d'apparition des différentes combinaisons.

Tirages	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Combinaisons tirées au sort	M/M	M/V	M/M/V	M/V	M/M	M/V	M/V	M/V	V/V	V/V	V/V	M/V	M/M	V/V	M/V
Nombre de combinaisons "mm" : 4 Nombre de combinaisons "vv" : 4 Nombre de combinaisons "mv" : 7 Total : 15															
Pourcentage de combinaisons "mm" : 27 % Pourcentage de combinaisons "vv" : 27 % Pourcentage de combinaisons "mv" : 46 %															

- c) Est-ce que les pourcentages obtenus correspondent aux pourcentages théoriques calculés à la question 4 ? Qu'en pensez-vous ?

Mise en commun au niveau de la classe de l'essai n°2 :

Tableau détaillé des résultats obtenus par les différents groupes

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5	Groupe 6	Total	Fréquence
Nombre de combinaisons "mm" :	1	3	4	6	3	4	21	0,2333333
Nombre de combinaisons "vv" :	5	2	4	3	4	4	22	0,2444444
Nombre de combinaisons "mv" :	9	10	7	6	8	7	47	0,5222222
Total :	15	15	15	15	15	15	90	1

- d) Cumuler l'ensemble des résultats au niveau de la classe et calculer le pourcentage des différentes combinaisons d'allèles dans le tableau ci-dessous :

Combinaisons d'allèles	mm	vv	mv	Total
Nombre de fois que la combinaison a été tirée au sort	25	32	63	90
Pourcentage	28	36	70	100

- e) Est-ce que les pourcentages obtenus correspondent aux pourcentages théoriques calculés à la question 4 ? Qu'en pensez-vous ?

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Raconte ce que tu as appris au cours de la séance.

Exemple d'une réponse d'élève :

"J'ai appris que les résultats d'une expérience aléatoire correspondent aux résultats théoriques seulement lorsqu'il y a plusieurs essais."

Le message à retenir :

Lors de la méiose, la répartition des allèles dans chaque cellule reproductrice se fait au hasard. La fécondation permet l'union au hasard des cellules reproductrices. Lorsque l'on connaît les allèles des géniteurs, il est possible de définir les différentes combinaisons d'allèles possibles. Nous pouvons alors calculer la probabilité d'apparition de chaque combinaison. En ayant multiplié les essais de reproduction, les fréquences de combinaisons d'allèles obtenues tendent à se rapprocher des probabilités calculées : c'est la loi des grands nombres.

Partie 2 : Simuler la transmission au hasard des allèles sur plusieurs générations (séances 2, 3 et 4-début)

2,5 séances : 1 séance SVT + 1 séance Mathématiques + 0,5 Co-intervention Mathématiques/SVT

Puisque nous ne pouvons pas expérimenter la transmission des allèles (nous avons imaginé cette situation car il n'est pas possible de réaliser une expérience sur un couple de tortues réel), nous allons alors **simuler** la transmission des allèles d'un couple de tortues.

Pour y arriver, nous devons définir des "hypothèses simplificatrices", nécessaires pour construire notre modèle de transmission des allèles :

- un couple de tortues qui se reproduit met au monde 4 enfants ;
- parmi les 4 enfants nés à chaque génération, seulement 2 se reproduiront ensemble ;
- dans le couple de tortues des parents c'est-à-dire dans la génération 0 (G0), le mâle est de génotype "mv" et la femelle de génotype "mv".

A cela s'ajoute les connaissances que nous avons sur la transmission des allèles :

- un seul des deux allèles du même gène est transmis d'un parent à un enfant ;
- la transmission des allèles se fait au hasard.

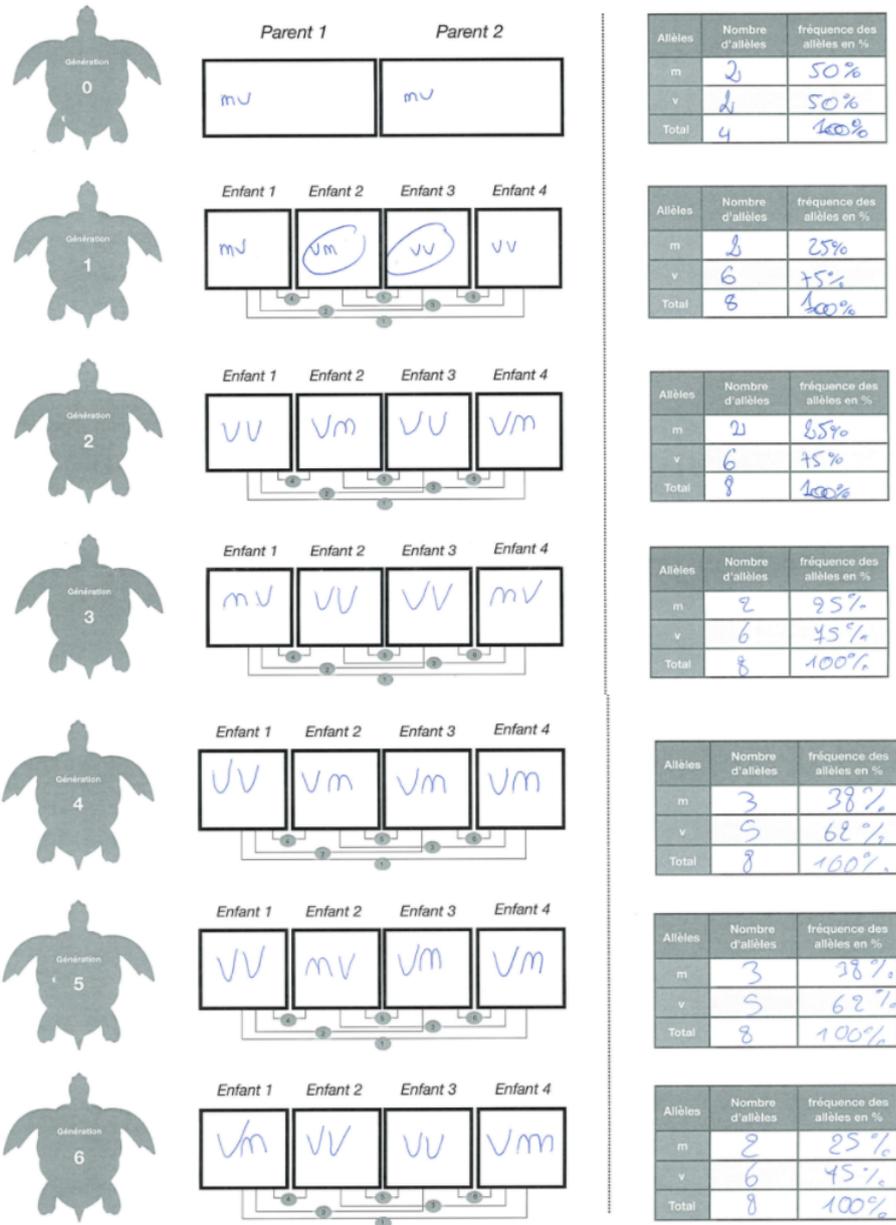
Afin de modéliser cette transmission, vous allez suivre le protocole ci-dessous sachant que nous avons pour objectif de suivre le nombre d'allèles m et v transmis dans la population à une génération donnée.

Protocole de simulation n°1 :

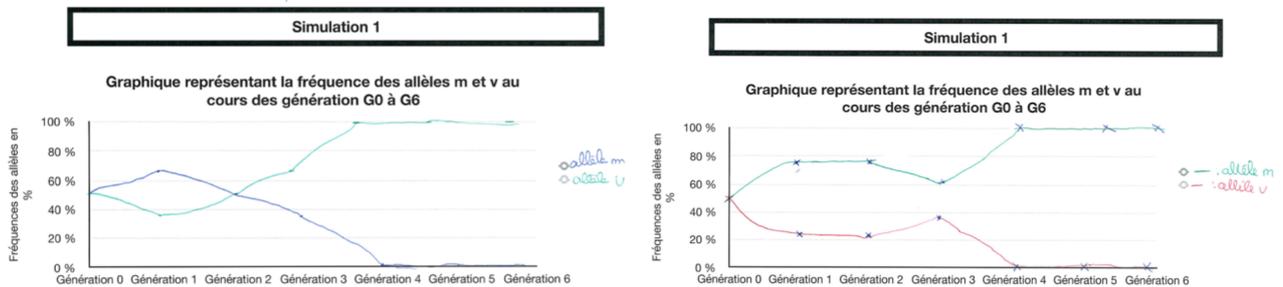
Séance SVT 1h

- 1) Choisir le tableau de croisement adapté au génotype des parents (G0).
- 2) Tirer au sort le génotype des 4 enfants issus de leur reproduction.
- 3) Les indiquer sur la ligne de la génération 1 (G1).
- 4) Lancer le dé pour sélectionner au hasard les individus qui se reproduisent.
- 5) Utiliser le tableau de croisement correspondant au couple pour tirer au sort les 4 enfants. Indiquer leur génotype dans la ligne de la génération 2 (G2).
- 6) Lancer le dé pour sélectionner au hasard les 2 individus qui se reproduisent.
- 7) Continuer la simulation pour les générations suivantes.
- 8) Compléter le tableau du nombre d'allèles différents à chaque génération et calculer les fréquences des allèles (en %).
- 9) Représenter sous la forme d'un graphique l'évolution de la fréquence de chaque allèle en fonction des générations.

Exemple des résultats d'une simulation



Exemples des productions graphiques de deux groupes différents pour la simulation 1



Questions :

1) Comparer les simulations des différents groupes. Que constatez-vous ? Qu'en pensez-vous ?

.....
.....
.....

2) Quelles sont les limites de cette simulation (en quoi s'éloigne-t-elle de la réalité) ?

La simulation s'éloigne du réel parce que le nombre d'enfant nous est donné la génération 0 est de 50% 50%

Éléments d'analyse :

Au cours de la séance, les élèves se déplacent pour aller comparer les résultats qu'ils ont obtenus avec ceux de leurs camarades, l'objectif étant de mettre en évidence la part du hasard. Les élèves sont amenés à identifier les limites de leur modélisation. La notion de "limite" est souvent mal comprise dans un premier temps.

Protocole de simulation n°2 :

Partie 1 : séance Mathématiques 1h

Partie 2 : séance Mathématiques/SVT 30 min

Nous souhaitons faire une simulation n°2. Afin de gagner du temps, nous allons utiliser une programmation Scratch qui permettra d'**automatiser** les tirages au sort. Vous allez créer cette programmation.

Pistes de réflexion : En construisant un programme Scratch, les élèves vont automatiser la simulation sur plusieurs générations. Les variables avaient déjà été étudiées mais les "listes" n'ont pas encore été vues avec les élèves. Celles-ci permettront de regrouper le stockage d'informations qui ont un lien entre-elles plutôt que de multiplier les variables isolées.

Partie 1 : Réaliser le programme

Sur Scratch, il est possible de stocker des informations qui ont la même nature sous forme de listes. Celles-ci fonctionnent de la même manière que les variables mais permettent de stocker plusieurs informations différentes.

Dans notre programme, nous allons avoir besoin de quatre listes :

- une liste qui contiendra le génotype du Parent 1 ;
- une liste qui contiendra le génotype du Parent 2 ;
- une liste qui contiendra les génotypes des quatre enfants ;
- une liste qui contiendra les génotypes des enfants qui se reproduiront.

1. En te rendant dans la section "données", crée les quatre listes nécessaires au déroulement du programme. Nomme les Parent1, Parent2, Enfants et Reproducteurs.

Pour commencer le programme, nous aurons besoin de demander à l'utilisateur de rentrer le génotype des parents, afin de pouvoir réaliser le tirage au sort du génotype des enfants. Pour faciliter la tâche, nous demanderons à l'utilisateur de rentrer les deux allèles individuellement.

2. Voici un morceau d'un programme Scratch :



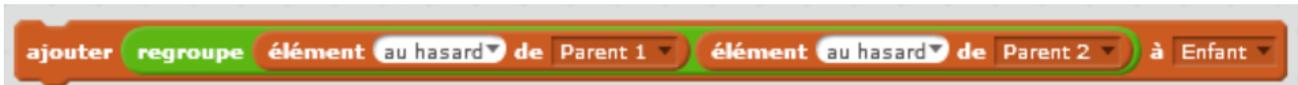
a. A quoi sert-il ?

Ce programme sert à trouver un âge.

b. Comment pourrais-tu l'adapter pour demander les allèles composant les génotypes des parents et les stocker dans les bonnes listes ?

"Pour cela on devra poser 4 questions en tout avec les parents 1 et 2 puis répondre aux questions en utilisant la liste de réponses."

3. Voici un morceau du programme que l'on cherche à créer :



a. Quelle est son utilité ?

Ce programme sert à trouver les allèles d'un enfant.

b. Quelle instruction peut-on rajouter pour obtenir le génotype des quatre enfants ?

On doit mettre une option pour recommencer 4 fois pour les quatre enfants.

4. Il faut maintenant programmer le tirage au sort des deux individus de la liste *Enfants* qui se reproduiront, mais **ATTENTION**, il faut s'assurer que notre programme ne choisisse pas deux fois le même individu.

a. Commence par créer deux variables respectivement nommées *reproducteur1* et *reproducteur2*. Ces dernières nous permettront de stocker les numéros des éléments de la liste *Enfants* choisis pour se reproduire afin de les comparer.

b. Reproduis ces instructions sur Scratch à la fin de ton programme :



c. Après avoir effectué plusieurs essais, à quoi semble servir ce morceau de programme ?

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Explique ce que tu as appris au cours de la séance.

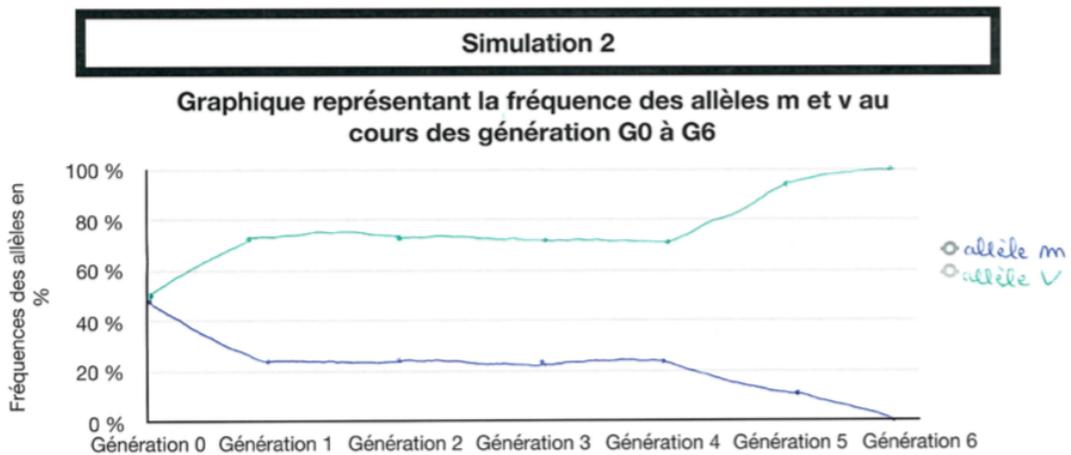
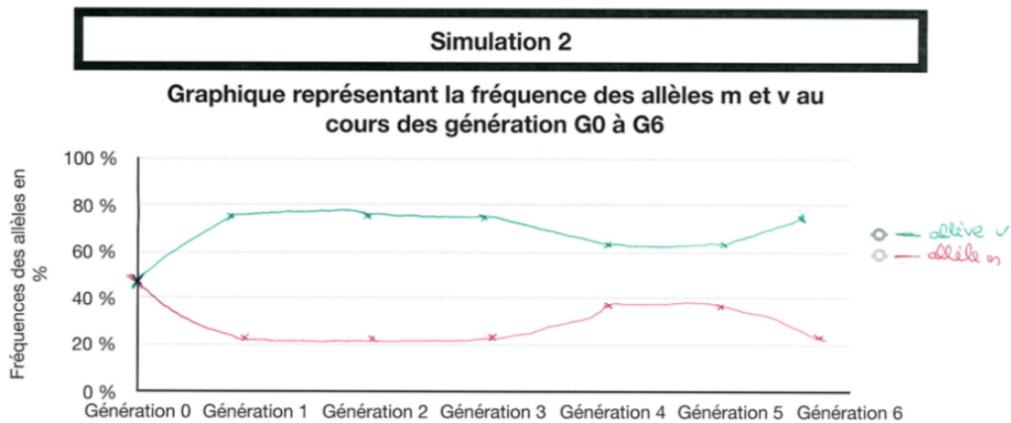
... Nous avons appris sur scratch à faire une liste et
des variables

Partie 2 : Réaliser la simulation

Consigne :

- 1) Réalise de nouveau le protocole de la simulation n°1 (page 10) mais utilise le programme Scratch conçu pour réaliser les tirages au sort et représente sous la forme d'un graphique l'évolution de la fréquence de chaque allèle en fonction des générations.

Exemples des productions graphiques de deux groupes différents pour la simulation 2



2) Comparer les simulations des différents groupes. Que constatez-vous ? Qu'en pensez-vous ?

On peut en conclure que les tortues marbrées
auront plus de chance de survivre que
les tortues vertes

3) Quelles sont les limites de cette simulation ?

Le programme Scratch donne un
logiciel ce qui s'éloigne donc de
la réalité

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Explique ce que tu as appris au cours de la séance.

Le programme Scratch donne un
logiciel ce qui s'éloigne donc de
la réalité

Partie 3 : Simuler la transmission des allèles sur plusieurs générations dans le cadre d'une sélection naturelle (séance 4-fin) Séance Mathématiques/SVT 30 min

Certains allèles apportent un avantage aux individus qui les possèdent alors que d'autres allèles apportent un désavantage en fonction de l'environnement dans lequel ils se trouvent : c'est la sélection naturelle.

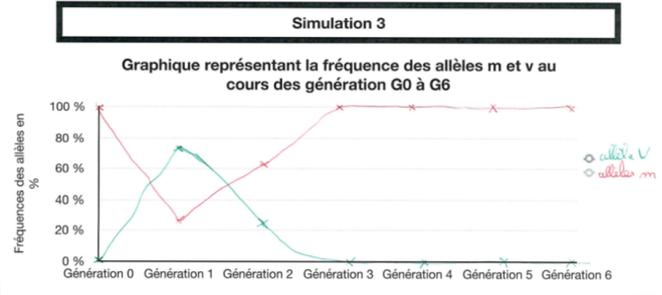
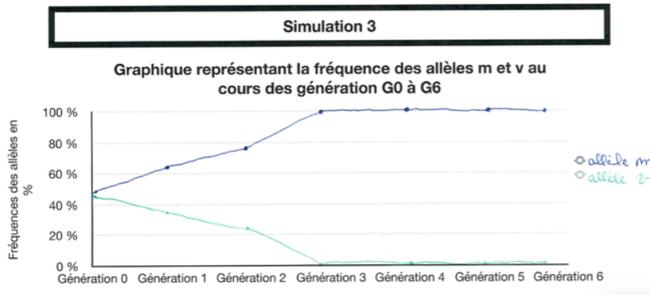
Changements sur une île des Galapagos ! Des humains viennent de déforester l'île. Les tortues vertes de l'île sont donc très visibles sur le sol marron alors que les tortues marrons sont peu visibles sur le sol de la même couleur : les tortues qui ont une carapace marron sont donc avantagées ! Dans ce nouvel environnement, l'allèle m apporte donc un avantage alors que l'allèle v apporte un désavantage.

Nous souhaitons réaliser comme précédemment une simulation en prenant en compte une sélection naturelle. Afin de gagner du temps, nous allons utiliser une nouvelle programmation Scratch qui permettra d'automatiser les tirages au sort. Ce programme Scratch a été conçu pour favoriser la reproduction des individus de génotype "mm" ou "mv".

Consigne :

- 1) Réaliser la simulation en complétant la fiche "Résultats de la simulation 3 - sélection naturelle".
- 2) Représenter sous la forme d'un graphique l'évolution de la fréquence de chaque allèle au cours des générations G0 à G6.

Exemples des productions graphiques de deux groupes différents pour la simulation 3



- 3) Comparer les simulations des différents groupes. Que constatez-vous ? Qu'en pensez-vous ?

On peut en conclure que les tortues marrons auront plus de chance de survivre que les tortues vertes.

- 4) Quelles sont les limites de cette simulation ?

Le programme Scratch donc un logiciel ce que s'éloigne donc de la réalité.

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Explique ce que tu as appris au cours de la séance.

J'ai appris de cette séance que l'environnement peut menacer la reproduction d'espèces comme la forêt soupe, la pollution, ou encore le changement climatique.

Eléments d'analyse :

Les élèves utilisent le programme conçu par l'enseignant. Les élèves réalisent la simulation 3 sur 6 générations puis comparent les simulations et peuvent constater que contrairement aux simulations 1 et 2, la majorité des groupes obtiennent la fixation (rapide) de l'allèle m dans la population (en effet, il y a tout de même certains groupes qui obtiennent la fixation de l'allèle v).

Une deuxième possibilité consiste à réaliser une simulation sur 30 générations et d'identifier à quelle génération l'allèle "m" a été fixée. Il apparaît important d'expliquer aux élèves les choix réalisés lors de la conception du programme SCRATCH : les parents ne sont plus tirés au sort dans la liste des enfants mais, ce sont les individus qui possèdent les génotypes "mm" et "mv" donc qui possèdent une couleur de carapace marron qui sont prioritaires.

A partir de l'ensemble du travail réalisé, vous devez répondre à la problématique sous la forme d'un texte. Vous devrez justifier à partir des données obtenues lors des différentes séances.

Vous pouvez réaliser une affiche pour présenter votre travail.

Exemple d'une synthèse

Comment peut-on savoir comment évoluent les deux populations de tortues ?

Nous allons définir les termes du sujet

Population est mot désignant un ensemble des personnes qui habitent un espace, une terre

Dans une première partie nous verrons l'influence d'un environnement sur une espèce. Dans une deuxième partie nous verrons

Dans certaines espèces l'environnement est important pour la nourriture ou la reproduction prenons l'exemple des tortues sur les îles de Galapagos. Leur forêt a été coupée les tortues d'ailleurs n'ont le plus surveillé comparé aux autres. On peut voir que la SVT et les Maths sont liés. J'ai appris de nouvelles choses comme faire un table de parallélisme. Le logiciel Scratch nous a été utile pour être le plus réaliste possible. Par exemple les tortues qui vont se reproduire et les autres ceux qui vont mourir.

Éléments d'analyse :

Afin de mettre en évidence les points communs et différences entre les mathématiques et les Sciences de la vie et de la Terre, il est possible de demander aux élèves de rédiger une explication "mathématiques" et une explication "SVT".

Le bilan pour l'élève du projet :

Nous souhaitons comprendre comment pouvait évoluer une population fictive de tortues qui venait de coloniser une île.

Puisque nous ne pouvons pas expérimenter directement sur la population de tortues (qui ici était fictive), nous avons réalisé une modélisation qui nous a permis de simuler un phénomène biologique : la transmission du caractère “*couleur de la carapace*” d’une population de tortues.

La compréhension des phénomènes biologiques (transmission au hasard des allèles au cours de la méiose et la fécondation et la rencontre au hasard des partenaires) a été utilisée en mathématiques pour calculer les probabilités de transmission des différents allèles m et v lors de la reproduction d’un couple de tortues.

Des expériences (au sens probabiliste) ont permis de comprendre que sur un nombre de tirages au sort faible, les fréquences obtenues ne sont pas toujours proches des probabilités calculées mais que, plus le nombre de tirages au sort est important et plus les chances sont fortes que les fréquences soient proches des probabilités : c’est la loi des grands nombres.

Nous avons alors réalisé des simulations de transmission des allèles m et v sur 6 générations et avons constaté que les simulations sont différentes selon les groupes : dans certains cas ce sont les allèles m qui atteignent une fréquence de 100 %, dans d’autres cas ce sont les allèles v et parfois les deux allèles sont encore présents dans la population. Cela montre la place du hasard dans l’évolution.

La construction d’un algorithme sur Scratch permet d’automatiser les simulations et peut permettre de produire des modèles plus rapides et plus puissants.

Dans certaines situations réelles, certains allèles apportent un avantage à l’individu alors que d’autres apportent un désavantage. Ce mécanisme est appelé la sélection naturelle. Nous avons alors adapté le modèle afin qu’il prenne en compte cet avantage : l’algorithme favorise la reproduction des individus qui avaient deux allèles mm , ou mv (responsables d’une carapace marron qui leur apportait un succès reproductif plus élevé dans un milieu sans forêt). Dans ce cas, le résultat des simulations réalisées par les différents groupes étaient le même : après quelques générations, la fréquence de l’allèle m atteignait 100%. Le hasard était limité par l’effet de l’environnement qui favorise la reproduction des individus qui ont la carapace de couleur marron.

Il y a des limites à ces modélisations, par exemples :

- nous avons considéré qu’il n’y avait pas de mutations à l’origine de nouveaux allèles ;
- nous avons fixé à deux le nombre d’individus qui se reproduisent ;
- nous avons fixé à quatre le nombre d’enfants ;
- nous considérons que les individus de générations différentes n’interagissent pas (pas de reproduction entre eux) ;
- nous n’avons pas pris en compte le sexe des individus ;
- le nombre d’individu de la population est très limité.

La modélisation réalisée permet de montrer qu’il n’est pas possible de prédire l’évolution à cause de la part du hasard. Dans certains cas, la sélection naturelle favorise la transmission de certains allèles.

La synthèse précédente nous permet de voir que l'une des limites des simulations effectuées jusqu'à présent a été de se baser sur une population de tortue finie en partant toujours d'un couple de départ et d'un seul couple reproducteur par génération. L'objectif de cette partie est donc de se demander si les conclusions restent les mêmes pour une population infinie.

Lorsqu'on s'intéresse à la couleur de la carapace d'une tortue, on se rend compte qu'il s'agit d'un cas simple dans lequel le gène responsable peut prendre deux formes (ou allèles) :

- m à l'origine de la couleur marron ;
- v à l'origine de la couleur verte.

Chaque gène se trouvant en deux exemplaires, un individu peut donc présenter l'un des trois génotypes suivants : mm , mv ou vv .

On considère une population de tortues dans laquelle la proportion de tortues présentant le génotype mm est p_0 , la proportion de tortues présentant le génotype mv est q_0 et la proportion de tortues présentant le génotype vv est r_0 .

1) Pourquoi peut-on affirmer que $p_0 + q_0 + r_0 = 1$?

Il n'y a que 3 génotypes possibles. Lorsqu'on additionne leurs proportions, on obtient donc obligatoirement 1 car il n'y a pas d'autre possibilité.

Lorsque les tortues se reproduisent, chaque enfant hérite d'un allèle de chacun de ses parents, chaque allèle étant choisi au hasard. Tu as vu en SVT qu'il y avait donc six situations possibles, en voici un rappel :

	P2	m	m
P1			
m		mm	mm
m		mm	mm

	P2	m	v
P1			
m		mm	mv
m		mm	mv

	P2	v	v
P1			
m		mv	mv
m		mv	mv

	P2	m	v
P1			
m		mm	mv
v		mv	vv

	P2	v	v
P1			
m		mv	mv
v		vv	vv

	P2	v	v
P1			
v		vv	vv
v		vv	vv

Notre objectif est ici d'étudier l'évolution des proportions des différents génotypes dans la population à chaque génération.

On admettra pour cela que, dans ce modèle théorique, les couples se forment au hasard quant à leurs génotypes, que l'environnement est stable et que la population est suffisamment grande pour être considérée comme infinie. On étudie l'évolution des proportions des différents génotypes dans la population à chaque génération.

Discussion menée en classe :

Il est important que les élèves comprennent, malgré le cadre théorique avec des proportions p_0 , q_0 et r_0 inconnues, que la somme de ces proportions est égale à 1.

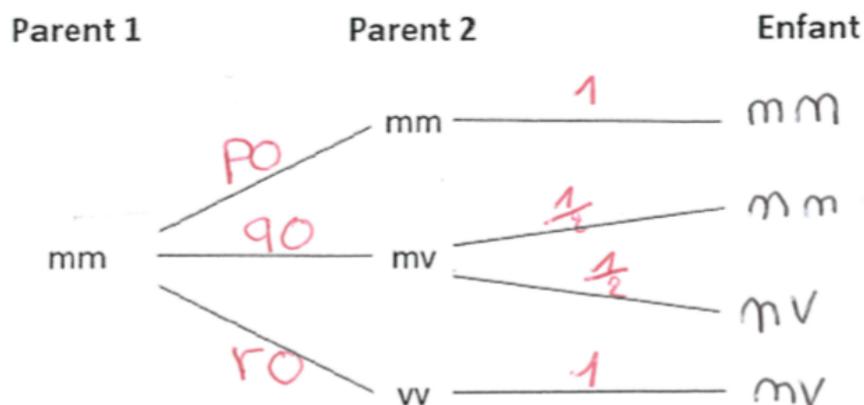
Une discussion autour des différentes assertions admises est importante afin que les élèves comprennent leur importance.

Partie A : Première génération

1) Premier cas

On suppose que le génotype d'un des parents est mm.

a) Complète l'arbre de probabilités ci-dessous.



Lorsqu'on écrit sur chacune des branches la probabilité que l'événement se produise, on appelle cela un arbre pondéré.

b) Complète l'arbre précédent pour en faire un arbre pondéré.

Pour obtenir la probabilité d'un événement avec un arbre pondéré, il suffit de multiplier les probabilités des branches qui le composent.

c) Calcule la probabilité :

i) que le génotype de l'enfant soit mm :

$$P(\text{mm}) = p_0 \times 1 + q_0 \times \frac{1}{2} = p_0 + \frac{q_0}{2}$$

ii) que le génotype de l'enfant soit mv.

$$P(\text{mv}) = q_0 \times \frac{1}{2} + r_0 \times 1 = \frac{q_0}{2} + r_0$$

Discussion menée en classe :

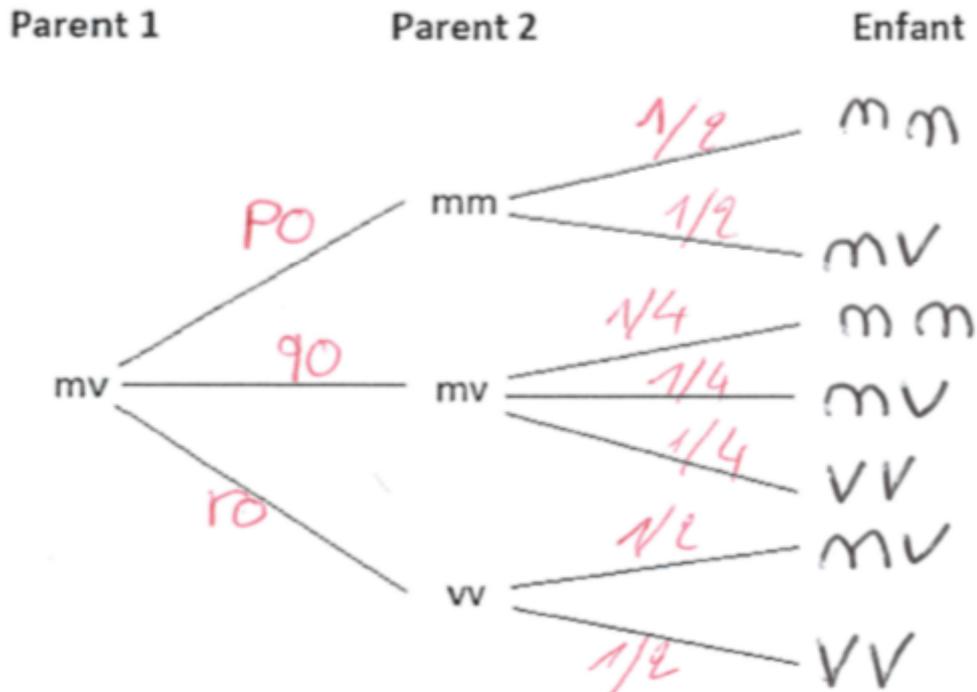
Dans cette première partie, l'arbre de probabilités est directement proposé aux élèves mais il reste important d'avoir une discussion autour de son utilisation afin qu'ils comprennent que cette représentation sera plus efficace que les tableaux de croisement pour le calcul de probabilités. Cependant, les tableaux rappelés précédemment permettent de faciliter la pondération de chacune des branches.

Il pourra de même être important d'expliquer pourquoi la probabilité d'un chemin est obtenue par la multiplication des probabilités des branches qui le composent. Dans ce sens, une séance en demi-groupe a été effectuée en aval afin de travailler sur des problèmes simples qui permettaient d'effectuer des arbres de probabilités sans pondération et qui ont permis de visualiser cette propriété par dénombrement.

2) **Deuxième cas**

On suppose maintenant que le génotype d'un des parents est mv.

a) Complète l'arbre de probabilités pondéré ci-contre.



b) A l'aide de ce nouvel arbre pondéré, calcule la probabilité que le génotype de l'enfant soit :

(1) mm :

$$P(mm) = P_0 \times \frac{1}{2} + q_0 \times \frac{1}{4} = \frac{P_0}{2} + \frac{q_0}{4}$$

(2) mv :

$$P(mv) = P_0 \times \frac{1}{2} + q_0 \times \frac{1}{2} + r_0 \times \frac{1}{2} = \frac{P_0}{2} + \frac{q_0}{2} + \frac{r_0}{2}$$

(3) vv :

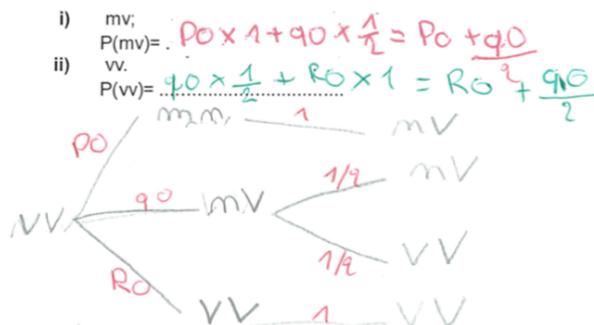
$$P(vv) = r_0 \times \frac{1}{2} + r_0 \times \frac{1}{2}$$

3) **Troisième cas**

On suppose enfin que le génotype d'un des parents est vv.

a) Construis l'arbre de probabilités pondéré correspondant à cette situation dans l'espace ci-dessous.

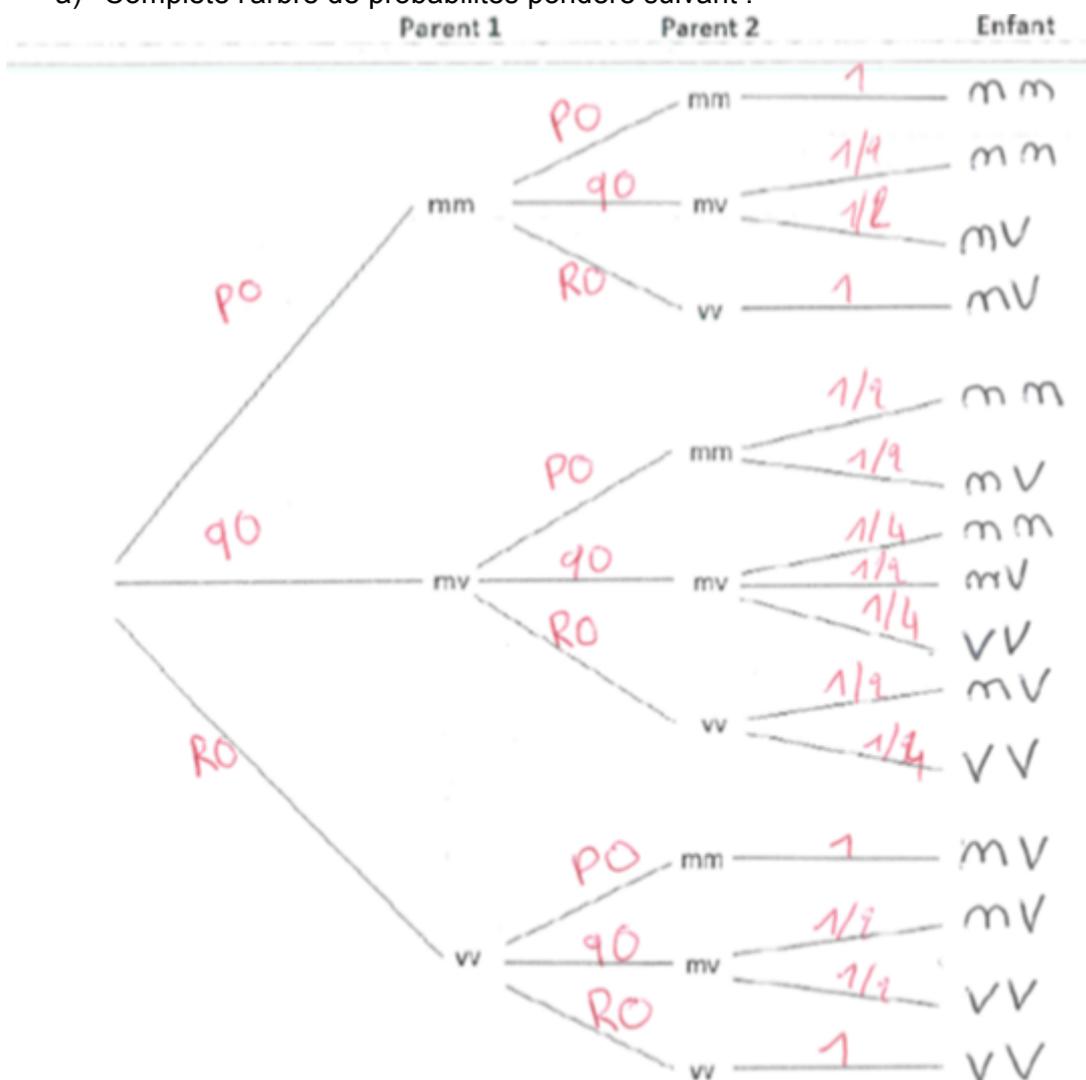
b) A l'aide de cet arbre pondéré, calcule la probabilité que le génotype de l'enfant soit :



4) **Situation globale :**

On peut maintenant, après avoir étudié individuellement chacune des situations, s'intéresser au problème global concernant la transmission des allèles correspondant à la couleur des carapaces chez les tortues.

a) Complète l'arbre de probabilités pondéré suivant :



b) A partir de cet arbre de probabilités :

i) Montre que $p_1 = (p_0 + \frac{q_0}{2})^2$

$$P(mm) = p_0 \times p_0 \times 1 + p_0 + q_0 \times \frac{1}{2} + q_0 \times p_0 \times \frac{1}{2} + q_0 \times q_0 \times \frac{1}{4} = p_0^2 + p_0 \times q_0 + \frac{p_0 + q_0}{2} + \frac{q_0^2}{4}$$

ii) Montre que $r_1 = (r_0 + \frac{q_0}{2})^2$

De la même manière que pour la question précédente on montre que $P(vv) = p_0 + \frac{q_0}{2}$

Éléments d'analyse :

L'arbre de probabilité de la situation globale n'a pas posé de difficulté aux élèves qui ont compris qu'il fallait ici résumer le travail effectué en amont. La pondération du premier embranchement a mené à un débat intéressant entre élèves pour savoir s'il fallait ou non utiliser les mêmes proportions p_0 , q_0 et r_0 pour les deux parents. Les élèves sont arrivés par eux-mêmes à la conclusion que les

parents étant issus de la même population, il fallait bien utilisé les mêmes notations car les proportions étaient les mêmes.

Pour la question b, les élèves n'ont pas de problème à établir la première égalité pour p_1 à partir de l'arbre de probabilité (multiplication des branches pour obtenir la probabilité d'un chemin puis addition des probabilités des différents chemins permettant de réaliser l'événement traité). La factorisation de l'expression obtenue à l'aide de l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ pose cependant certaines difficultés et une phase de décomposition des différents termes faisant ressortir la factorisation est nécessaire.

Partie B : Établir une conjecture

Sur une île, des scientifiques ont étudié une population de tortues. Ils ont réussi à récolter les données suivantes :

- La proportion p_0 du génotype mm est de 0,6 pour cette population ;
- La proportion r_0 du génotype vv est de 0,2 pour cette population.

1) Que vaut la proportion q_0 correspondant au génotype mv ?

$$q_0 = 1 - p_0 - r_0$$

$$= 1 - 0,6 - 0,2$$

$$= 0,2$$

Les scientifiques souhaiteraient maintenant prévoir les proportions respectives pour chacun des génotypes après reproduction. Pour cela, ils ont choisi d'utiliser le tableur.

	A	B	C	D
1	Génération	$P(mm)=p$	$P(mv)=q$	$P(vv)=r$
2	0	0,6	0,2	0,2
3	1	0,49	0,49	0,09
4	2	0,49	0,49	0,09
5	3	0,49	0,49	0,09

- 2) Quelle valeur faut-il rentrer dans la case C2 ?
- 3) A partir du travail fait dans la première partie, déduis-en :

- a) la formule à taper dans la case B3 pour obtenir la proportion p_1 ; $(B_2 + C_2 / 2) \wedge 2$
- b) la formule à taper dans la case D3 pour obtenir la proportion r_1 . $(D_2 + C_2 / 2) \wedge 2$

4) D'après les questions 1 et 2, déduis la formule à taper dans la case C3 pour obtenir la proportion q_1 .

$$1 - B_3 - D_3$$

En prolongeant les formules dans les colonnes correspondantes, on peut calculer les proportions des génotypes mm, mv et vv à la n-ième génération.

- 5) Prolonge les formules en colonne. Que remarques-tu ? Un autre groupe de scientifiques a étudié une population de tortues sur une autre île sur laquelle :
 - la proportion p_0 du génotype mm est de 0,4 pour cette population ;
 - la proportion r_0 du génotype vv est de 0,1 pour cette population.
- 6) Modifie ton fichier tableur pour qu'il corresponde cette fois-ci à la situation du second groupe de chercheurs.
- 7) Quelle conjecture peux-tu émettre à partir de tes observations ?

...La...proportion...reste...la...même...

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Raconte ce que tu as appris au cours de la séance.

“J’ai appris comment faire un arbre de probabilité.”

Eléments d’analyse :

L’objectif de cette partie est d’amener les élèves à postuler qu’au sein d’une population, il y a équilibre des fréquences allélique et génotypique d’une génération à l’autre. Pour cela, les élèves doivent d’étudier l’évolution des proportions des différents génotypes dans la population à chaque génération.

Les élèves considèrent au départ une population dans laquelle la proportion de tortues présentant chacun des génotypes est inconnue et admettent quelques hypothèses pour pouvoir procéder à un traitement probabiliste de la situation.

Dans un premier temps, les élèves s’intéressent à la première génération issue de la reproduction. La situation est divisée en quatre parties. Pour chacune des trois premières parties, les élèves s’intéressent à l’un des trois génotypes possibles pour l’un des parents et dressent un arbre de probabilités qui permettra (en regroupant les résultats des trois parties précédentes) de calculer les proportions de chacun des génotypes dans la nouvelle génération en fonction des proportions de la génération de départ.

Dans un second temps, les élèves doivent émettre une conjecture sur l’évolution des proportions de chacun des génotypes. Pour cela, les élèves utilisent un fichier tableur dans lequel les formules théoriques obtenues précédemment vont leur permettre de calculer l’évolution des proportions sur plusieurs générations et vérifier qu’il y ait bien un équilibre des fréquences allélique et génotypique d’une génération à l’autre.

Conclusion :

A travers ce projet interdisciplinaire, chacune des deux disciplines a pu apporter un regard complémentaire : un partir d’une situation fictive (mais ancrée dans un monde réel) la construction d’une modélisation a permis d’obtenir des résultats mathématiques qui ont été interprétés dans le monde réel afin de proposer une réponse à la problématique.

Des différences entre les mathématiques et les sciences de la vie et de la Terre ont pu être identifiées :

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 En mathématiques nous avons parlé de probabilité et en SVT nous avons parlé de la fécondation, reproduction.

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 La différence que j'ai pu observer entre les math et SVT est que en SVT c'est des schémas et en math des arbres de probabilités.

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 En mathématiques nous avons fait des calculs. Il n'y a pas de différence.

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 Dans le projet les maths était plus situé sur les programme et SVT c'est la reproduction et allèles.

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 En science que en SVT nous avons plus utilisé l'aspect scientifique.

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 Les différences entre les maths et les SVT était que en maths il y a des calculs et en SVT on faisait des allèles.

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 Les différences que j'ai observé sont que pour un même problème on pourrait utilisé deux solutions...

2) Quelles sont les différences que tu as observées entre les Mathématiques et les SVT ?
 Dans les maths il y avait de la probabilité et l'utilisation du logiciel Scratch alors que en SVT, nous avons fait des expériences sur les canopées maison/pate.

Des allers/retours entre le monde réel et le monde des mathématiques ont été menés tout au long du projet ; la co-intervention l'a facilité.

Une véritable plus-value a été apportée aux enseignements des deux disciplines : la situation en sciences de la vie et de la Terre fournissait aux mathématiques une situations réelle pour traiter les probabilités et, en Sciences de la vie et de la Terre, l'utilisation des mathématiques a permis une modélisation du mécanisme de sélection naturelle et de dérive génétique sur une population à faible effectif et ainsi de faciliter la compréhension de ces deux mécanismes.

La construction et l'utilisation d'un modèle a notamment permis de questionner la place des modèles et leurs fonctions ainsi que les limites qui y sont associées :

5) Qu'est ce qu'une modélisation mathématique ? Que peut-elle permettre de faire ?
 Une modélisation mathématique sert à ~~est~~ estimer une expérience.

5) Qu'est ce qu'une modélisation mathématique ? Que peut-elle permettre de faire ?
 Une modélisation mathématique, c'est lorsqu'on fait une simulation. Elle permet d'approfondir un problème afin de trouver une réponse.

5) Qu'est ce qu'une modélisation mathématique ? Que peut-elle permettre de faire ?
 C'est une simulation fictive ça permet d'aller plus vite sans faire l'expérience en réalité.

5) Qu'est ce qu'une modélisation mathématique ? Que peut-elle permettre de faire ?
 C'est le fait de mettre en œuvre une situation réelle avec en simplifiant des choses.

5) Qu'est ce qu'une modélisation mathématique ? Que peut-elle permettre de faire ?
 Une modélisation mathématique est quand on la ~~on~~ on la classe une simulation et SVT.

Annexes :

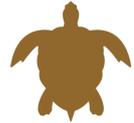
- Annexe 1 : Carnet de bord du projet “Simuler la transmission d’allèles dans une population de tortues”

Nom :

Prénom :

Classe :

Projet : Simuler la transmission d’allèles dans une population de tortues Projet interdisciplinaire SVT-Mathématiques



Carnet de bord du projet

L’histoire fictive d’un couple de tortues sur une île de Galapagos.

Il était une fois...

Sur une île des Galapagos (c’est un archipel d’îles situées dans l’est de l’océan pacifique au niveau de l’équateur) vivent des tortues qui ont soit une carapace verte, soit une carapace marron.

On sait que la couleur de la carapace est contrôlée par un gène qui existe sous deux versions, l’allèle *m* responsable de la couleur marron et l’allèle *v* responsable de la couleur verte. L’allèle *m* est dominant sur l’allèle *v*.

Un jour, un glissement de terrain prend au piège deux tortues (un mâle et une femelle) : elles sont emportées en pleine mer sur un radeau... et se retrouvent sur une île différente.

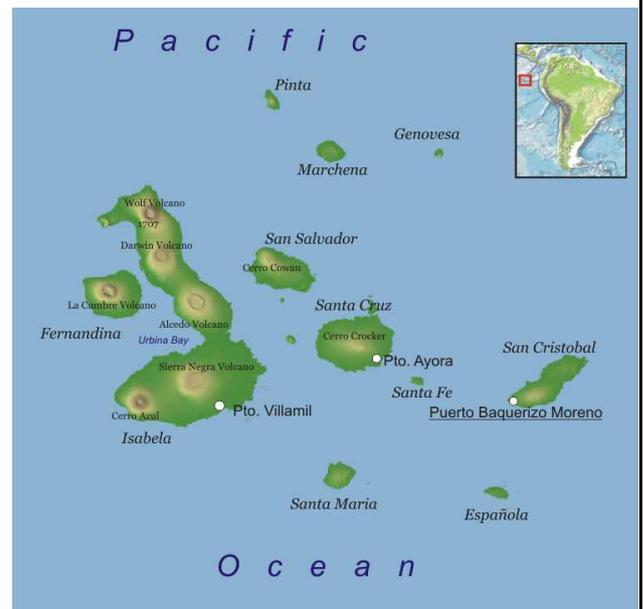
Sur l’île, le couple va se reproduire et donc transmettre leurs allèles aux générations futures...

Problématique :

Evaluation du projet :

Le projet sera évalué sur :

- le carnet de bord qui devra être complété à chaque séance ;
- la présentation du projet.

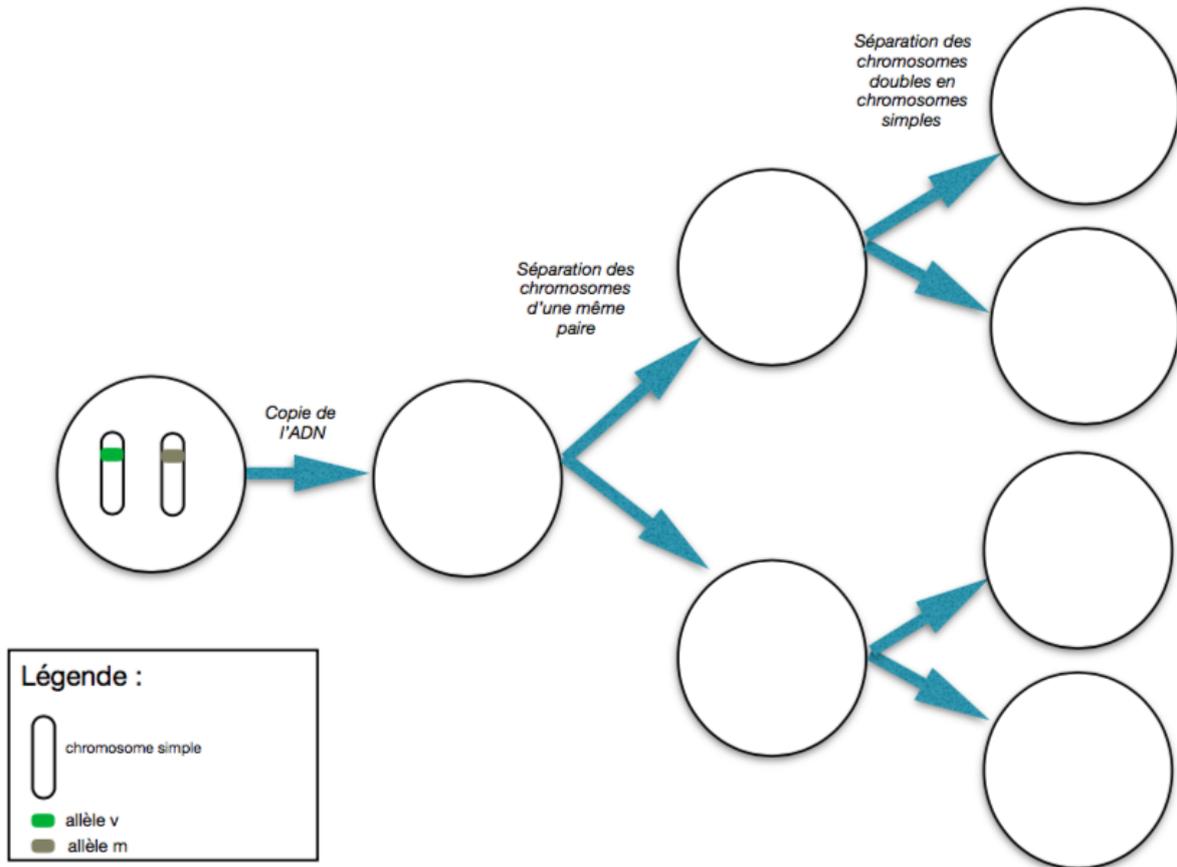


Partie 1 : Calculer la probabilité de transmission des allèles au cours de la méiose et la fécondation

Séance Mathématiques/SVT 1h

Questions :

- 1) **Compléter** le schéma de la transmission des allèles d'une tortue qui possède la combinaison d'allèles "mv".



- 2) **Compléter** le tableau de croisement afin de déterminer les combinaisons possibles d'allèles des enfants issus de la reproduction de deux tortues dont les allèles sont *mv*.

Allèles qui peuvent être transmis pas les spermatozoïdes		
Allèles qui peuvent être transmis pas les ovules		

3) Quels sont les 3 génotypes (combinaisons d'allèles) possibles des enfants :

.....

4) Utiliser les trois tableaux de croisement pour **déterminer** la probabilité que l'enfant d'une tortue mâle "mv" qui se reproduit avec une tortue femelle "mv" :

- ait la combinaison d'allèles "mm" :
- ait la combinaison d'allèles "vv" :
- ait la combinaison d'allèles "mv" :
- soit de couleur verte :
- soit de couleur marron :

5) **Simuler** la reproduction d'un couple de deux tortues "mv" lors des essais n°1 et n°2 détaillés ci-dessous :

Essai n°1 :

- a) En utilisant le montage "loterie des allèles", tirer au sort 5 combinaisons d'allèles différentes et noter les résultats ci-dessous.
- b) Noter les résultats et calculer le pourcentage d'apparition des différentes combinaisons :

Tirages	1	2	3	4	5
Combinaisons tirées au sort					
Nombre de combinaisons "mm" : Nombre de combinaisons "vv" : Nombre de combinaisons "mv" : Total :					
Pourcentage de combinaisons "mm" : Pourcentage de combinaisons "vv" : Pourcentage de combinaisons "mv" : Total :					

c) Est-ce que les pourcentages obtenus correspondent aux pourcentages théoriques calculés à la question 4 ? Qu'en pensez-vous ?

.....

Essai n°2 :

- a) En utilisant le montage "loterie des allèles", tirer au sort 15 combinaisons d'allèles différents.
- b) Noter les résultats et calculer le pourcentage d'apparition des différentes combinaisons :

Tirages	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Combinaisons tirées au sort															
Nombre de combinaisons "mm" : Nombre de combinaisons "vv" : Nombre de combinaisons "mv" : Total :															
Pourcentage de combinaisons "mm" : Pourcentage de combinaisons "vv" : Pourcentage de combinaisons "mv" :															

- c) Est-ce que les pourcentages obtenus correspondent aux pourcentages théoriques calculés à la question 4 ? Qu'en pensez-vous ?

.....

.....

.....

.....

Mise en commun au niveau de la classe de l'essai n°2 :

- d) Cumuler l'ensemble des résultats au niveau de la classe et calculer le pourcentage des différentes combinaisons d'allèles dans le tableau ci-dessous :

Combinaisons d'allèles	mm	vv	mv	Total
Nombre de fois que la combinaison a été tirée au sort				
Pourcentage				

- e) Est-ce que les pourcentages obtenus correspondent aux pourcentages théoriques calculés à la question 4 ? Qu'en pensez-vous ?

.....

.....

.....

.....

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Raconte ce que tu as appris au cours de la séance.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Partie 2 : Simuler la transmission au hasard des allèles sur plusieurs générations.

1,5 séance

Puisque nous ne pouvons pas expérimenter la transmission des allèles (nous avons imaginé cette situation car il n'est pas possible de réaliser une expérience sur un couple de tortues réel), nous allons alors **simuler** la transmission des allèles d'un couple de tortues.

Pour y arriver, nous devons définir des "hypothèses simplificatrices", nécessaires pour construire notre modèle de transmission des allèles :

- un couple de tortues qui se reproduit met au monde 4 enfants ;
- parmi les 4 enfants nés à chaque génération, seulement 2 se reproduiront ensemble ;
- dans le couple de tortues des parents c'est-à-dire dans la génération 0 (G0), le mâle est de génotype "mm" et la femelle de génotype "vv".

A cela s'ajoute les connaissances que nous avons sur la transmission des allèles :

- un seul des deux allèles d'un même gène est transmis d'un parent à un enfant ;
- la transmission des allèles se fait au hasard.

Afin de modéliser cette transmission, vous allez suivre le protocole ci-dessous sachant que nous avons pour objectif de suivre le nombre d'allèles m et v transmis dans la population à une génération donnée.

Protocole de simulation n°1 :

Séance SVT 1h

- 1) Choisir le tableau de croisement adapté au génotype des parents (G0).
- 2) Tirer au sort le génotype des 4 enfants issus de leur reproduction.
- 3) Les indiquer sur la ligne de la génération 1 (G1).
- 4) Lancer le dé pour sélectionner au hasard les individus qui vont se reproduisent.
- 5) Utiliser le tableau de croisement correspondant au couple pour tirer au sort les 4 enfants. Indiquer leur génotype dans la ligne de la génération 2 (G2).
- 6) Lancer le dé pour sélectionner au hasard les 2 individus qui se reproduisent.
- 7) Continuer la simulation pour les générations suivantes.
- 8) Compléter le tableau du nombre d'allèles différents à chaque génération et calculer les fréquences des allèles (en %).
- 9) Représenter sous la forme d'un graphique l'évolution de la fréquence de chaque allèle en fonction des générations.

Questions :

- 1) Comparer les simulations des différents groupes. Que constatez-vous ? Qu'en pensez-vous ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) Quelles sont les limites de cette simulation (en quoi elle s'éloigne de la réalité) ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Protocole de simulation n°2 :

*Partie 1 : Séance Mathématiques 1h
Partie 2 : Séance Mathématiques/SVT 30 min*

Nous souhaitons faire une simulation n°2. Afin de gagner du temps, nous allons utiliser une programmation Scratch qui permettra d'**automatiser** les tirages au sort. Vous allez créer cette programmation.

Partie 1 : Réaliser le programme

Sur Scratch, il est possible de stocker des informations qui ont la même nature sous forme de listes. Celles-ci fonctionnent de la même manière que les variables mais permettent de stocker plusieurs informations différentes.

Dans notre programme, nous allons avoir besoin de quatre listes :

- Une liste qui contiendra le génotype du Parent 1;
- Une liste qui contiendra le génotype du Parent 2;
- Une liste qui contiendra les génotypes des quatre enfants;
- Une liste qui contiendra les génotypes des enfants qui se reproduiront.

1. En te rendant dans la section données crée les quatre listes nécessaires au déroulement du programme. Nomme les Parent1, Parent2, Enfants et Reproducteurs.

Pour commencer le programme, nous aurons besoin de demander à l'utilisateur de rentrer le génotype des parents, afin de pouvoir réaliser le tirage au sort du génotype des enfants. Pour nous faciliter la tâche, nous demanderons à l'utilisateur de rentrer les deux allèles individuellement.

2. Voici un morceau d'un programme Scratch :



a. A quoi sert-il ?

.....
.....
.....
.....

b. Comment pourrais-tu l'adapter pour demander les allèles composant les génotypes des parents et les stocker dans les bonnes listes ?

.....
.....
.....
.....

3. Voici un morceau du programme que l'on cherche à créer :

```

ajouter regroupe élément au hasard de Parent 1 élément au hasard de Parent 2 à Enfant
  
```

a. Quel est son utilité ?

.....

b. Quelle instruction peut-on rajouter pour obtenir le génotype des quatre enfants ?

.....

4. Il faut maintenant programmer le tirage au sort des deux individus de la liste *Enfants* qui se reproduiront, mais ATTENTION, il faut s'assurer que notre programme ne choisisse pas deux fois le même individu.

a. Commence par créer deux variables respectivement nommées reproducteur1 et reproducteur2. Ces dernières nous permettront de stocker les numéros des éléments de la liste *Enfants* choisis pour se reproduire afin de les comparer.

b. Reproduis ces instructions sur Scratch à la fin de ton programme :

```

mettre reproducteur1 à nombre aléatoire entre 1 et longueur de Enfant
ajouter élément reproducteur1 de Enfant à Reproducteurs
mettre reproducteur2 à nombre aléatoire entre 1 et longueur de Enfant
répéter jusqu'à non reproducteur1 = reproducteur2
  mettre reproducteur2 à nombre aléatoire entre 1 et longueur de Enfant
ajouter élément reproducteur2 de Enfant à Reproducteurs
  
```

c. Après avoir effectué plusieurs essais, à quoi semble servir ce morceau de programme ?

.....

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Explique ce que tu as appris au cours de la séance.

.....

Partie 2 : Réaliser la simulation

Consigne :

- 1) Réalise de nouveau le protocole de la simulation n°1 (page 10) mais utilise le programme Scratch réalisé pour réaliser les tirages au sort et représente sous la forme d'un graphique l'évolution du nombre de chaque allèle en fonction des générations.
- 2) Comparer les simulations des différents groupes. Que constatez-vous ? Qu'en pensez-vous ?

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) Quelles sont les limites de cette simulation ?

.....

.....

.....

.....

.....

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Explique ce que tu as appris au cours de la séance.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Partie 3 : Simuler la transmission des allèles sur plusieurs générations dans le cadre d'une sélection naturelle

Séance Mathématiques/SVT 30 min

Certains allèles apportent un avantage aux individus qui les possèdent alors que d'autres allèles apportent un désavantage en fonction de l'environnement dans lequel ils se trouvent : c'est la sélection naturelle.

Changements sur une île des Galapagos ! Des humains viennent de déforester l'île. Les tortues vertes de l'île sont donc très visibles sur le sol marron alors que les tortues marrons sont peu visibles sur le sol de la même couleur : les tortues qui ont une carapace marron sont donc avantagées ! Dans ce nouvel environnement, l'allèle m apporte donc un avantage alors que l'allèle v apporte un désavantage.

Nous souhaitons réaliser comme précédemment une simulation en prenant en compte une sélection naturelle. Afin de gagner du temps, nous allons utiliser une nouvelle programmation Scratch qui permettra d'automatiser les tirages au sort. Ce programme Scratch a été conçu pour favoriser la reproduction des individus de génotype "mm" ou "mv".

Consigne :

- 1) Réaliser la simulation en complétant la fiche "Résultats de la simulation 3 - sélection naturelle".
- 2) Représenter sous la forme d'un graphique l'évolution de la fréquence de chaque allèle au cours des générations G0 à G6.
- 3) Comparer les simulations des différents groupes. Que constatez-vous ? Qu'en pensez-vous ?

.....

.....

.....

.....

.....

- 4) Quelles sont les limites de cette simulation ?

.....

.....

.....

.....

.....

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Explique ce que tu as appris au cours de la séance.

.....

.....

.....

.....

.....

Partie 6 : Loi de Hardy-Weinberg.

Lorsqu'on s'intéresse à la couleur de la carapace d'une tortue, on se rend compte qu'il s'agit d'un cas simple dans lequel le gène responsable peut prendre deux formes (ou allèles) :

- m à l'origine de la couleur marron ;
- v à l'origine de la couleur verte.

Chaque gène se trouvant en deux exemplaires, un individu peut donc présenter l'un des trois génotypes suivants : mm , mv ou vv .

On considère une population de tortues dans laquelle la proportion de tortues présentant le génotype mm est p_0 , la proportion de tortues présentant le génotype mv est q_0 et la proportion de tortues présentant le génotype vv est r_0 .

1) Pourquoi peut-on affirmer que $p_0 + q_0 + r_0 = 1$?

.....

.....

.....

Lorsque les tortues se reproduisent, chaque enfant hérite d'un allèle de chacun de ses parents, chaque allèle étant choisi au hasard. Tu as vu en SVT qu'il y avait donc six situations possibles, en voici un rappel :

	P2	m	m
P1		mm	mm
	m	mm	mm
	m	mm	mm

	P2	m	v
P1		mm	mv
	m	mm	mv
	m	mm	mv

	P2	v	v
P1		mv	mv
	m	mv	mv
	m	mv	mv

	P2	m	v
P1		mm	mv
	m	mm	mv
	v	mv	vv

	P2	v	v
P1		mv	mv
	m	mv	mv
	v	vv	vv

	P2	v	v
P1		vv	vv
	v	vv	vv
	v	vv	vv

Notre objectif est ici d'étudier l'évolution des proportions des différents génotypes dans la population à chaque génération.

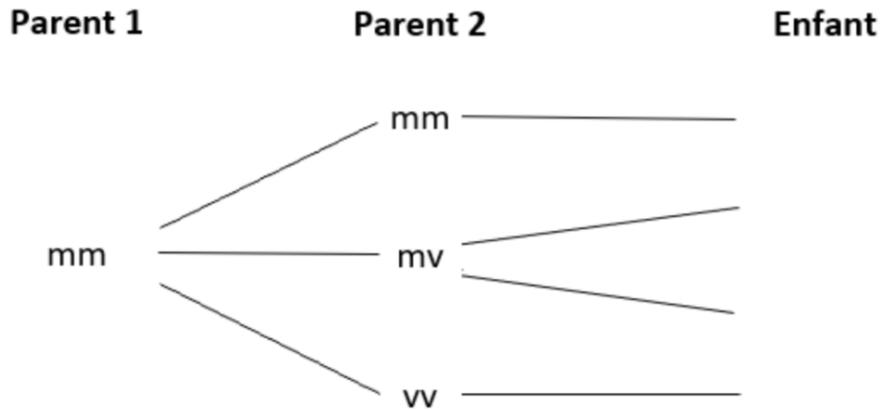
On admettra pour cela que, dans ce modèle théorique, les couples se forment au hasard quant à leurs génotypes, que l'environnement est stable et que la population est suffisamment grande pour être considérée comme infinie. On étudie l'évolution des proportions des différents génotypes dans la population à chaque génération.

Partie A : Première génération

1) Premier cas

On suppose que le génotype d'un des parents est mm.

a) Complète l'arbre de probabilités ci-dessous.



Lorsqu'on écrit sur chacune des branches la probabilité que l'événement se produise, on appelle cela un arbre pondéré.

b) Complète l'arbre précédent pour en faire un arbre pondéré.

Pour obtenir la probabilité d'un événement avec un arbre pondéré, il suffit de multiplier les probabilités des branches qui le composent.

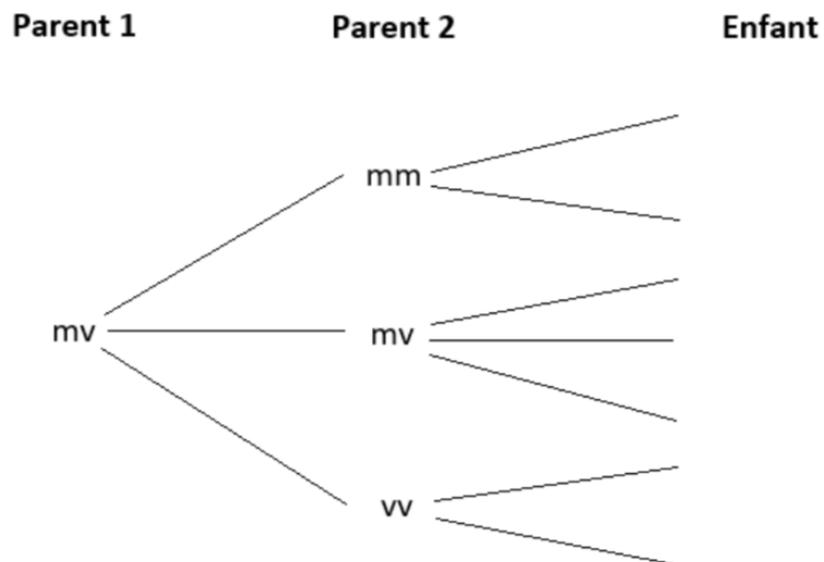
c) Calcule la probabilité :

- i) que le génotype de l'enfant soit mm :
 $P(mm) = \dots\dots\dots$
- ii) que le génotype de l'enfant soit mv.
 $P(mv) = \dots\dots\dots$

2) Deuxième cas

On suppose maintenant que le génotype d'un des parents est mv.

a) Complète l'arbre de probabilités pondéré ci-contre.



b) A l'aide de ce nouvel arbre pondéré, calcule la probabilité que le génotype de l'enfant soit :

(1) mm :

$P(mm) = \dots\dots\dots$

(2) mv :

$P(mv) = \dots\dots\dots$

(3) vv.

$P(vv) = \dots\dots\dots$

3) Troisième cas.

On suppose enfin que le génotype d'un des parents est vv.

a) Construis l'arbre de probabilités pondéré correspondant à cette situation dans l'espace ci-dessous.

b) A l'aide de cet arbre pondéré, calcule la probabilité que le génotype de l'enfant soit

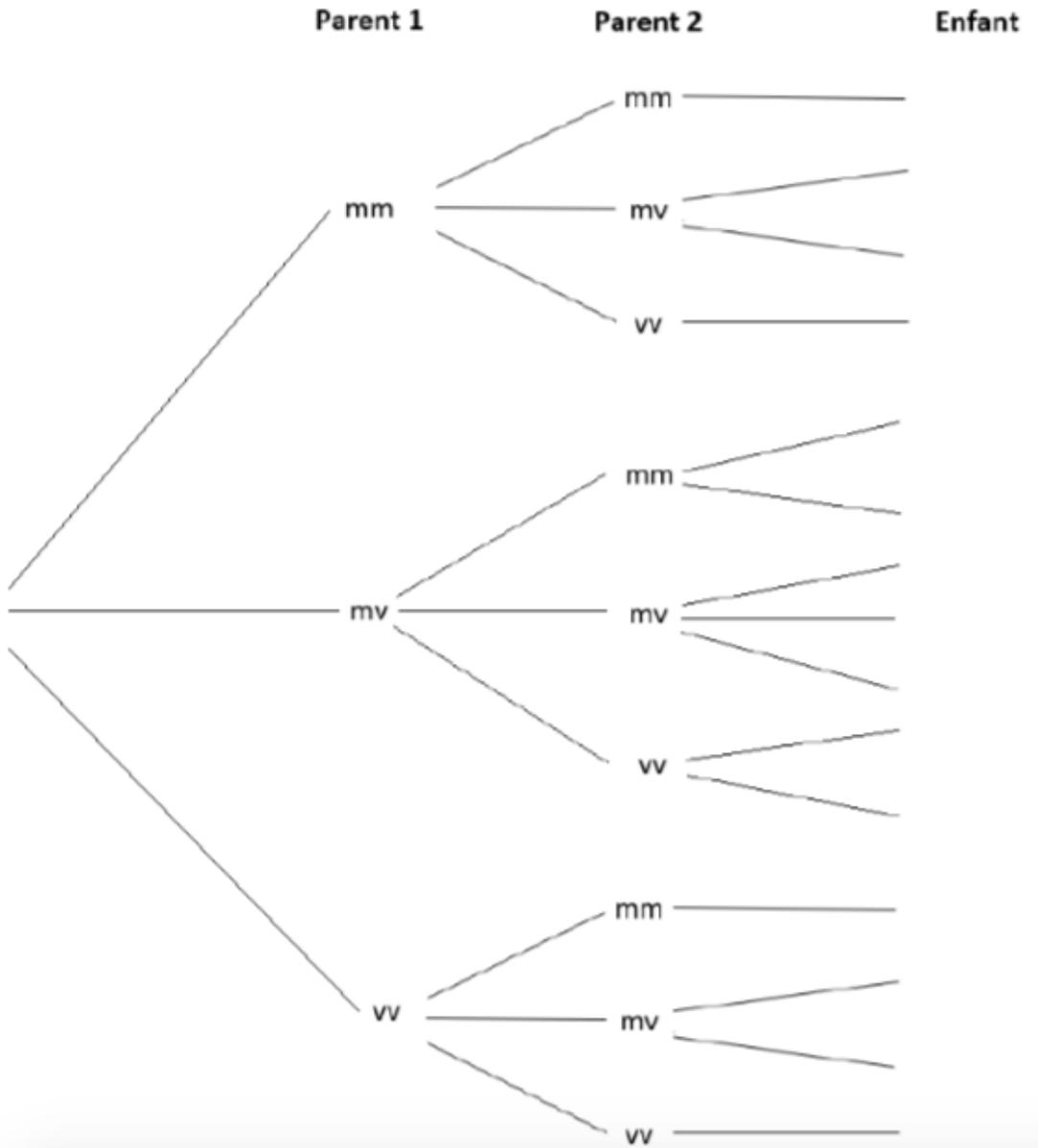
i) mv;
 $P(mv) = \dots\dots\dots$

ii) vv.
 $P(vv) = \dots\dots\dots$

4) Situation globale :

On peut maintenant, après avoir étudié individuellement chacune des situations, s'intéresser au problème global concernant la transmission des allèles correspondant à la couleur des carapaces chez les tortues.

a) Complète l'arbre de probabilités pondéré suivant :



b) A partir de cet arbre de probabilités :

i) Montre que $p_1 = \left(p_0 + \frac{q_0}{2}\right)^2$

.....

.....

.....

ii) Montre que $r_1 = \left(r_0 + \frac{q_0}{2}\right)^2$

.....

.....

.....

Partie B : Établir une conjecture

Sur une île, des scientifiques ont étudié une population de tortues. Ils ont réussi à récolter les données suivantes :

- La proportion p_0 du génotype mm est de 0,6 pour cette population ;
- La proportion r_0 du génotype vv est de 0,2 pour cette population.

1) Que vaut la proportion q_0 correspondant au génotype mv ?

.....

Les scientifiques souhaiteraient maintenant prévoir les proportions respectives pour chacun des génotypes après reproduction. Pour cela, ils ont choisi d'utiliser le tableur.

	A	B	C	D
1	Génération	P(mm)=p	P(mv)=q	P(vv)=r
2	0	0,6		0,2
3	1			
4	2			
5	3			

2) Quelle valeur faut-il rentrer dans la case C2 ?

3) A partir du travail fait dans la première partie, déduis-en :

a) la formule à taper dans la case B3 pour obtenir la proportion p_1 ;

.....

b) la formule à taper dans la case D3 pour obtenir la proportion r_1 .

.....

4) D'après les questions 1 et 2, déduis la formule à taper dans la case C3 pour obtenir la proportion q_1 .

.....

En prolongeant les formules dans les colonnes correspondantes, on peut calculer les proportions des génotypes mm , mv et vv à la n -ième génération.

5) Prolonge les formules en colonne. Que remarques-tu ?

.....

- 6) Un autre groupe de scientifiques a étudié une population de tortues sur une autre île sur laquelle :
- la proportion p_0 du génotype mm est de 0,4 pour cette population ;
 - la proportion r_0 du génotype vv est de 0,1 pour cette population.
- 7) Modifie ton fichier tableur pour qu'il corresponde cette fois-ci à la situation du second groupe de chercheurs.
- 8) Quelle conjecture peux-tu émettre à partir de tes observations ?

.....
.....
.....

BILAN DE LA SÉANCE :

Consigne : Raconte ce que tu as appris au cours de la séance.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Annexe 2 - Échiquiers de croisement pour le montage "la loterie de l'hérédité"

CROISEMENT « vv » avec « mv »

Allèles qui peuvent être transmis pas les spermatozoïdes	allèle m	allèle v
	allèle v	allèle v
Allèles qui peuvent être transmis pas les ovules	allèle v	allèle v
allèle v	allèle v	allèle v

CROISEMENT « mv » avec « mv »

Allèles qui peuvent être transmis pas les spermatozoïdes	allèle m	allèle v
	allèle m	allèle v
Allèles qui peuvent être transmis pas les ovules	allèle m	allèle v
allèle v	allèle v	allèle v

CROISEMENT « mm » avec « vv »

Allèles qui peuvent être transmis pas les spermatozoïdes	allèle v	allèle v
	allèle m	allèle m
Allèles qui peuvent être transmis pas les ovules	allèle m	allèle m
allèle m	allèle m	allèle m

CROISEMENT « mm » avec « mv »

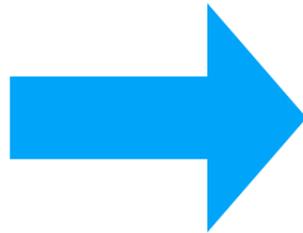
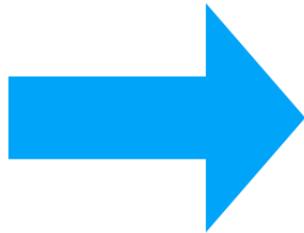
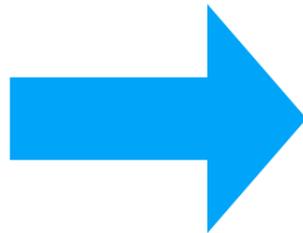
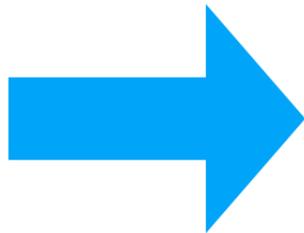
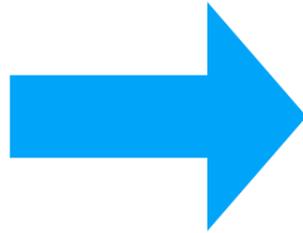
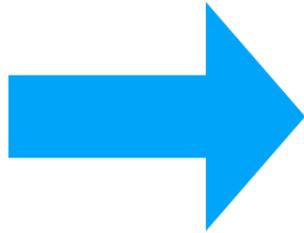
Allèles qui peuvent être transmis pas les spermatozoïdes	allèle m	allèle v
	allèle m	allèle m
Allèles qui peuvent être transmis pas les ovules	allèle m	allèle m
allèle m	allèle m	allèle m

CROISEMENT « mm » avec « mm »

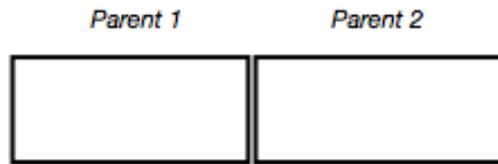
Allèles qui peuvent être transmis pas les spermatozoïdes	allèle m	allèle m
	allèle m	allèle m
Allèles qui peuvent être transmis pas les ovules	allèle m	allèle m
allèle m	allèle m	allèle m

CROISEMENT « vv » avec « vv »

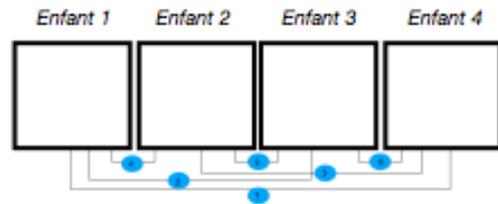
Allèles qui peuvent être transmis pas les spermatozoïdes	allèle v	allèle v
	allèle v	allèle v
Allèles qui peuvent être transmis pas les ovules	allèle v	allèle v
allèle v	allèle v	allèle v



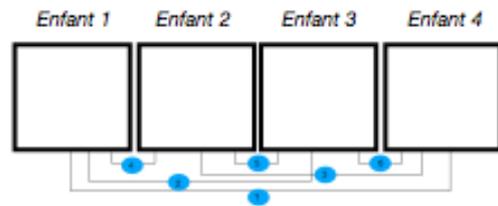
Annexe 3 - Fiche élève de suivi des fréquences d'allèles m et v au cours des générations.



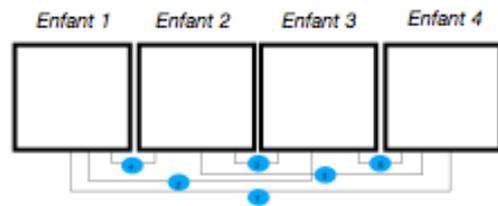
Allèles	Nombre d'allèles	fréquence des allèles en %
m		
v		
Total		



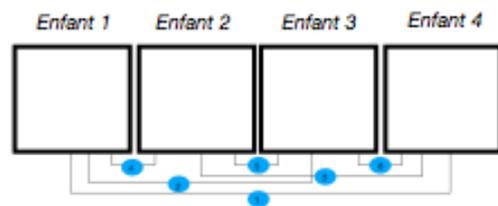
Allèles	Nombre d'allèles	fréquence des allèles en %
m		
v		
Total		



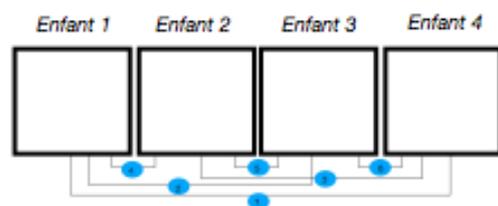
Allèles	Nombre d'allèles	fréquence des allèles en %
m		
v		
Total		



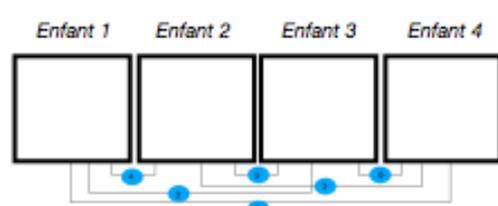
Allèles	Nombre d'allèles	fréquence des allèles en %
m		
v		
Total		



Allèles	Nombre d'allèles	fréquence des allèles en %
m		
v		
Total		



Allèles	Nombre d'allèles	fréquence des allèles en %
m		
v		
Total		

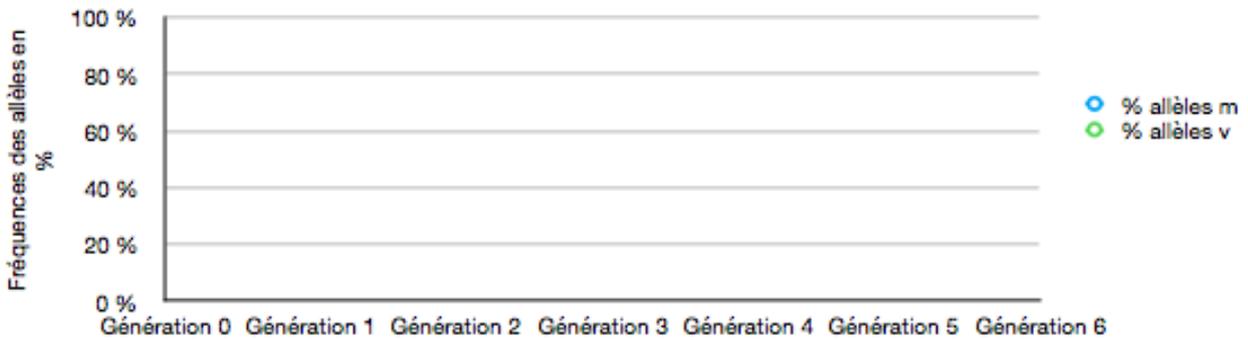


Allèles	Nombre d'allèles	fréquence des allèles en %
m		
v		
Total		

Annexe 4 - Fiche élève "Graphiques d'évolution des fréquences alléliques au cours des générations pour les 3 simulations réalisées".

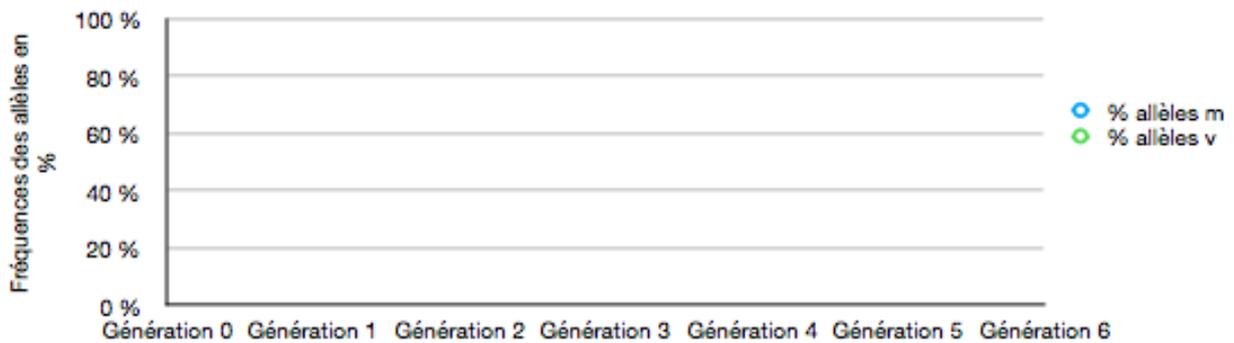
Simulation 1

Graphique représentant la fréquence des allèles m et v au cours des génération G0 à G6



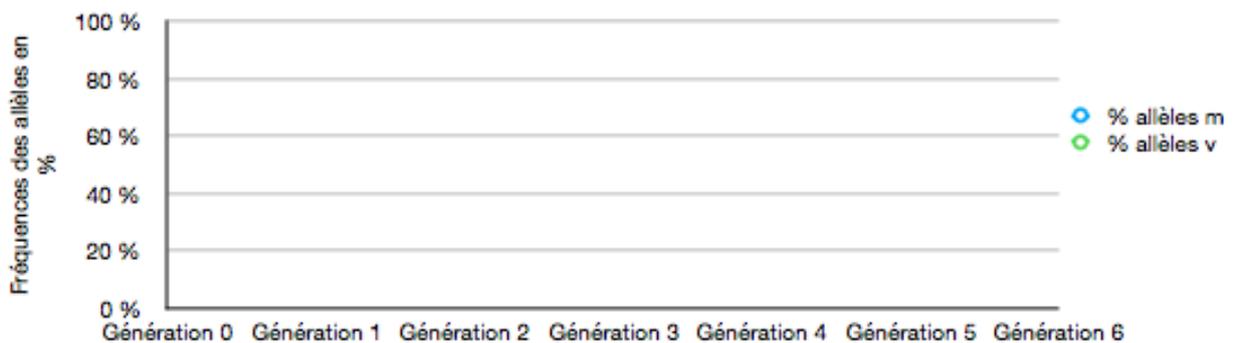
Simulation 2

Graphique représentant la fréquence des allèles m et v au cours des génération G0 à G6



Simulation 3

Graphique représentant la fréquence des allèles m et v au cours des génération G0 à G6



Annexe 5 - pré et post-test.

Questionnaire pré-test et post-test

Nom :

Prénom :

Classe :

Projet “Simuler la transmission d’allèles dans une population de tortues”

Répondre aux 3 questions suivantes. Les réponses ne sont pas évaluées.

1) Explique ce qu’est pour toi une “population de tortues”.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2) Lorsqu’un couple se reproduit, peut-on prévoir quels allèles seront transmis à la descendance ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3) Qu’est-ce qu’une modélisation mathématique et à quoi cela sert-il ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Compétences	A acquérir	A renforcer	Acquis	Maîtrisé
Expliquer l'organisation du monde vivant, sa structure et son dynamisme à différentes échelles d'espace et de temps.				
Mettre en relation différents faits et établir des relations de causalité pour expliquer : la dynamique des populations, la diversité génétique des individus et l'évolution des êtres vivants.				
Modéliser : distinguer modèle / réel, identifier les limites d'une modélisation.				

Exercice 1 : Questions à choix multiples.

Consigne : Entourer la bonne réponse.

- 1) Les résultats des simulations de transmission d'allèles réalisées :
 - a) sont toutes les mêmes.
 - b) sont toutes différentes.
 - c) sont prévisibles.

- 2) Lorsque les deux courbes de fréquences d'allèles se croisent, cela signifie que :
 - a) les fréquences d'allèles s'inversent.
 - b) les fréquences d'allèles augmentent.
 - c) les fréquences d'allèles diminuent.

- 3) La modélisation :
 - a) est exactement comme la réalité.
 - b) ne permet pas de comprendre la réalité.
 - c) est une construction théorique qui peut permettre de comprendre ce qui se passe dans la réalité.

Exercice 2 : Phrases à compléter.

Consigne : Compléter les phrases suivantes :

- 1) Les simulations réalisées ont des limites comme par exemples :

- 2) Dans le monde vivant, le hasard de l'évolution est lié à ...

- 3) Dans la simulation, le hasard est reproduit par ...

Exercice 3 : Etude de la transmission de l'allèle responsable de la maladie de Huntington

La maladie de Huntington est une maladie héréditaire incurable. Elle se traduit par la dégénérescence de neurones d'une partie du cerveau impliqués dans des fonctions motrices, cognitives et comportementales. Les symptômes apparaissent entre 30 et 50 ans. Si le gène impliqué dans la maladie est connu, les mécanismes qui mènent à cette neurodégénérescence ne sont pas encore élucidés. Diverses pistes thérapeutiques sont à l'étude.

L'allèle malade est appelé HTT^- alors que l'allèle qui n'est pas responsable de la maladie est nommé HTT^+ . L'allèle HTT^- est dominant.

Dans un couple, un seul des parents est atteint de la maladie de Huntington.

Questions :

- 1) Quelle est la probabilité que leur enfant soit malade ? Justifiez votre réponse.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- 2) Sachant que leurs deux premiers enfants ne sont pas atteints par cette maladie, quelle est la probabilité que leur 3^{ème} enfant soit atteint ? Justifiez votre réponse.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....