

Collège Jacques Yves Cousteau  
Bussy Saint Georges

Académie de Créteil  
2014/1015

Projet:  
Roue à Géométrie Variable  
Robotisée

**Responsable du projet:**  
Mohammed Mostefa Mesmoudi,  
professeur de mathématiques

**Intervenants du collège:**

Isabelle Aubry, professeure documentaliste  
Dalila Azouzi, professeure de sciences physiques  
Serge Bourdeau et Romain Bertrand, professeurs de technologie  
Nathalie Duppret-Perrin, professeure de SVT  
Élise Durrant-Delalandre, professeure d'EPS  
Marc Leroux, professeur de musique  
Élodie Muller, professeure de lettres  
Manon Rofidal, professeure d'art plastique  
Myriam Zaiem-Pasquet, professeure d'anglais

**Intervenants de l'université Paris 13, Villetaneuse**

Christophe Daussy,  
Maître de conférences,  
Laboratoire de Physique des Lasers  
et responsable de l'Association Atouts Sciences

Albert Kaladjian,  
Assistant Ingénieur,  
CNRS  
Laboratoire de Physique des Lasers  
Association Atouts Sciences

Ahmed Yahiaoui,  
Technicien,  
Laboratoire de Physique des Lasers  
Association Atouts Sciences  
Laboratoire de Robotique

# Élèves ayant participé au projet

Adam Abouabdallah, Logan Barbaroghli, Thibault Bedel, Léo Beligny, Raphalel Bessas, Lui Bui Xan Hie, Melvin Cahanier, Miguel Calmettes, Alexane Caquelin, Johana Cardoso, Clément Dalaroy, Livana Del Signore, Donia Keriba, Francis Kan, Bryann Khieu, Kadidiatou Koumaré, Julian Laporte, Chloé Latuilerie, Yannick Lingat, Anthony Leibovici, Clara Martinez, Noa Menu, Nelly Mobio, Nathan Pardo, Samatha Théry, Noémie Volz.

# Partenaires

Association Atouts Sciences  
Laboratoire de Physique des Lasers  
Universités Paris 13  
Villetaneuse  
[www.atouts-sciences.org/](http://www.atouts-sciences.org/)  
Correspondant: Cristophe Daussy

Magasin Brico Dépôt Vaires  
Chemin du Corps de Grade  
Vaires sur Marne  
[www.bricodepot.fr/vaires/](http://www.bricodepot.fr/vaires/)  
Correspondant: Mr François Bouquet

Marie de Bussy Saint George  
[www.bussy-saint-georges.fr/](http://www.bussy-saint-georges.fr/)  
Correspondant: Mme Isabelle Prieur

Association Sciences à l'école,  
Fondation C'Génial

Faites de la Sciences, UPEC Créteil

## Table des matières

Chapitre 0.Introduction.....	6
0.1.Objectif pédagogique:.....	7
0.2.Réalisation du projet:.....	8
0.3.Pluridisciplinarité du projet.....	9
Chapitre 1.Histoire de la Roue.....	11
Travail fait par l'élève Koumaré Kadidiatou (5C).....	11
Travail fait par Johana Cardoso (5B).....	12
Travail fait Menu Noa (5D).....	15
Chapitre 2.Étude Théorique des Roues Polygonales.....	18
2.1.Situation énigmatique.....	18
2.2.Situation paradoxale: Le paradoxe de la roue d'Aristote.....	20
2.3.Analyse du glissement.....	21
2.4.Enseignement à tirer de cette situation .....	22
Questions importantes.....	22
Mesurer la circonférence d'un cylindre en le déroulant sur une droite graduée.....	22
Fable de la Fontaine (le lièvre et la tortue) revisitée mathématiquement.....	23
2.5.Optimisation du chemin.....	23
2.6.Cas des roues triangulaires et pentagonales.....	29
2.7.Construction détaillée des roues losanges et rectangulaires (par Clément Dalaroy, élève de la 5èmeB).....	32
La roue losange.....	32
Chapitre 3.Étude d'une Plateforme de Train à Roues Carrées.....	41
3.1.Train à roues carrées.....	41
3.2.Forces et énergie : travail fait par Madame Azouzi Dalila avec les élèves.....	43
4.2.1. Actions mécaniques et forces :.....	44
4.2.2. Équilibre d'un solide soumis à deux forces.....	46
4.2.3. Notions d'énergie.....	51
Chapitre 4.Réalisations.....	53
Chapitre 5.Roue à Géométrie Variable Robotisée (RGV-R).....	60
5.1.Motivation et solutions techniques.....	60
5.2.Modélisation de la roue à géométrie variable sur Géogebra.....	65
5.3.Montage de la roue déformable.....	71
Chapitre 6.Programmation de la roue à géométrie variable.....	75
6.1.L'environnement MINDSTORMS.....	76
6.2.Programmation de la roue.....	80
Programme pour passer d'une forme ronde à un carré.....	81
Programme pour passer d'une forme ronde à un triangle.....	83
Programme pour passer d'une forme ronde à une forme ovale.....	85
Chapitre 7. L'ascenseur Oscillant.....	88

# Chapitre 0. Introduction

Le point de départ de ce projet fut la lettre de rentrée qui nous a été envoyée au début de l'année scolaire par nos IA-IPR de mathématiques et dans laquelle ils précisent que le thème de la semaine de mathématiques de cette année scolaire 2014/2015 est « *Les mathématiques nous transportent* ». J'ai pensé donc à faire des activités avec mes élèves (de 5ème et 4ème) autour de ce thème. Pour réinvestir les propriétés géométriques des polygones qu'ils devraient voir en cours, j'ai pensé à étudier des roues polygonales (carrées, rectangulaires, triangulaires, pentagonales, ...) et les chemins qui vont avec. L'idée de roues polygonales n'est pas nouvelle en soi, mais elle est méconnue du grand public. J'ai pensé ensuite à réaliser une roue qui combine à la fois toutes ces formes polygonales et qui pourra se déformer pour adopter une configuration ou une autre. D'où l'idée de la roue à géométrie variable.

Dans l'idéal, cette roue pourrait servir à équiper un véhicule à vitesse réduite comme un fauteuil roulant pour franchir des obstacles, ajuster sa hauteur (table basse, guichets, ...), amortir les chocs et se déformer pour prendre moins d'espace pour ranger le fauteuil ou se déformer pour épouser la forme de l'espace de rangement (coffre d'une voiture, placard, ...). La roue pourra aussi se transformer en chenille pour rouler sur des chemins glissants : enneigés ou sablonneux (on a pensé ici au problème du rover spatial Spirit, à 6 roues circulaires, enlisé dans les sables de Mars en 2009 et abandonné définitivement par la NASA en 2011). Pour prendre différentes formes, la roue doit être actionnée par des vérins placés à son centre (moyeu). Dans ce cas, la roue devient même motrice dans le cas de la chenille (grâce à l'action des vérins qui feront déplacer le centre de la roue, ses côtés et donc la roue en entier, on parlera dans ce cas de vérins qui marchent tout en tournant !!).

## 0.1. Objectif pédagogique:

Au début de l'année j'ai remarqué que j'avais d'excellent élèves et d'autres avec de grandes difficultés. Par souci de faire une pédagogie différenciée, j'ai pensé à faire un projet qui pourrait faire travailler ensemble les deux catégories d'élèves et qui serait bénéfique pour tout le monde.

Pour tous les élèves, le projet leur permettrait aux élèves de s'épanouir, de développer des compétences, d'affiner leurs connaissances et d'apprendre encore plus de choses qui ne sont pas forcément au programme :

- Algorithmique et programmation informatique adaptée à leur âge.
- Lois de la physique liées aux forces, notion de vecteurs (qui ne sont pas au programme).
- Apprendre ou perfectionner d'autres langues (puisque le projet prévoit de travailler parfois sur des sites espagnoles et anglais).
- Maîtrise de la langue puisque les élèves allaient participer à la rédaction de ce rapport et préparerons la présentation orale devant un jury.
- Enrichir leur culture générale sur les plans: historique (puisque une recherche historique a été faite sur les roues), technique (étude bibliographique de modèles de roues qui existent et qui sont en relation avec le projet).
- Aiguiller chez eux le goût de la recherche et la curiosité scientifiques (problèmes liés à l'exploration des planètes par exemple).
- Sur les plans artistique et sportif (aborder des thèmes en relation avec l'art : peinture, bandes dessinées, musique pour le clip vidéo du projet, détourner les prototypes produits pour une utilisation sportives et ludique tout en apprenant des notions relatives au fonctionnement de

- leurs corps (SVT))
- Les sensibiliser aux problèmes liés aux personnes à mobilité réduite.
  - En plus, le projet leur a permis d'appliquer les notions qui vues en classe (au programme officiel) en faisant des réalisations : de la conception (théorique avec des calculs et utilisation des TICE) à la fabrication manuelle ou automatisée des maquettes. Les notions utilisées sont :
    - Les polygones : Triangles, parallélogrammes, carrés, rectangles, losanges, pentagones, hexagones, octogones (ces derniers ne sont pas au programme de 5ème).
    - Propriété d'intersection des diagonales pour chercher le centre.
    - Comment inscrire un polygone régulier dans un cercle: utilisation de la symétrie centrale, des angles et leurs sommes, des médiatrices.
    - Comment tracer un losange dans un cercle : propriété des diagonales.
    - Théorème de Pythagore et la notion de cosinus d'un angle (pour les 4èmes).
    - Valeurs approchées, arrondis.
    - Notion de rotation (hors programme).
    - Repérage dans le plan : coordonnées d'un point, coordonnées d'un point mobile horizontalement (hors programme).
    - Combinaison de deux mouvements (rotation et déplacement) (hors programme)
    - Utilisation de géogebra pour construire les roues citées et les faire mouvoir.
    - Notion de glissement, paradoxe d'Aristote.
    - Optimisation dynamique avec géogebra de la forme des cycloïdes. Approximation par des arcs de cercles (travail fait avec les 5èmes).
    - Optimisation des formes approchées des cycloïdes par calcul : théorème de Pythagore et utilisation du cosinus (travail fait avec les 4èmes).
    - Notion de cylindre et prisme.
    - Modélisation sur géogebra (2D) de la roue à géométrie variable : simulation du principe de fonctionnement.
    - Modélisation sur sketchup (géométrie 3D) de la roue à géométrie variable, ses segments incurvés et son moyeu en utilisant la notion de cylindre et prisme.
    - Notion de cycloïdes (hors programme) et son lien avec les chaînettes inversées.
    - Approche de construction de cycloïdes adaptées aux roues carrées en utilisant de la ficelle attachée à ses extrémités à deux punaises une fixe et l'autre mobile. Les punaises représentaient les creux des cycloïdes. Les élèves ont cherché la position exacte de la punaise mobile en la déplaçant horizontalement jusqu'à ce que la ficelle suspendue ait la hauteur voulue.  
La solution experte fait intervenir les fonctions hyperboliques et l'intégration. Ce qui est loin des capacités des élèves. Mais en travaillant avec la ficelle on a réussi à trouver la forme exacte sans avoir recours à ces notions.

Le projet devait reposer sur des notions basiques et abordables à tout le monde et produire des objets originaux, innovants et ambitieux pour leur âge.

Je suis convaincu que ce projet a apporté énormément de choses positives aux élèves. Ils seront amenés à travailler en groupe, à prendre des initiatives (par exemple, l'idée de la BD a été proposée par un élève au cours du projet) et à se partager les tâches.

## 0.2. Réalisation du projet:

Dans un premier temps, le projet consistait à étudier théoriquement les roues polygonales puis à

réaliser des roues de différentes formes ainsi que les chemins cycloïdaux qui vont avec. Pour nos élèves (niveau collège), on a parlé au début d'arcs de cercles ou de dos d'ânes. Des maquettes ont été réalisées ainsi qu'un plateau de train en miniature équipé de 4 roues carrées de telle sorte que quand les roues de devant sont au sommet d'une cycloïde, les roues arrières se trouvent en bas entre deux cycloïdes. On a étudié, dans cette configuration, la possibilité d'avoir un gain énergétique et donc un impact écologique positif. La réalisation de cette partie a été au collège avec le concours des professeurs de technologie et de sciences physiques. Le matériel utilisé était principalement des panneaux de polystyrène extrudé ou du médium.

Pour cette étape du projet, les élèves ont été partagés en 4 groupes:

Un groupe pour l'étude historique de la roue et les formules mathématiques dont on avait besoin pour réaliser les maquettes.

Un groupe pour fabriquer des roues carrées et deux rails cycloïdaux pour le train.

Un groupe pour fabriquer la plate forme du train et son assemblage.

Un groupe pour faire des roues triangulaires, rectangulaires et pentagonales ainsi que leurs chemins cycloïdaux.

Un groupe formé par des élèves volontaires a travaillé ensuite avec la professeure de sciences physiques pour étudier le gain d'énergie et l'impact écologique du train.

J'ai réussi à rentrer en contact avec l'association *Atouts sciences* hébergée par le *laboratoire de physique des lasers de l'université Paris 13 (à Villetaneuse)*. Cette association a accepté de nous aider à fabriquer un prototype robotisé de la roue déformable.

On a utilisé des kits programmables de la marque Lego Mindstorms. Le logiciel de programmation est adapté à l'âge et au niveau scolaire de nos élèves puisque la programmation se fait par des icônes que l'on connecte selon un algorithme qu'on a défini ensemble.

Des visites à l'université de quelques groupes d'élèves ont été programmées en accord avec l'association *Atouts sciences*. Le but de ces visites est d'amener les élèves à découvrir le monde universitaire et ses laboratoires de recherche, les formations possibles après le baccalauréat, à assister à des expériences scientifiques originales présentés par des chercheurs universitaires et de travailler avec les membres de l'association et les élèves ingénieurs de première année sur la partie robotique du projet (montage et programmation de roue déformable).

La structure de la roue a été modélisée avec les élèves avec un logiciel de conception assistée par ordinateur puis imprimée en 3 dimensions (au collège et à l'université) avec des imprimantes 3D. On a fait l'assemblage en présence des élèves.

Parmi toutes mes classes de 5ème et 4ème, l'équivalent d'une classe d'élèves a travaillé sur les différents aspects de la roue polygonale et à géométrie variable selon leurs disponibilités en dehors du temps scolaire à raison de trois heures supplémentaires par semaine du mois d'octobre 2014 au mois de mai 2015.

### 0.3. Pluridisciplinarité du projet

En plus des mathématiques, le projet fait naturellement intervenir d'autres matières comme les sciences physiques (pour l'étude des forces agissant sur la roue), la technologie (pour les réalisations) et le français (pour l'élaboration du rapport et la préparation de la présentation orale). Au cours du projet et des réalisations faites on a eu besoin de travailler avec les professeurs :



- Documentaliste pour la recherche bibliographique et la réalisation d'une bande dessinée dont l'idée a été proposée par un élève. Madame Isabelle Aubry, professeure documentaliste, anime un club de bandes dessinées et elle s'est proposée naturellement de nous aider à réaliser cette idée. Cette idée a été adoptée par d'autres élèves et que chacun voulait faire sa propre BD liée au projet.
- Des arts plastiques pour la décoration des maquettes faites en restant dans le thème du projet et pour l'élaboration des bandes dessinées.
- De musique pour élaborer le clip vidéo relatif au projet. Plusieurs élèves se sont proposés pour nous faire une musique à rajouter comme musique de fond au clip vidéo. J'ai proposé aux élèves de se mettre en relation avec Monsieur Marc Leroux, professeur de musique, pour avoir son avis et pour l'enregistrement de la musique.
- D'EPS pour exploiter dans ce domaine deux réalisations faites dans le projet. Il s'agit de l'ascenseur oscillant et du Flyboard. Lors de notre recherche bibliographique, on a découvert que les égyptiens auraient utilisé, 2500 ans avant notre ère, le principe de la roue carrée et son chemin bosselé pour transporter des blocs de pierre très lourds pour la construction des pyramides. Chaque bosse était fabriquée en bois. En la retournant pour mettre la partie convexe vers le haut, la bosse aurait été utilisée comme un berceau oscillant pour hisser les mêmes charges à n'importe quelle hauteur en faisant des oscillations successives et glissant par dessous à chaque fois des cales en bois pour monter en hauteur, d'où l'appellation d'ascenseur oscillant.

Pour faire la démonstration, on a eu l'idée de fabriquer, en grandeur nature, un ascenseur oscillant en bois et de faire le test avec les élèves pour monter en hauteur. Les oscillations et la charge à monter peuvent être produites par un élève qui monte directement sur le berceau. L'élève provoque les oscillations et d'autres élèves glissent des cales en bois en synchronisant leurs mouvements.

On s'est rendu compte rapidement que l'ascenseur oscillant peut aussi servir à faire de la gymnastique ou de la rééducation thérapeutique puisque les mouvements d'oscillations font travailler plusieurs muscles et le sens de l'équilibre appelé proprioception. On a fait appel à Madame Delalande pour nous aider à entraîner les élèves et pour avoir son avis sur l'aspect sportif de la bosse.

En faisant des recherches sur internet, on a vu qu'une planche incurvée, a été inventée récemment (en 2011) par des italiens pour faire de la gym en utilisant les deux côtés convexe et concave de la planche. Cette planche a été appelée Flyboard. Son caractère récent cette planche n'est pas encore généralisée dans les salles de sports et on ne l'a pas trouvée dans le commerce. On a décidé donc de la fabriquer avec des feuilles de médium et de la colle. Le matériel nécessaire nous a été fourni par notre partenaire Brico Dépôt de Vaires-sur-Marne.

On a fait appel à Madame Delalande pour tester le Flyboard et l'ascenseur oscillant et avoir son avis sur leurs aspects sportifs. Nous lui avons également demandé d'entraîner quelques élèves pour faire les démonstrations lors des concours.

- La professeure d'anglais s'est jointe à nous pour aider les élèves à préparer une version en anglais de la présentation à faire pour la finale nationale de C'génial.

En rajoutant ces activités annexes, d'autres élèves qui n'étaient pas volontaires au début du projet et même venant de d'autres classes se sont proposés pour nous rejoindre et rajouter leurs contributions au projet.



# Chapitre 1. Histoire de la Roue

J'ai demandé à quelques élèves de 5ème de me faire une étude historique de la roue, des roues polygonales et des roues déformables. Je leur ai indiqué quelques sites sur internet (comme wikipédia, Les véhicules tout terrain hors normes, ) comme base pour commencer le travail. Voici le résultat du travail fait et rédigé par quelques élèves :

## Travail fait par l'élève Koumaré Kadidiatou (5C)

Kadidiatou  
Koumaré  
5C

Projet sur la roue

La roue est une invention très ancienne constituant un des fondements de nos technologies des transports. Elle permet de déplacer sur terre des charges importantes et indispensables dans la plupart des moyens de transports terrestres.

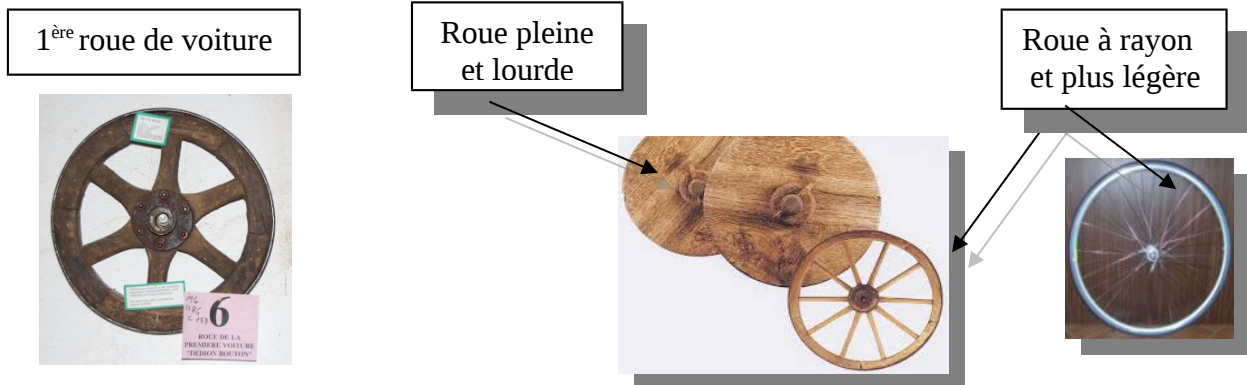
L'invention de la roue est estimée située vers 3500 av J.C à Sumer en basse mésopotamie. Concurrentement, le pot de Bronocice, trouvé en Pologne, présente un pictogramme gravé qui semble être la représentation d'un chariot et on estime sa datation à 3500 ans av J-C, ce qui permet de mettre en doute l'origine sumérienne de la roue, ou du moins que sa première apparition fut effectuée à Sumer.

Roue Wikipédia

## Travail fait par Johana Cardoso (5B)

### Histoire de la roue et quelques roues insolites et son évolution selon les besoins :

La roue est inventée vers 3500 ans avant J.C par les Sumériens (peuple de la Mésopotamie). Elle était d'abord utilisée en poterie, pour travailler l'argile. Au début la roue était fabriquée pleinement de bois ou de pierre, puis elle a évolué pour améliorer les moyens de transport (vélo, charrette, locomotive, calèche tiré par des animaux,...). Mais la roue était entière et lourde, des personnes ont alors trouvé la solution pour l'alléger : faire des rayons en ferraille ou en bois .

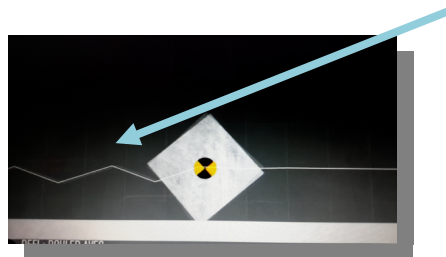


La roue existe maintenant depuis plus de 5500 ans, mais celle plus légère avec des rayons existe depuis 2000 ans avant J.C .

### Roues insolites et déformables

Des études ont été faites sur : « Peut-on rouler avec des roues carrées ? ». Un véhicule a roues carrées certes mais avec une route « spéciale » !

Les voitures d'aujourd'hui fonctionnent toutes avec des roues circulaires et une route plane, donc pourquoi pas rouler avec des roues carrées par exemple, sur une route « spéciale » (autres forme que plane) ! Des tests ont été effectués pour voir si cela était possible de rouler avec des roues carrées sur une route plane, mais ce n'était pas possible, car le véhicule ferait des rebonds.



Après plusieurs recherches, des hommes ont révélé que nous pouvons rouler avec des roues carrées sur une route en arc de chaînettes.



**Remarque :**



On remarque que plus la roue polygonale a de cotés, plus l'arc de chaînette est plat et se rapproche de la surface plane. Donc plus il y aura de cotés, plus la roue va ressembler a un cercle et la route redeviendra plane. Chaque roue à forme polygonale différente a une route qui lui est adaptée.

**Voici quelques roues insolites :**



Des roues comme ci-dessus peuvent également exister, mais seront sûrement plus compliquer et longues à fabriquer avec leurs formes « d'étoiles », alors que la roue circulaire est plus simple à construire.

Les roues déformables, elles, s'adapteront à tout types de terrain comme elles ne sont pas gonflées avec de l'air, elles sont seulement construites de caoutchouc, et même les rayons sont fait de caoutchouc. Cela amortira les dos d'âne ...



*En conclusion*, tous les essais de roues polygonales et déformables ont été un échec sur nos types de route, et les inventeurs ont fini par conclure que la seule forme de roue parfaitement appropriée aux routes plane était la roue circulaire.

**Johana Cardoso 5<sup>°</sup>B**

## Travail fait Menu Noa (5D)

### La Roue Déformable.

La roue a été inventée il y a environ 5.000 ans. Elle a ensuite commencé à évoluer au cours du 19<sup>ème</sup> et du 20<sup>ème</sup> siècle.

Les roues à ressorts métalliques :

En 1902, Tasker inventa un engin à vapeur à 4 roues directrices et motrices, ce qui n'était à l'époque pas courant. Il installa des plots articulés sur les roues. Le seul inconvénient était qu'il devait rouler très lentement pour ne pas tourner.

Puis on inventa les roues à ressorts en même temps que les pneumatiques. Il y a eut énormément de prototypes de roue à ressorts.

On eut l'idée d'inventer des roues souples, mais cette fois, elles étaient en titane. Mais à notre époque, la roue en métal revient.

Les roues à pneus étroits et gonflables :

Les pneus étroits à bandages pleins étaient beaucoup utilisés avant les années 1930. Les roues cages mais aussi les crampons escamotables ou les crampons repliables aidaient à la traction.

Les roues bandages reviennent, après avoir été longtemps abandonnées, sur le marché, sur les machines de chantiers. Les pneus ont commencé à s'imposer dans les années 1930.

Les larges roues :

On construisit un tracteur, à 2 roues motrices ( les roues arrières ), et à vapeur, en l'absence de chenilles dans les années 1900. Les 2 roues arrières étaient chargées d'opérer dans la Vallée de Sacramentos.

Les larges roues ont connu une version moderne dans les années 1950. elles ont été construites par William Albee de Carmel. Ces roues ont été préservés sur des énormes camions.

Les roues elliptiques :

Un tracteur chenillé pour neige M7 Allis Chalmers fut transformé avec des roues en forme d'ellipse et essayé en 1946 : les roues ne devaient plus patiner en tournant sur elle-même mais l'une d'entre elle devait s'enfoncer et servir d'ancrage tandis que l'autre roue, qui était à plat, devait pouvoir supporter le poids du véhicule. La force de traction devait être doublée. Un balancier se plaçait entre les 2 roues qui étaient calées à 90° cela permettait de maintenir l'horizontalité de l'ensemble. Néanmoins, ce prototype ne donna pas satisfaction dans la boue, vibra beaucoup sur route et fut abandonné.

L'idée du prototype du véhicule M7 modifié venait bien de John F. Kopczinski. Il continua néanmoins ses recherches dans ce domaine.

Les tests sur modèle réduit des roues, menés en 1949 dans la boue montraient d'après lui qu'elle ne glissait pas et elle ne tournaient pas sur elles-mêmes. Le modèle de roue roulait à 40 km/h mais sans vibrations.

Les inventions théoriques ont été sans limites, elles étaient censées aussi augmenter la traction, firent leur apparition. On ne connaît pas de réalisation pratique sauf une bicyclette avec roue carrée

et route spéciale.

Une autre idée consistait à remplacer les roues circulaires d'un véhicule par des roues en forme de triangle curviligne avec les mêmes avantages théoriques que la roue ovale. La partie supérieure permettait d'entraîner les roues triangulaires par friction. Le véhicule devait rester horizontal grâce aux propriétés du triangle curviligne.

De même, l'invention des demi-roues apparut dans plusieurs brevets. Elles devaient permettre de rouler à l'horizontal sur sol plat et elles permettaient aussi de mieux 'accrocher' en terrains difficiles.

Les roues hémisphériques.

Ce n'est qu'en 1954 qu'un prototype de deux grandes roues hémisphériques fût commandé par Elie P. Aghnides à la Compagnie Marmon-Herrington d'Indianapolis. Les ingénieurs de Marmon-Herrington allongèrent le véhicule par rapport à la demande initiale d'E. P. Aghnides pour des questions de stabilité. Les deux grandes demies sphères avant, étaient montées en V, et elles comportaient des barrettes en caoutchouc qui servaient à adhérer. Le centre de gravité était très bas et la forme des roues devaient pouvoir lui permettre de ne pas se renverser.

Les petites roues arrière, qui étaient également motrices, dirigeaient l'engin en tournant grâce au pivot. Un hydrojet qui pivotait sur 360°, monté entre ces roues, lui permettait de se diriger très facilement dans l'eau. Il pesait quatre tonnes et demis et son moteur autorisait théoriquement 75 km/h. Son comportement en terrains difficiles, qui était la boue en particulier, s'avéra excellent malgré l'absence de suspensions.

8 - Les roues en étoile et le 'Terrastar'

L'idée est ancienne et les caddies à roues en étoile montent toujours les marches d'escalier. Toujours est-il que Robert W. Forsyth et John P. Forsyth de Lockheed Service Aircraft Company de Sunnyvale, Californie, construisirent en 1963 le Terrastar, véhicule qui marchait mais se comportait mieux dans la boue que sur terrains rocailleux. L'engin était amphibie où, grâce à ses grands rotors, il allait bon train dans l'eau, 12 km/h, mais son terrain de prédilection était la boue profonde où il excellait. Sur route les grands rotors étaient fixes et les 12 roues dont 8 en contact avec le sol, tournaient sur elles-mêmes et propulsaient le véhicule à 55 km/h. Sa direction se faisait par blocage. Hélas, une certaine complexité de l'engin ont sans doute joué en sa défaveur ainsi qu'une charge utile faible par rapport à sa masse : 1120 kg à vide et 1635 kg à pleine charge.

Le Terrastar est aujourd'hui entreposé à l'air libre depuis plusieurs décennies à Waterways Experiment Station de Vicksburg, Mississippi.

Dan Jeffries, carrossier de Hollywood, reprit le même concept en créant le Landmaster, une des vedettes du film 'Damnation Alley' en 1974. Il apparut dans des séries télévisées avant d'être complètement restauré en 2007. Le véhicule se dirige par articulation, contrairement au Terrastar.



Quelques roues qui remontent



*Illustration 1.1: De gauche à droite : 3 roues tripartites 3500avJC-début 19siècle, roue de char de guerre 2500avJC (Musée du louvre) , roue grecque 7e siècle avJC (Musée national d'Athènes).*

# Chapitre 2. Étude Théorique des Roues Polygonales

## 2.1. Situation énigmatique

Comme on vient de le voir dans l'étude historique, l'idée des roues polygonales (carrées, triangulaires, ...) n'est pas nouvelle en soi mais elle est méconnue du grand public. J'ai parlé autour de moi (au collège, avec des amis et même dans mes classes) des roues carrées. Au début, les gens ont rigolé et ont cru à une plaisanterie mais en insistant bien, j'ai réussi à aiguïser leur curiosité et pour finir mon histoire en beauté je leur ai donné cette énigme.

**Énigme:** Deux roues, une petite et une grande (en comparant leurs périmètres), tournent à la même vitesse et en parallèle. La petite roue parcourt plus de chemin et arrive en même temps que la grande roue. Elle peut même arriver la première.

Certains ne savaient plus si j'étais sérieux ou si je plaisantais. Je les ai rassurés que tout avait une logique et que j'étais sérieux dans mes propos. Mais de quoi s'agit-il exactement ?

Les roues polygonales peuvent très bien rouler à condition de leur créer des chemins adaptés à leur morphologie. Commençons par exemple par une roue carrée. Pour voir quel type de chemin faut-il utiliser, j'ai fait une simulation avec mes élèves sur le logiciel de géométrie dynamique géogebra.

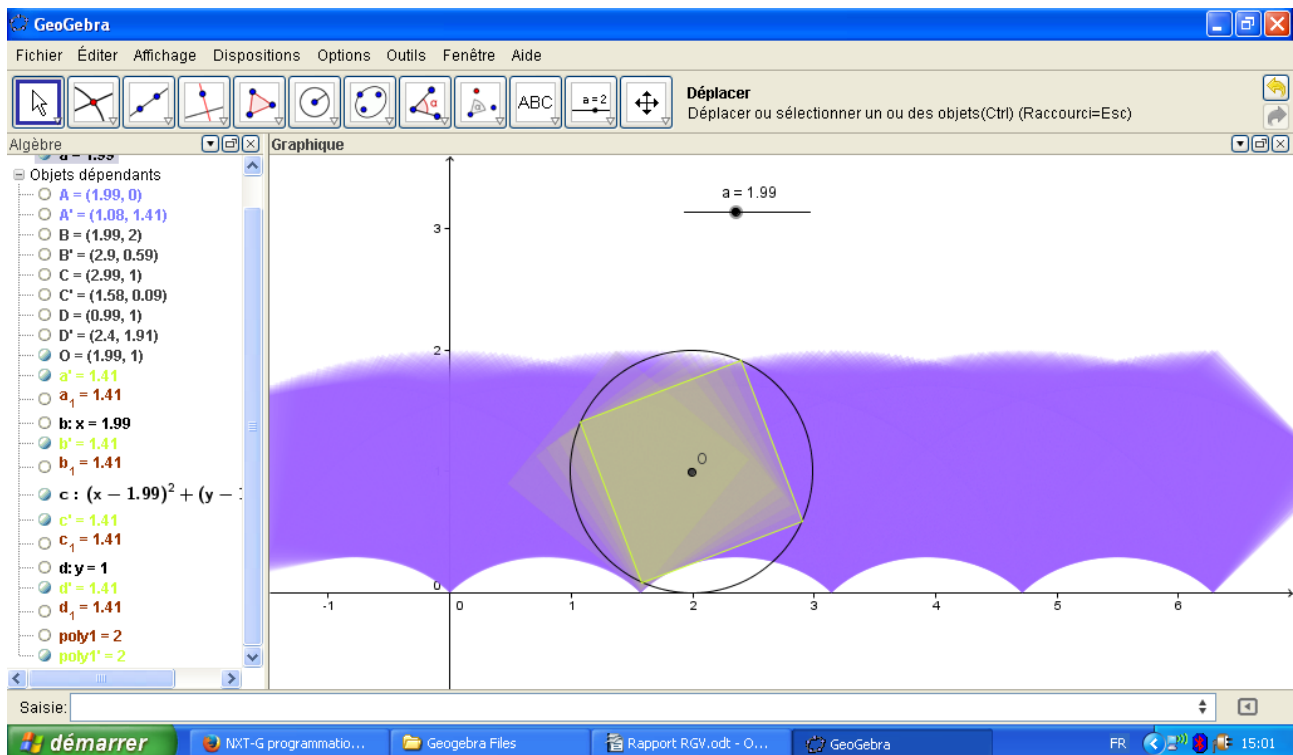


Illustration 2.1: Modélisation avec Géogebra d'une roue carrée et son chemin formé de bosses successives

La roue est formée d'un carré inscrit dans un cercle de rayon 1 et de centre O. Le point O a pour coordonnées (a; 1) où "a" est un nombre qui varie entre -1 et 6.30 (dans le logiciel, "a" est défini par un curseur). Avec l'outil rotation on fait tourner le carré autour de O à la même vitesse de déplacement du point O. Les roues rondes et carrées font alors un tour complet après un déplacement de  $2\pi$ . On active la trace de la roue carrée pour faire sortir l'image du chemin parcouru par cette roue. A la fin de ce chapitre, le lecteur trouvera une description détaillée, faite par l'élève Clément Dalaroy (de la 5èmeB), de toute cette construction et plus encore.

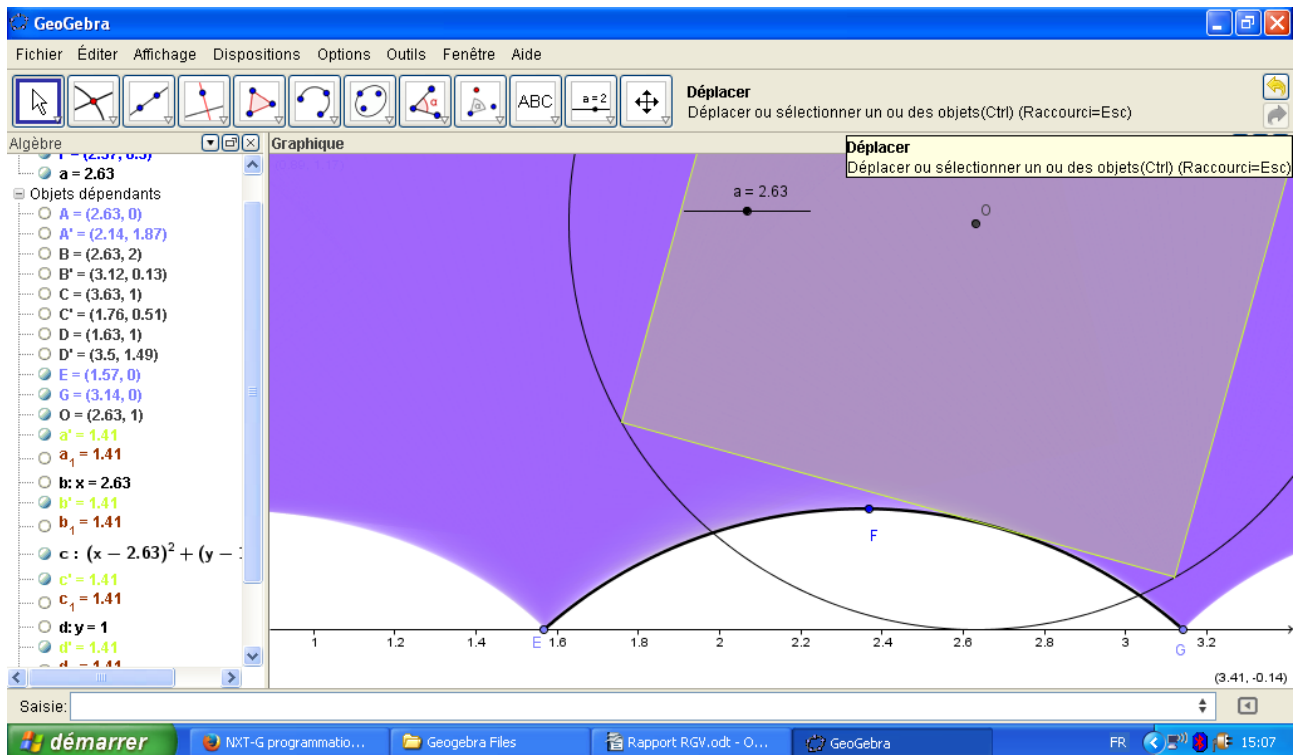


Illustration 2.2: Approximation de la forme de la bosse par un arc de cercle formé par 3 points

Pour que la roue carrée roule, il lui faut donc un chemin formé par des bosses successives (ou des dos-d'ânes successifs). Avec les élèves, on a essayé de voir si une bosse correspond à un arc de cercle. Pour cela on a utilisé le bouton « Arc de cercle créé par 3 points » et on a eu le résultat suivant:

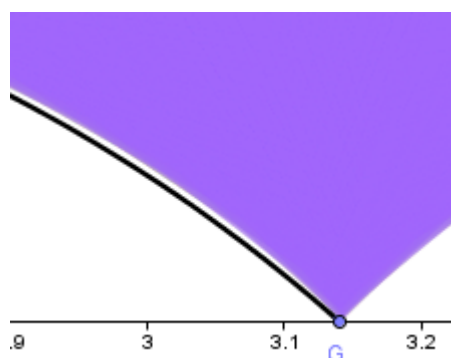


Illustration 2.3: L'échelle de l'erreur commise entre l'arc de cercle et la forme réelle de la bosse

On a choisi 3 points, deux points E et G correspondant à deux creux successifs et un point F au sommet de la bosse. L'arc de cercle  $\text{arc}(EG)$  semble coïncider avec la forme de la bosse. En zoomant bien on voit qu'il reste un espace infime entre l'arc  $\text{arc}(EG)$  et la bosse.

Pour rester au niveau scolaire des élèves, on considère que l'arc de cercle  $arc(EG)$  est une bonne approximation de la bosse. En réalité la bosse est une cycloïde décrite par des fonctions hyperboliques. Cela ferait un bon exercice à des élèves de la terminal S de trouver la formule exacte définissant la forme de la bosse. Cette formule ainsi que sa démonstration est donnée à la fin de ce rapport.

Revenons maintenant à l'énigme décrite plus haut. Le carré et son cercle circonscrit forment deux roues. Le périmètre du carré est plus petit que celui du cercle puisqu'il est formé de 4 cordes. La roue carrée correspond donc à la petite roue de l'énigme et le cercle à la grande roue. Quand on déplace le curseur les deux roues tournent à la même vitesse et sont parallèles. Elles ont le même centre et donc arrivent au même moment à destination. Le chemin de la roue carrée, formé de bosses successives est ainsi plus long que le chemin rectiligne de la roue circulaire. D'où la solution de notre énigme. Cette explication reste conforme à ce que l'on voit quand on fait l'animation avec Géogebra mais elle reste néanmoins incomplète car elle semble contredire la logique. Elle nous pousse à chercher plus loin la cause cachée derrière ce phénomène.

## 2.2. Situation paradoxale: Le paradoxe de la roue d'Aristote

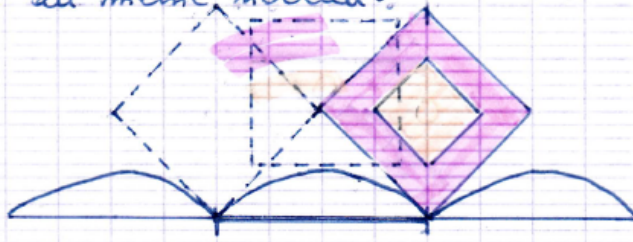
Le côté de la roue carrée est une corde reliant deux points du cercle. Il est donc plus court que l'arc du cercle qui le délimite. En faisant rouler les roues carrée et circulaire d'un quart de tour, la corde décrit une bosse (c'est à dire l'arc  $arc(EG)$  ) dont la longueur être logiquement égale à celle de la corde. Au même moment la roue circulaire décrit le segment (rectiligne)  $[EG]$  dont la longueur est logiquement égale à l'arc du cercle qui délimite la corde. Par conséquent le segment  $[EG]$  a une longueur plus petite que celle de la bosse, c'est à dire celle de la corde. Ce qui est paradoxale et impossible à accepter !!

En présence des élèves, on s'est posé donc la question: pourquoi on a un tel phénomène? Qu'est ce qui se cache derrière et qu'on n'a pas découvert encore?

Après plusieurs hésitations, des réponses plus ou moins fausses et deux séances faites avec deux groupes différents d'élèves, quatre élèves ont trouvé la réponse Yannick Lingat(5°B), Clément Dalaroy (5°B), Noémie Volz (5°C) et Chloé Latuilerie (5°D). Je joins par exemple ici la réponse rédigée par Yannick .

Yannick 6B

On dit que la petite roue va aussi vite que la grande, car dans cet exemple, la petite et la grande roue, restent au même niveau.



Mais on ne s'aperçoit pas que la roue glisse sur l'arc de cercle, entraînant ainsi la petite roue avec elle. La petite roue ne va pas aussi vite que la grande mais est juste entraînée.

En fait, la roue carrée parcourt logiquement moins de chemin que la roue circulaire mais elle est entraînée par cette dernière à une vitesse rectiligne plus grande. La roue carrée donc glisse et roule en même temps. On peut s'en convaincre facilement si on trace de la même façon une roue circulaire de même centre  $O$  et de rayon  $\frac{1}{2}$ . Cette dernière est plus petite de moitié mais vérifie très bien l'énigme décrite plus haut. Elle glisse en roulant.

### 2.3. Analyse du glissement

La roue de rayon 1 se déplace sans glissement. En gardant la même vitesse de rotation, une roue circulaire de même centre et d'un rayon plus petit que 1 parcourt le même chemin en roulant et en glissant (dans le même sens de déplacement). On parlera ici d'un glissement positif. Donc de plus en plus on se rapproche du centre de la roue le glissement augmente. Inversement, de plus en plus on s'éloigne du centre de la roue le glissement diminue et devient négatif (c'est à dire la roue patine) quand le rayon est plus grand que 1.

En tenant compte de cette remarque et en considérant la roue carrée inscrite dans le cercle unité, on déduit que le glissement du carré ne se fait pas d'une manière uniforme. Les points du carré les plus proche du cercle unité glissent moins que les points les plus éloignés. Ceci veut dire qu'aux 4 sommets du carré le glissement est nul et aux 4 milieux des côtés le glissement est à son maximum. Ce qui se traduit par une usure non uniforme des pneumatiques de la roue. L'usure est rapide aux milieux des côtés (c'est à dire aux sommets des bosses) et nulle aux sommets de la roue carrée (c'est à dire dans les creux des bosses).

Si la roue tourne avec une vitesse angulaire constante, alors quelle que la solution choisie il y aura toujours un glissement positif et un autre négatif (i.e un patinage). Deux points seulement de chaque côté du carré vont se déplacer sans glisser. Il s'agit des points de l'intersection du cercle de rayon  $2\sqrt{2}/\pi$  comme le montre la figure 3.4 ci-dessous.

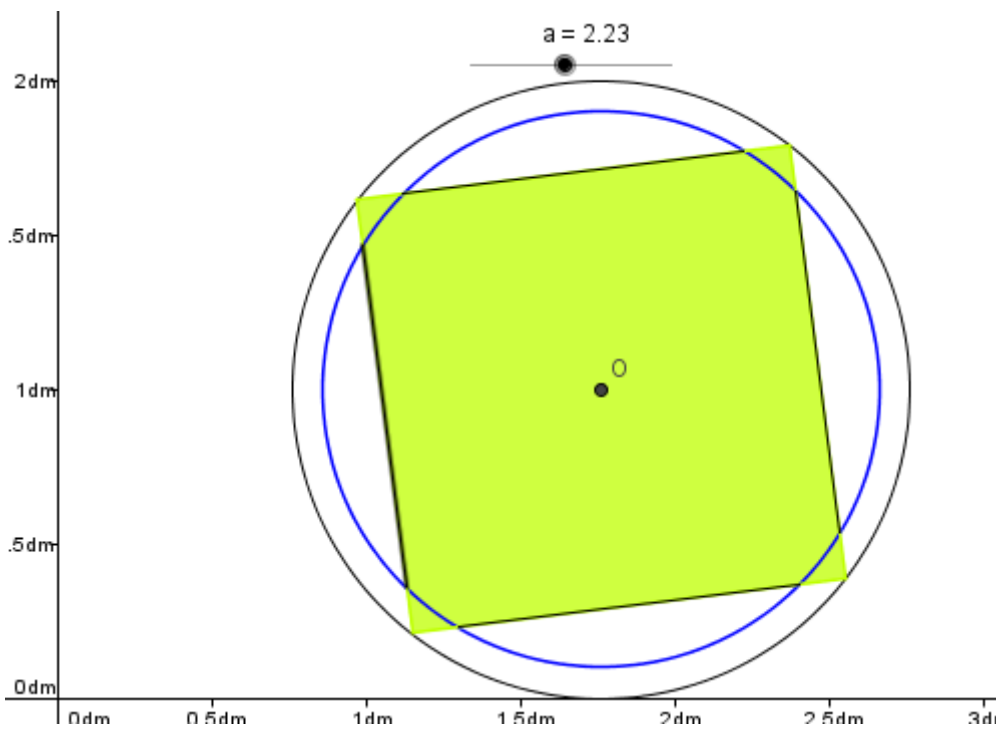


Illustration 2.4: A l'intérieur du cercle bleu, zone de glissement positif de la roue carrée. Entre le cercle bleu et le cercle unité, zone de patinage de la roue carrée.

Pour éviter les glissements il faut que chaque point de la roue carrée tourne avec une vitesse adaptée.

## 2.4. Enseignement à tirer de cette situation

### Questions importantes

Ce phénomène de glissement en roulant soulève un autre problème de la vie courante qui pourrait avoir des conséquences très graves. Ce phénomène pourrait-il exister en descendant une route glissante en voiture (par exemple enneigée ou mouillée) en roue libre ou en utilisant le frein-moteur? Le cas échéant, on aura l'impression de rouler moins vite à cause de l'information affichée par le compteur de vitesse mais en réalité on roule plus vite. Et quand on freine, la voiture continue à glisser (c'est la sensation qu'on a quand on freine fort sur une route enneigée). L'ABS (le Système d'anti-blocage des roues) est là pour empêcher les roues de se bloquer mais ne les empêche pas de glisser. C'est à dire il diminuerait le glissement sans l'annuler complètement.

On vérifie aussi d'une autre manière le phénomène du glissement sur les voitures équipées du système ESP (le système d'anti-patinage). La voiture ne peut pas se déplacer en montée sur des routes glissantes avec un ESP activé car l'ESP empêche les roues de patiner et active les freins. Dans ce cas, le glissement (c'est à dire le patinage) est plus grand que le déplacement. L'ESP peut-il détecter ce phénomène en descente ?

Pour répondre à ces questions, des expériences réelles avec un matériel spécialisé sont nécessaires. Ceci nous est impossible de faire par manque de moyens, d'expérience et de partenaires équipés pour ce type d'expériences.

### Mesurer la circonférence d'un cylindre en le déroulant sur une droite graduée

Comme on vient de le voir, pour mesurer le périmètre d'un cylindre sur en le déroulant sur une

droite graduée, il faut éviter de le faire glisser en le déroulant sur la droite. Pour cela il évite de le faire patiner si les supports sont lisses et évite de le faire déplacer très vite. Généralement, on ne prête pas attention à ces phénomènes. Encore faut-il y penser.

## Fable de la Fontaine (le lièvre et la tortue) revisitée mathématiquement

«Rien ne sert de courir, il faut partir à point» telle est la morale de la fable de la Fontaine. La course entre notre petite roue carrée et la plus grande roue circulaire correspond bien à cette fable. En ne prêtant pas attention aux phénomènes que l'on vient de décrire, on aurait pu fabriquer la roue carrée avec une semelle antidérapante et son chemin bosselé décrit par géogebra. Au final la roue se bloquera car la longueur de la bosse est plus grande que le côté de la roue. Il valait bien prendre son temps pour bien observer les différents paramètres, analyser la situation et trouver les erreurs au lieu de se précipiter et construire les maquettes pour s'en rendre bien compte à la fin que quelque chose ne tourne pas rond !! (jeu de mots).

## 2.5. Optimisation du chemin

Pour optimiser le chemin il faut que la longueur de la bosse soit égale à la longueur du côté de la roue. Il faut aussi que la forme de la bosse soit adaptée à la vitesse de rotation de la roue et la longueur parcouru par le centre de la roue. On peut modéliser tout cela en mathématique en mettant les contraintes suivantes :

- La longueur d'une bosse est égale à la longueur d'un côté de la roue.
- La roue est tangente en tout point à la bosse.
- Le point de contact de la roue se trouve à la même hauteur que le centre de la roue.
- Le centre de la roue reste à hauteur constante du sol (plat).

Pour rechercher la formule exacte décrivant la forme de la bosse, on étudie le déplacement infinitésimal de la roue pour chercher les liens entre les variations infinitésimales des longueurs et les angles. Ceci est bien connu en mathématiques et en physique et fait appel aux dérivées des fonctions, à la résolution des équations différentielles (qui ne sont pas a priori linéaires) et à la notion d'intégrale. Tout ce travail dépasse largement le niveau scolaire de mes élèves qui sont encore au collège.

La formule théorique est une fonction hyperbolique de la forme  $f(x) = d - a \cosh\left(\frac{x}{a} + c\right)$  où  $d$  est la hauteur au sol du centre de la roue,  $c$  une constante additive et  $a$  est la moitié du côté du carré, voir la démonstration à la fin de ce rapport.

Pour notre cas la fonction définissant avec exactitude la bosse est :

$$f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \cosh(\sqrt{2}(x - 0.62))$$

Stan Wagon, professeur de mathématiques à Macalester College St Paul, Minnesota (voir [1]), s'est intéressé dans les années 60 aux roues carrées et a donné la formule décrivant la bosse. Je joins à la fin de ce rapport la démonstration faite par Stan Wagon.

La courbe représentative de cette fonction est appelée cycloïde ou caténaire inversée car on la retrouve aussi dans la description de la forme d'un fil suspendu entre points fixes (lignes électriques, chaînes entre deux poteaux, fils d'araignée élastiques, ...). La caténaire inversée est utilisée en

architecture pour fabriquer des arcs solides (comme ceux faits par A. Gaudi dans la basilique La Sagrada familia à Barcelone, ou le gateway Arch à Saint-Louis dans le Missouri, aux États-Unis et de hauteur 192 m, voir la photo ci-dessous).

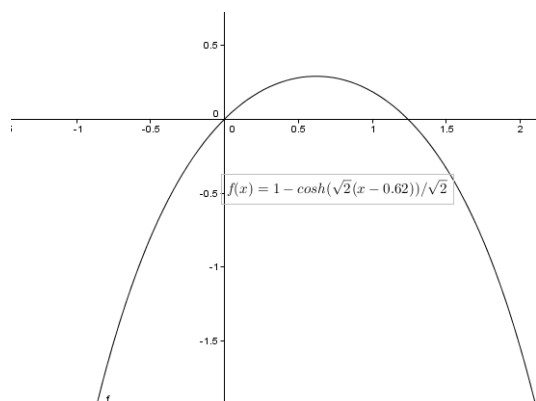


Illustration 2.5: Photo prise sur le site de wikipédia



Illustration 2.7: Caténaies



Illustration 2.6: Gateway Arch à Saint-Louis dans le Missouri, aux États-Unis. Photo prise sur le site wikipédia

J'ai donc décidé d'aborder le problème différemment avec mes élèves quitte à trouver des solutions approchées mais qui restent compréhensibles pour eux. On a donc fait des approximations des bosses par des arcs de cercles. La figure 3.3 ci-dessus montre que l'erreur l'arc de cercle et la bosse réelle est très petite. La figure 3.10 ci-dessous montre aussi que l'erreur entre cette solution et la solution exacte des caténaies inversées est aussi minime.

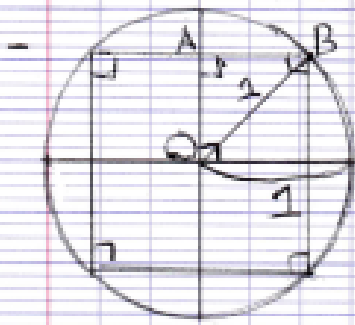
Selon le niveau scolaire des élèves qui vont travailler sur ce problème, on a fait la résolution par des méthodes différentes.

Pour les élèves de 4ème on suppose que la roue reste tangente à l'intérieur d'un creux. On fait une étude sur les angles et on applique le théorème de Pythagore, ou la notion du cosinus pour chercher la courbure des arcs d'approximation et la longueur de la corde reliant deux creux d'une bosse.

Le travail peut se faire aussi d'une autre manière en prenant trois point de l'arc (le maximum de la bosse et les deux creux) puis utiliser le théorème de Pythagore pour chercher le rayon et le centre du cercle définissant l'arc des trois points sélectionnés. Je joins ici le travail fait et rédigé par Francis Kan élève de 4ème participant au projet.

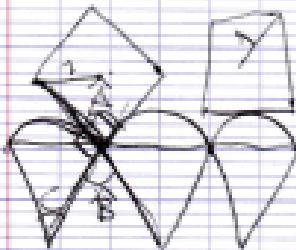


## Exercice



En prenant le carré inscrit dans le cercle de rayon 1, je trace 2 diamètres qui sont perpendiculaires aux côtés du carré. Ainsi on a un triangle ABO rectangle en A. (schéma)  
D'après Pythagore on a :

$AB^2 + AB^2 = 1$  donc  $AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7071067812$   
Comme AB est la moitié d'un côté du carré, un côté du carré est égal à  $\sqrt{2}$ .



Le rayon tracé est perpendiculaire au côté tangent au cercle, car justement, le rayon est à la perpendiculaire du côté et comme un côté est perpendiculaire à l'autre, alors le rayon est perpendiculaire au côté tangent du cercle.

Comme l'angle A est adjoint à l'angle B et que A est dans le carré, ils sont tous 2 droits. Et comme B et C sont alternes internes et que les droites qui les forment sont parallèles (puisque qu'ils sont opposés), l'angle C fait  $90^\circ$ . Ainsi l'angle entre les 2 rayons fait  $90^\circ$ ...

Comme l'angle fait  $90^\circ$ , le cercle complet fait donc  $\frac{360}{90} \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} \approx 5,656854249$

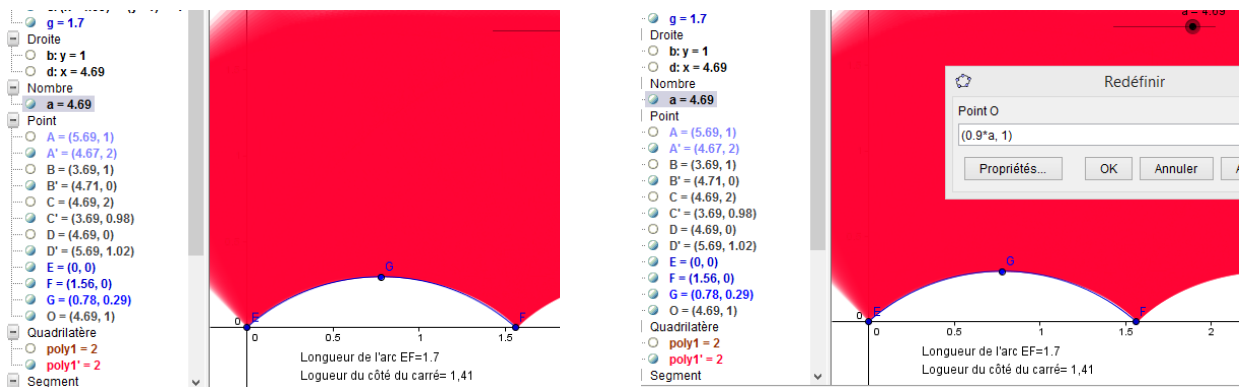
Sachant que le cercle fait  $4 \times \sqrt{2}$ , le rayon  $x$   
 est égal à:  $2x\sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2}$        $x\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2}$   
 $x = (2 \times \sqrt{2}) \div \sqrt{2}$   
 $\approx 0,9903163162$

J'ai un triangle rectangle isocèle dont les 2 côtés  
 égaux font  $\frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ , donc:

$$\left(\frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 2 = x^2$$

Donc la corde du cercle fait  $\sqrt{\left(\frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 2}$

Pour les élèves de 5ème, j'ai décidé de faire le travail d'une manière "dynamique" avec le logiciel Géogebra. En choisissant trois points et un arc qui les relie, le logiciel affiche, dans sa fenêtre algèbre, la longueur de l'arc. On modifie après la vitesse de déplacement du centre de la roue en pourcentage du nombre a, on obtient une autre bosse. On adapte ensuite les points de l'arc à la nouvelle forme (en glissant tout simplement les points pour les remettre sur la bosse). Le logiciel va afficher la nouvelle longueur. On procède ainsi par des essais successifs jusqu'à ce qu'on trouve le bon pourcentage qui donne la même longueur que le côté de la roue. Les élèves ont essayé cette méthode pendant une séance, mais plusieurs d'entre eux n'ont pas réussi à la reproduire lors d'une autre séance. J'ai refait donc le travail avec eux une fois de plus pour qu'ils retiennent la méthode utilisée.



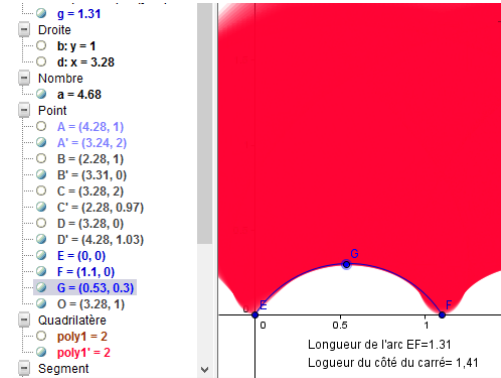
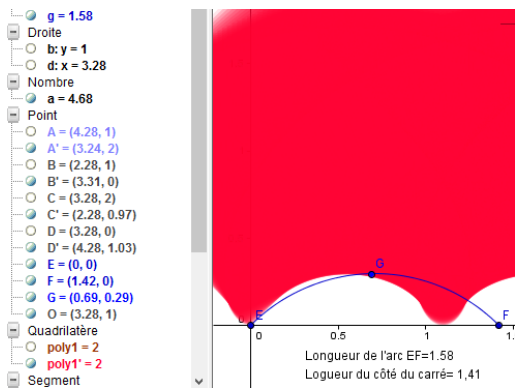
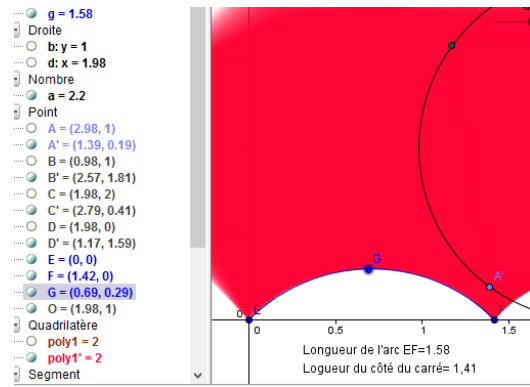
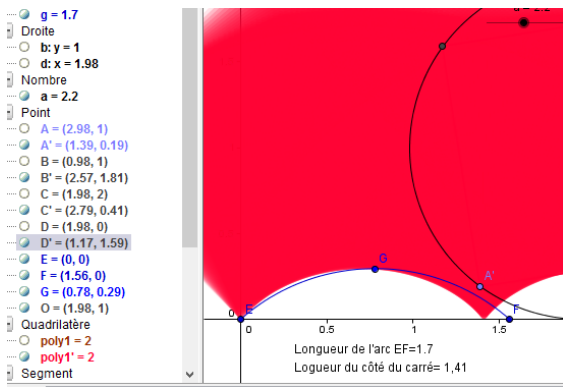


Illustration 2.9: Avec  $O=(0.7a, 1)$

Illustration 2.8: Avec  $O=(0.7a, 1)$  la longueur de l'arc est de 1.31 cm

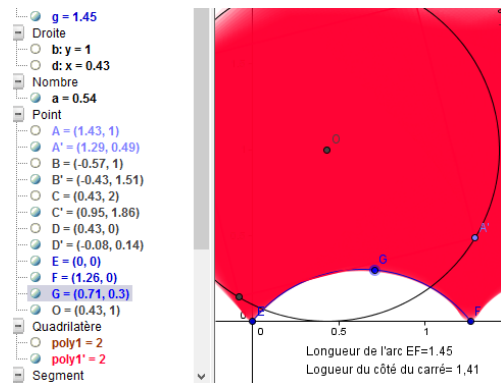
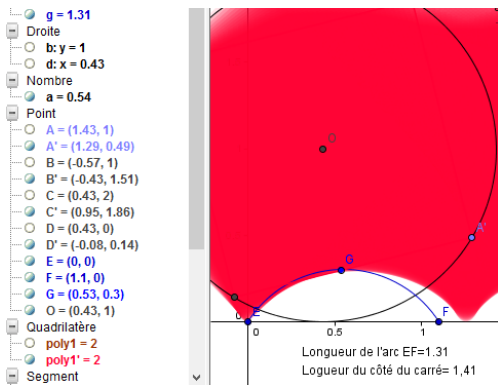


Illustration 3.7: Avec  $O=(0.8a, 1)$

Illustration 3.8: Avec  $O=(0.8a, 1)$  la longueur de l'arc est de 1.45 cm

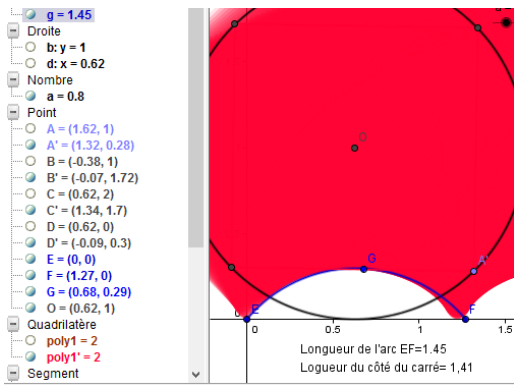


Illustration 3.8: Avec  $O=(0.79a, 1)$

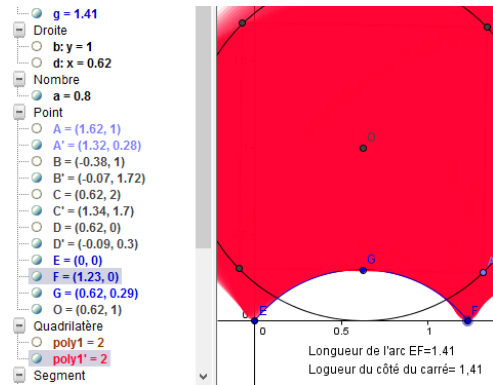


Illustration 3.9: Avec  $O=(0.79a, 1)$ , la longueur de l'arc est de 1.41cm, c'est à dire à la même longueur que la longueur du côté de la roue carrée

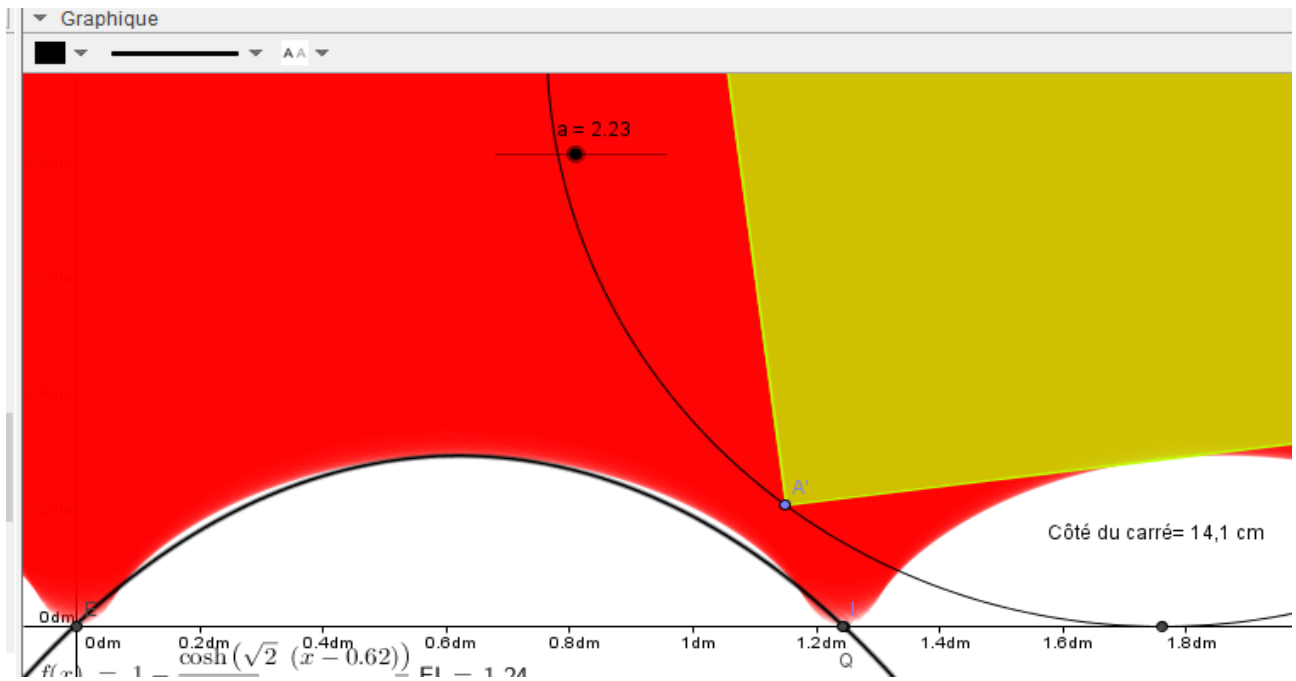


Illustration 3.10: Superposition de la courbe de la fonction donnant la forme exacte de la bosse avec la forme optimisée faite avec les élèves. La différence est minimale entre les deux courbes sachant que le pas de graduation est de 0,2 dm (l'unité ici est le dm).

Comme on l'a vu dans l'analyse du glissement, dans le cas de la solution exacte, la rotation ne doit pas avoir une vitesse constante. Pour la solution exacte, la rotation autour du point du centre de la roue est donnée par la formule :

$$\text{Angle de rotation} = \arccos\left(\frac{1}{\cosh(x)}\right)$$

Dans ce cas on obtient une belle cycloïde avec une roue qui est tangente en tout point à cette cycloïde. Voir la figure 3.11 suivante :

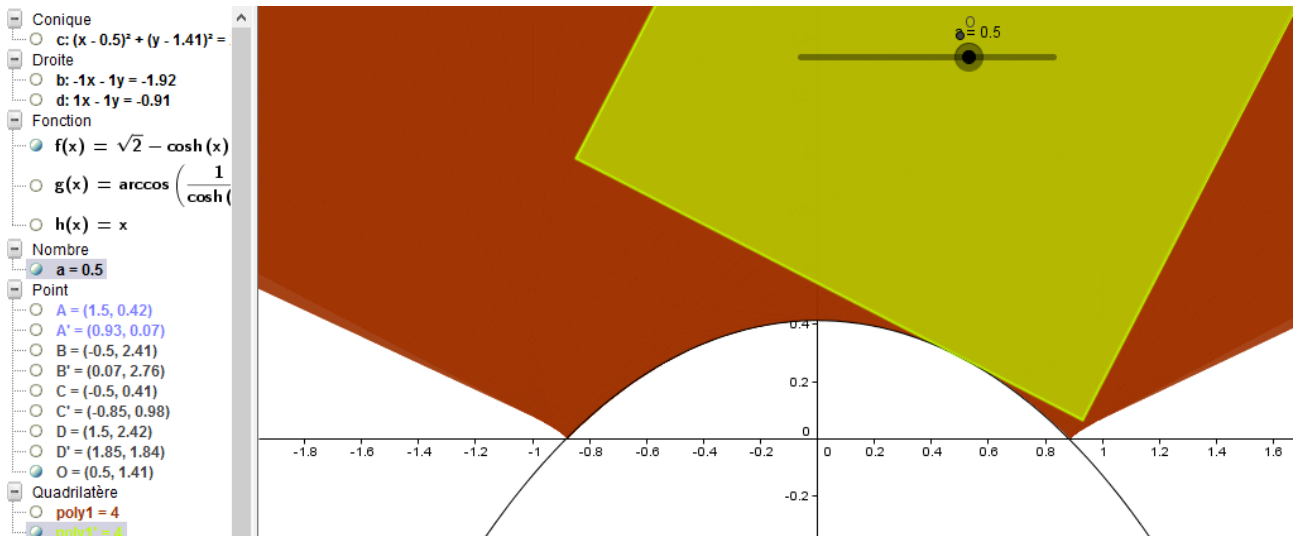


Illustration 3.11: La solution théorique exacte du déplacement de la roue carrée (de côté  $2dm$ )

Le graphe suivant montre les variations de la fonction donnant l'angle de rotation exacte par rapport à une rotation à vitesse constante

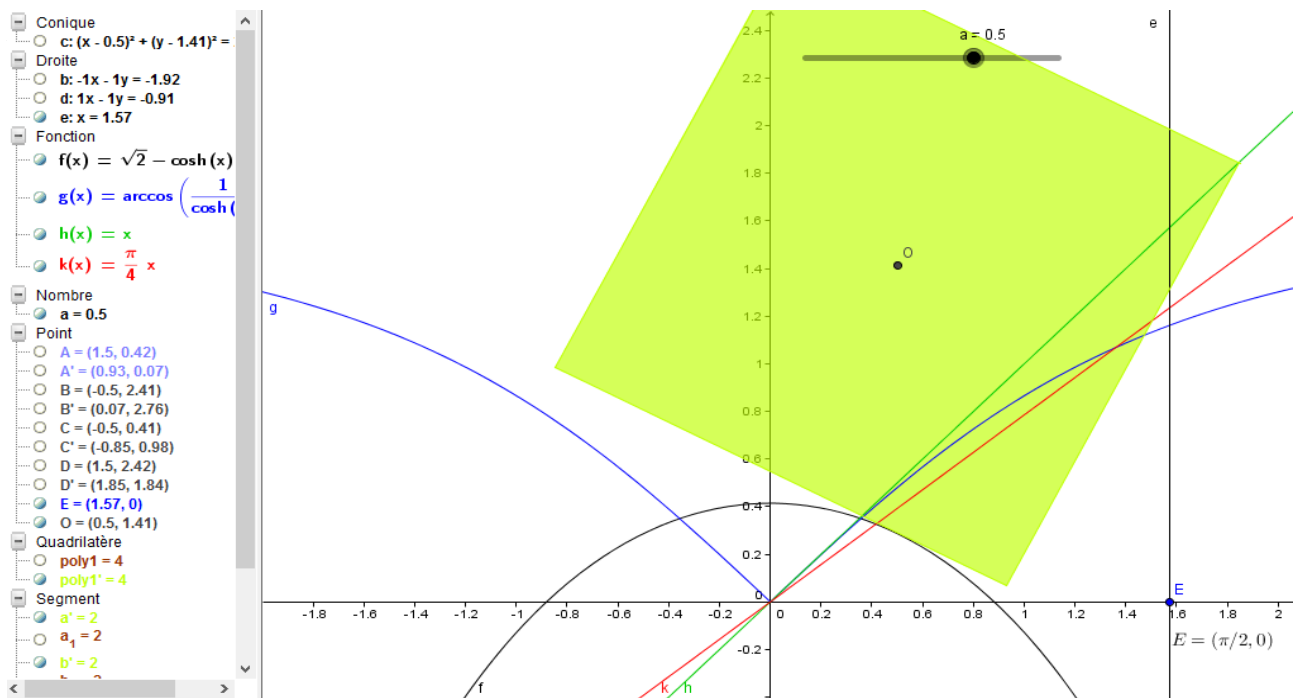


Illustration 3.12: La cycloïde est définie par la fonction  $f$  (c'est la caténaire inversée). La fonction  $g$  définit l'angle de rotation théorique de la roue de côté  $2cm$ . Comparaison avec une rotation à vitesse constante : celle de l'exemple 3.9 et 3.10 en rouge et la fonction identité en vert.

## 2.6. Cas des roues triangulaires et pentagonales

De la même manière on a fait une modélisation avec Géogebra pour de roues polygonales régulières de formes triangulaire et pentagonales inscrite dans un cercle de rayon 1.

Les chemins non optimisés ressemblent dans leurs formes à la cycloïde du carré. On obtient donc

les figures qui sont représentées par les illustrations 3.13 et 3.14 ci-dessous:

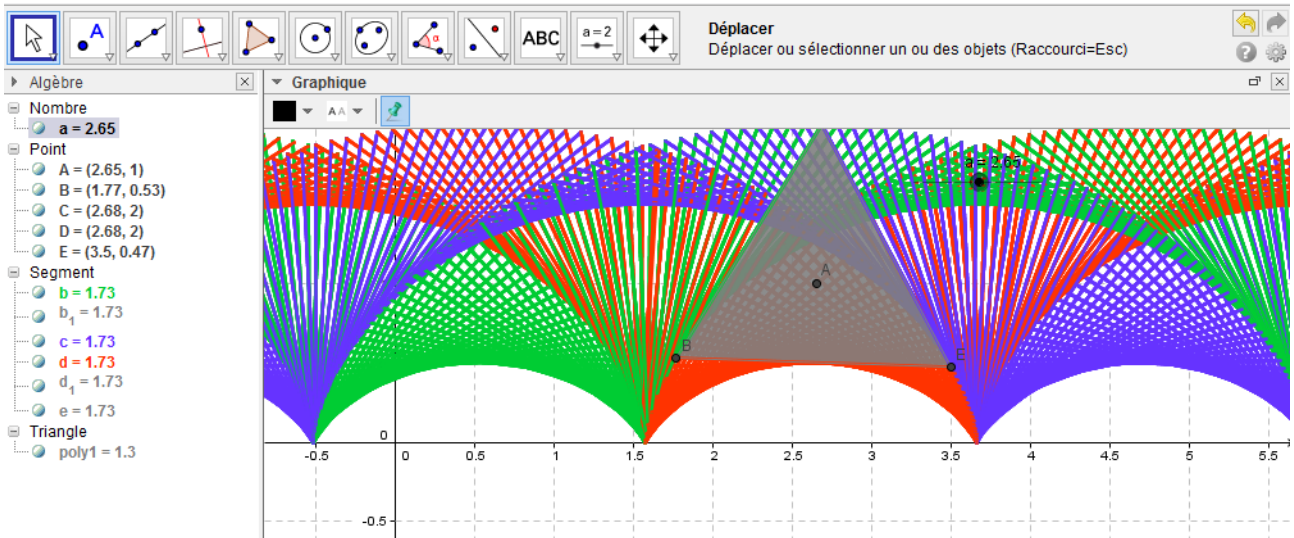


Illustration 3.13: Roue triangulaire équilatérale qui roule et glisse sur son chemin cycloïdal non optimisé

On voit ici que le côté du triangle est plus petit que la longueur de l'arc qu'il parcourt. La roue triangulaire roule alors et glisse en même temps pour compenser cette différence.

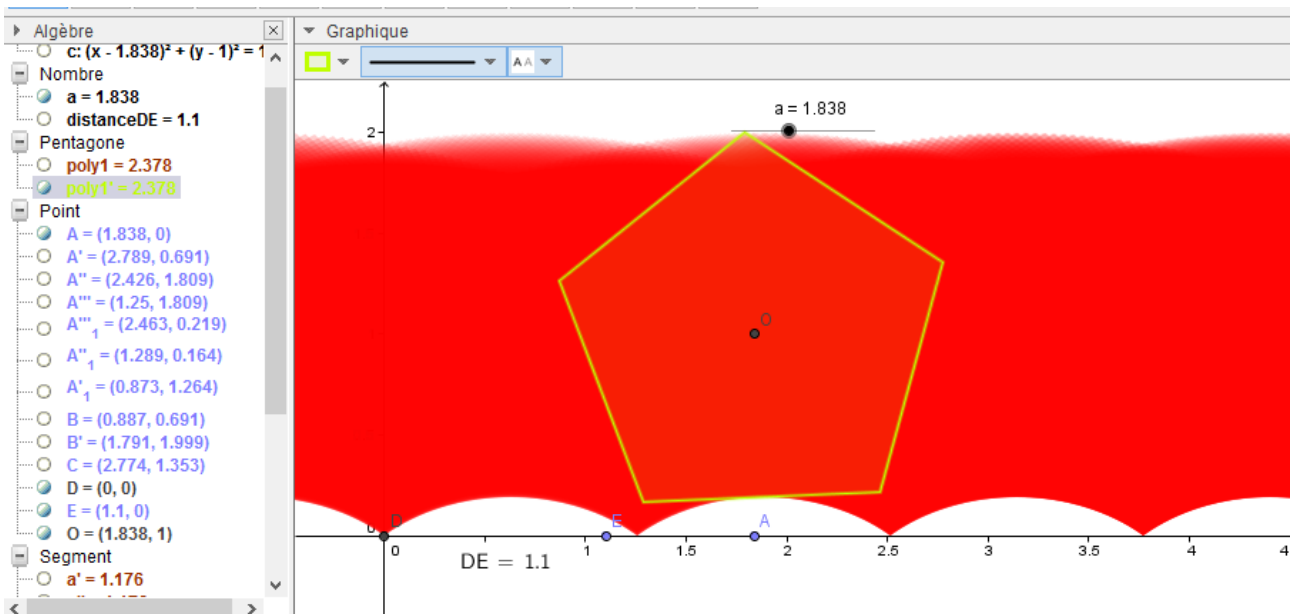


Illustration 3.14: Roue pentagonale régulière qui roule et glisse sur son chemin cycloïdal non optimisé

Là aussi on voit que le côté du pentagone est plus petit que l'arc qu'il parcourt. La roue pentagonale roule et glisse en même temps pour compenser cette différence.

En optimisant les chemins pour faire correspondre la longueur de l'arc à la longueur du côté on obtient des bosses qui sont légèrement différentes pour le pentagone (voir l'illustration 3.14 ci-dessus) mais très différentes pour les triangles. La différence se fait sentir au niveau des creux qui deviennent plus grand, arrondis et incurvés vers le haut. Les creux prennent donc des formes

convexes. Les fosses sont creusées par les sommets du triangle au niveau des jonctions entre les bosses successives, voir les illustrations 3.15 et 3.16 suivantes :

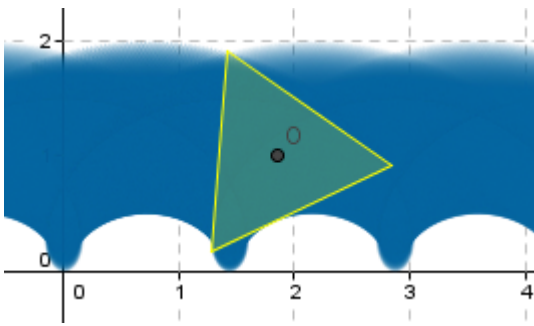


Illustration 3.15: Chemin optimisé pour une roue triangulaire. Les creux deviennent plus grand et plus incurvés vers le haut (convexes).

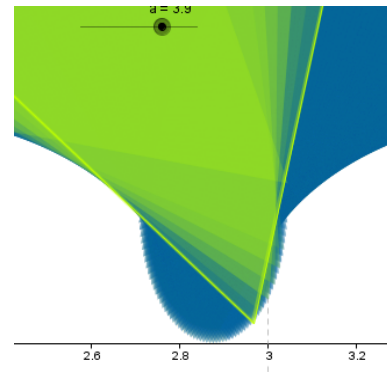


Illustration 3.16: Fosse convexe creusée par un sommet du triangle

Les glissement de la roue est remplacé par le frottement des sommets contre le chemin au passage dans un creux. En pratique, ceci implique que la roue est freinée à chaque passage dans un creux et commence à s'user aux sommets jusqu'au moment où un jeu conséquent apparaît entre les sommets et les creux et dans ce cas la roue commence à tomber dans les fosses et perd sa synchronisation avec la forme de la bosse. Elle finit alors par se bloquer. Les roues triangulaires ne sont donc pas pratiques.

On retrouve le même phénomène avec les roues losanges. Les fosses se créent au niveau des sommets des angles aigus.

En réalité, en optimisant les chemins on réduit le phénomène de glissement le long de la bosse pour le concentrer au niveau des sommets. Ceci se traduit par la création de fosses arrondies et convexes pour toutes les roues polygonales ses fosses sont plus ou moins grandes selon la valeur de l'angle entre deux côtés successifs. Plus l'angle est aigu plus la fosse est grande et vice versa.

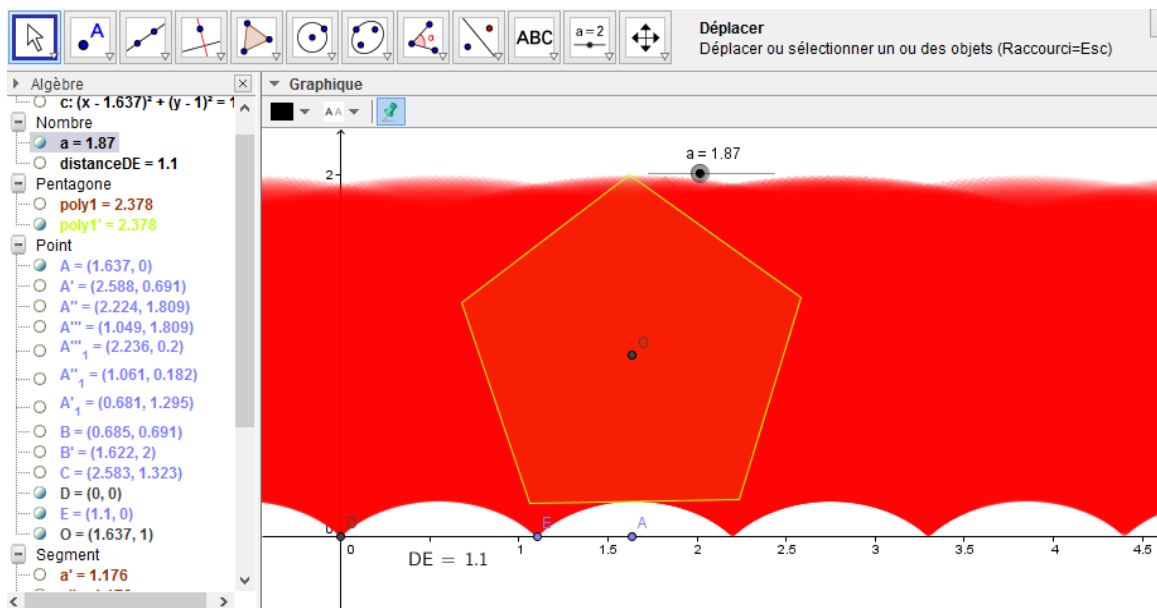
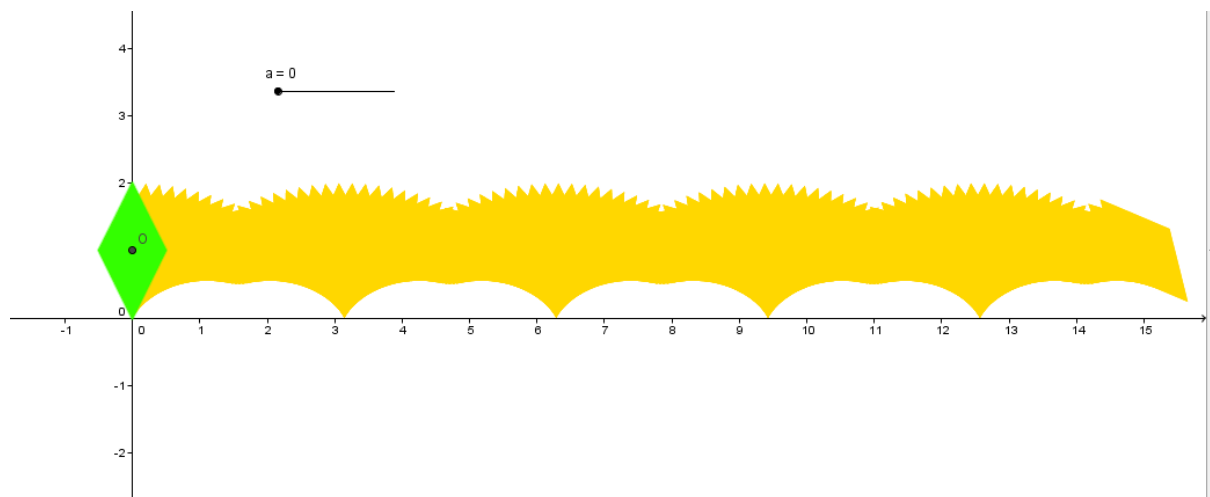


Illustration 3.17: Roue pentagonale avec chemin optimisé.

## 2.7. Construction détaillée des roues losanges et rectangulaires (par Clément Dalaroy, élève de la 5èmeB)

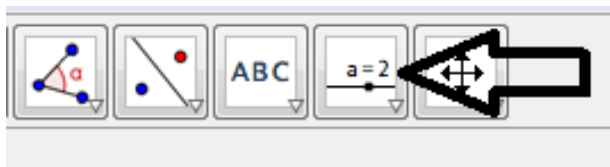
Dans ce paragraphe Clément donne une construction détaillée pour aider le lecteur qui n'est pas familiarisé avec Géogebra à faire les tests lui même. Il utilise implicitement les propriétés des parallélogrammes particuliers vus en cours. Dans quelques passages, je rajoute des commentaires en bleu pour compléter la construction. Ce travail a été fait après avoir vu des notions d'algorithmique et de programmation (sur le logiciel *Lego Mindstorms EV3*).

### La roue losange

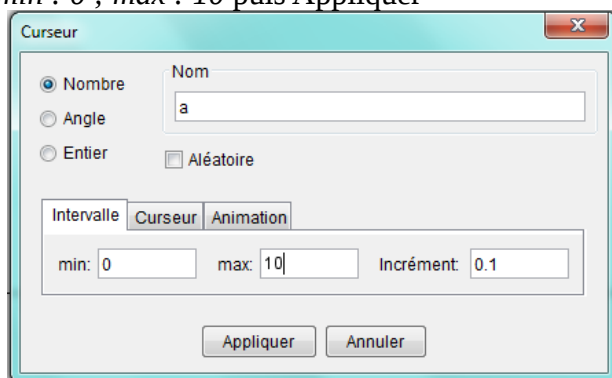


A) Comment construire la figure ci-dessus ?

- 1) Ouvrir Géogebra.
- 2) Cliquer sur l'icône « curseur ».



- 3) Cliquer n'importe où sur la feuille.
- 4) Modifier l'intervalle :  $min : 0$  ;  $max : 10$  puis Appliquer



- 5) Ensuite, aller dans la saisie en bas de la fenêtre, puis taper :  $O=(a,1)$ . Puis entrer. (NB : « O » n'est pas un zéro)

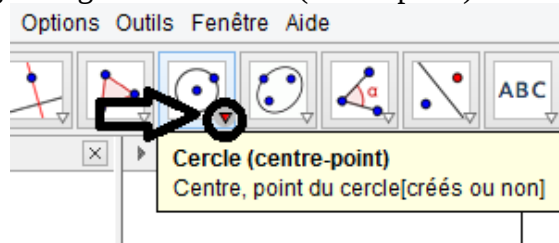




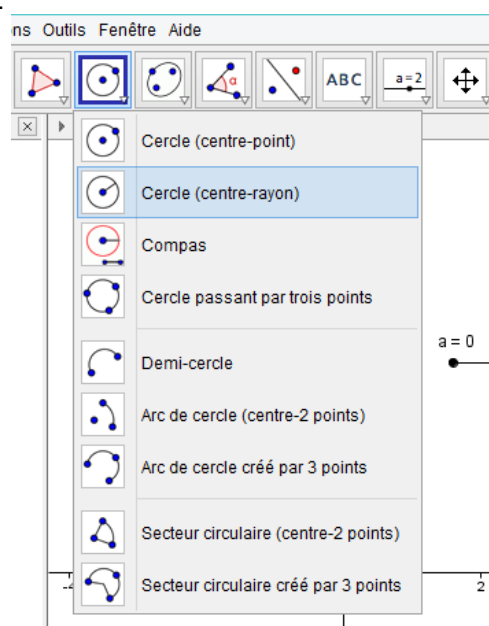
Saisie:  $O=(a,1)$

6) Un point doit apparaître.

7) Cliquer sur le petit triangle rouge dans « Cercle (centre-point) ».

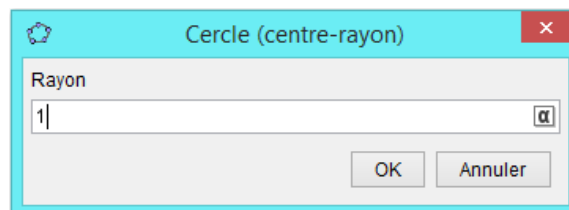


8) Cliquer sur « Cercle (centre-rayon) »



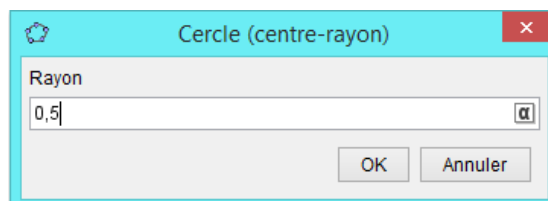
9) Cliquer sur le point O.

10) Taper 1 pour le rayon puis entrer.

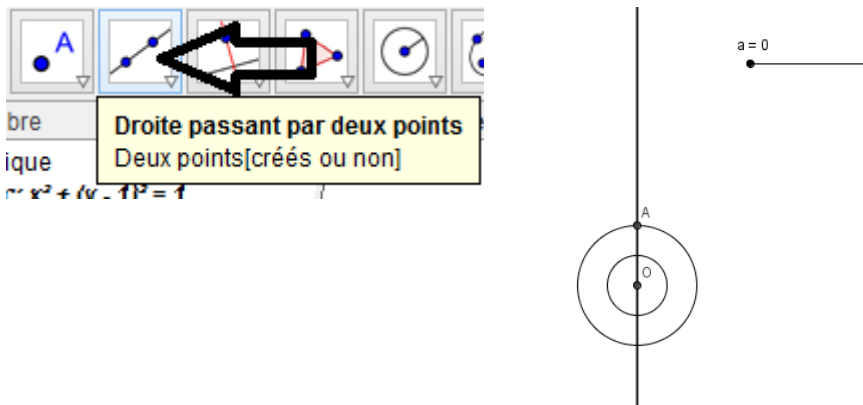


11) Tracer un autre cercle de centre O mais de rayon plus petit ou égal à 1 (par exemple 0,5).

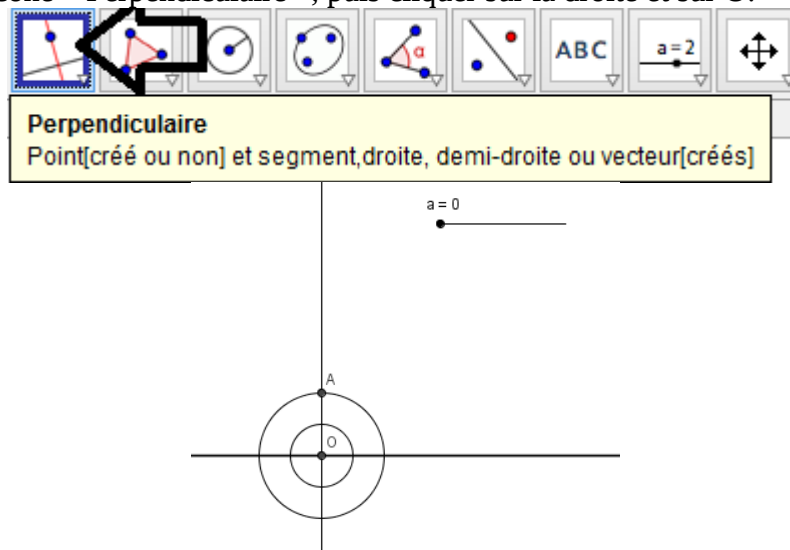
NB : Il ne faut pas mettre une virgule mais un point. **Quand le rayon vaut 1, cela correspond à la construction d'un carré.**



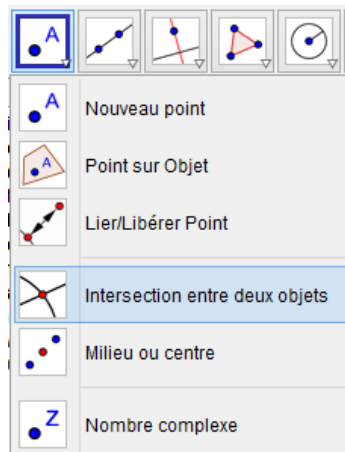
12) Cliquer sur l'icône « Droite », puis cliquer sur le point O et sur le cercle extérieur.



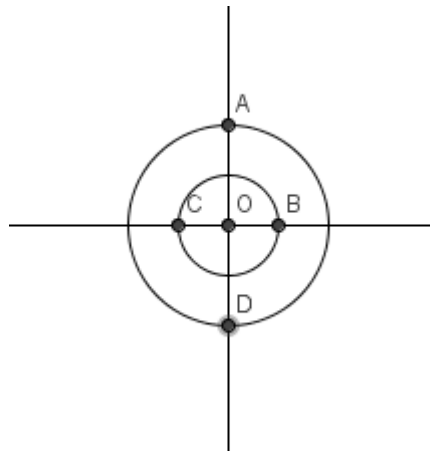
13) Cliquer sur l'icône « Perpendiculaire », puis cliquer sur la droite et sur O.



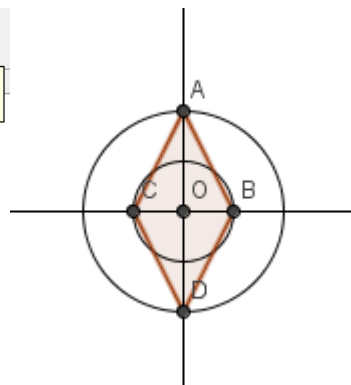
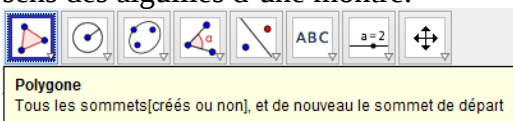
14) Cliquer sur le triangle rouge dans l'icône « Point », puis cliquer sur « Intersection entre deux objets »



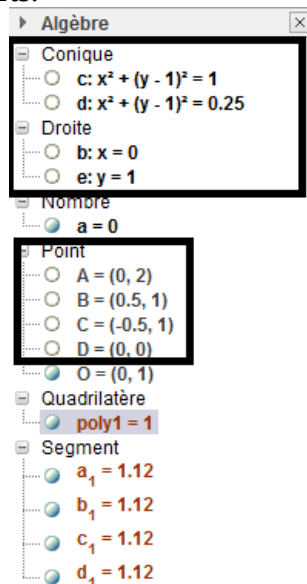
15) Placer les points d'intersection à l'endroit où se coupent le petit cercle et la droite horizontale. Ensuite faire de même pour la droite verticale sauf que les points doivent être sur le grand cercle.



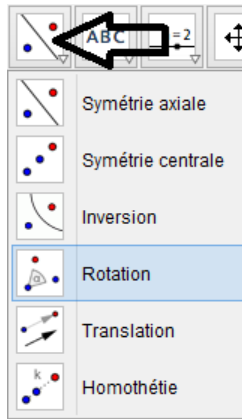
16) Cliquer maintenant sur « polygone », puis cliquer sur les points A, B, C et D. NB : L'ordre des points n'est peut-être pas le même qu'ici. Dans tous les cas, cliquer sur les points A, B, C, D dans le sens des aiguilles d'une montre.



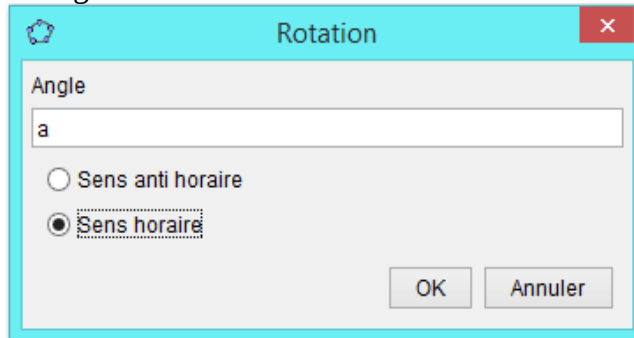
17) Masquer les points sauf le point O dans la barre « algèbre », masquer aussi les droites et les cercles en cliquant sur les boutons verts.



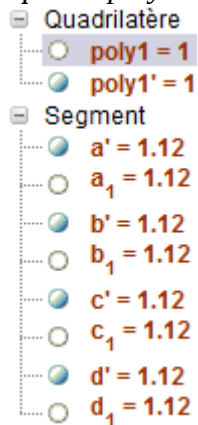
18) Cliquer maintenant sur le petit triangle dans l'icône « Symétrie axiale », puis cliquer sur Rotation. Cliquer sur le losange puis sur le point O.



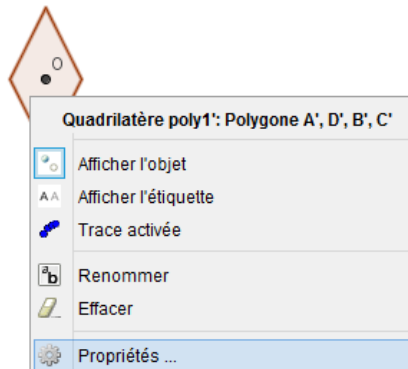
19) Modifier l'angle en  $a$  et régler sur *sens horaire*.

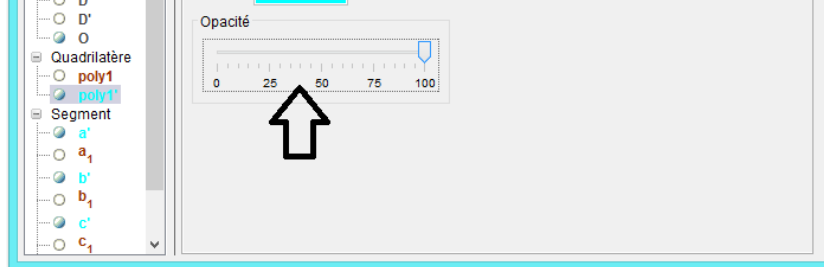


20) Revenir dans la barre d'algèbre et masquer le *poly 1*.

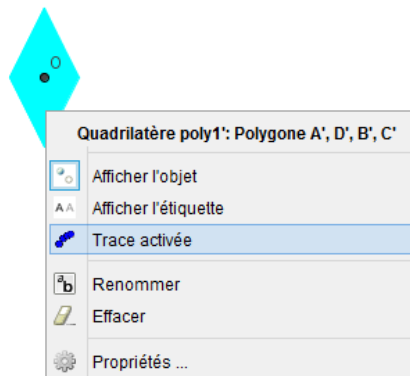


21) Vous pouvez modifier la couleur et l'opacité du losange en cliquant droit sur le polygone puis en choisissant *Propriétés*.

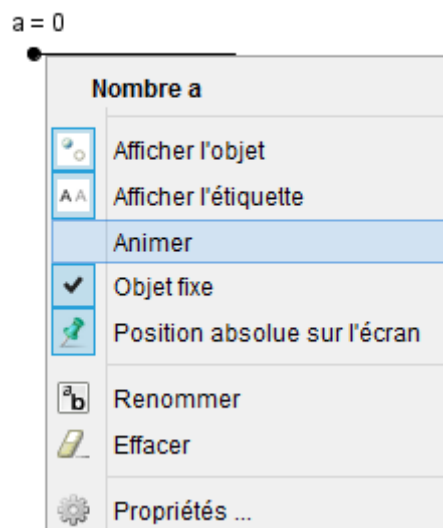




22) Maintenant, activer la trace en cliquant droit sur le losange.




23) Faire un clic droit sur le curseur puis animer.



24) Regarder. On voit une route se former : c'est la route du losange.

NB : La route ne correspond peut-être pas à celle de la route ci-dessous à cause de la vitesse de rotation.

a = 0



## La roue rectangulaire

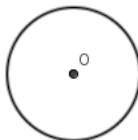
a = 0



Comment construire la figure ci-dessus ?

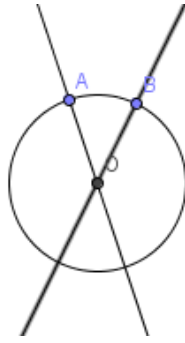
1) Répéter les étapes 1 à 10 du mode d'emploi de la construction du losange.

a = 0

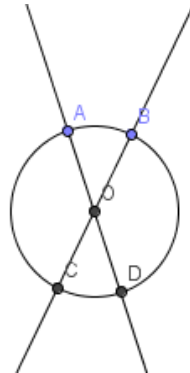


2) Cliquer sur l'icône droite puis cliquer sur le point O et sur le cercle. Répéter cette étape en choisissant un autre point du cercle.

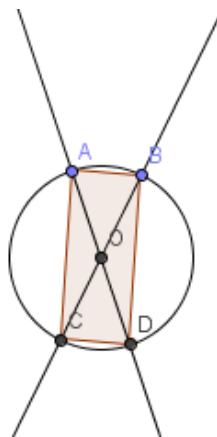
**Ici l'élève utilise la notion de boucle.**



3) Cliquer sur le petit triangle rouge dans l'icône « Point », puis choisir la fonction *intersection entre deux objets*. Placer les points d'intersection des deux droites et le cercle.



4) Cliquer sur *Polygone* puis cliquer sur les points A, B, C et D (dans le sens des aiguilles d'une montre.)



5) Répéter les étapes 17 à 24 de la construction de la roue losange. Votre roue rectangulaire est finie.

**Ici l'élève utilise aussi la notion de boucle.**

**B) Est-ce pratique de rouler avec une roue rectangulaire ?**

Non, car on ressentira des ralentissements et des accélérations. C'est à cause de la route : lorsqu'il y a une petite bosse, la roue ira plus vite que si la bosse est grande.

**Ici la réponse est juste si la vitesse de rotation s'adapte en permanence à la longueur de chaque bosse. Si la vitesse reste constante, le phénomène de glissement apparaît.**

**La roue carrée est plus pratique que les roues rectangulaires.**

Réponse donnée par Miguel Calmettes élève de la 5<sup>o</sup>D, toujours dans le même esprit.

Miguel C. 5D

### La voie rectangulaire

La route nécessaire pour conduire une ~~route~~ voiture, ou un véhicule avec des voies rectangulaires serait irrégulière, c'est à dire que le premier arc de cercle serait plus petit ou plus grand que le deuxième et ainsi de suite.

Avec cette configuration, imaginons que nous sommes dans un train ~~et~~ ayant des voies rectangulaires. Comme la longueur des arcs qui constituent la route sont irréguliers, ~~et~~ la voie, et donc le train, irait tantôt ~~à~~ très vite, tantôt plus lentement. Les passagers se balanceraient constamment d'avant en arrière.

Conclusion : Pour que la voie fonctionne correctement sans que les passagers ne se balancent il faut que la voie ait ses côtés égaux.



# Chapitre 3. Étude d'une Plateforme de Train à Roues Carrées

Comme on vient de le voir, la route d'une roue polygonale doit être formée d'une suite de bosses identiques dont la longueur de chaque bosse est égale à la longueur d'un côté du polygone. La trajectoire décrite par une telle roue est donc une cycloïde de période fixe. Ce type de route ne permet aux roues polygonales de tourner car le changement de direction augmente la longueur de la trajectoire sur la bosse et de ce fait la période de la cycloïde est perturbée. Donc pour trouver une application aux roues polygonales il faut que la trajectoire ne change pas de direction. Les seules possibilités qu'on a pu trouver sont le train et les véhicules équipés de chenilles (les roues à l'intérieur de la chenilles sont polygonales et la cycloïde est fixée à l'intérieur de la chenille). Bien sûr, la trajectoire d'un train n'est pas toujours rectiligne mais en jouant sur l'inclinaison du plan des rails, on pourrait imaginer une application aux roues polygonales d'autant plus que la forme de la cycloïde laisse penser à un possible gain d'énergie.

## 3.1. Train à roues carrées

En effet, si le plateau d'un wagon est équipé de roues, disons, carrées disposées de telle sorte que lorsque les roues d'un essieu se trouvent au sommet d'une bosse, celles qui les précèdent sont dans un creux entre deux bosses successives. Quand les roues au sommet vont avancer en tombant dans le creux de leur bosse ils pourraient entraîner dans la chute les roues qui les précèdent. Si tel est le cas, on pourra ainsi gagner de l'énergie pour faire avancer un train.

Pour étudier ce phénomène, une collaboration avec un professeur de sciences physiques est nécessaire. J'ai fait donc appel à Madame Azouzi, professeur de sciences physiques dans notre collège pour étudier les forces qui s'exercent sur ce type de roues et voir s'il y a une possibilité de gagner de l'énergie en exploitant la transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique.

Madame Azouzi anime un atelier de physique dans notre collège. Quelques séances de travail avec elle ont été programmées dans cet atelier pour permettre aux élèves de faire cette étude. Une première réunion, en coulisse, avec Madame Azouzi a eu lieu pour lui expliquer l'idée du projet et les attentes de ces séances de travail.

Pour bien comprendre le problème et schématiser aux élèves l'application envisagée. Les élèves ont fabriqué dans l'atelier de technologie 4 roues carrées, des rails cycloïdaux posés sur une planche en contreplaqué et une plateforme représentant le châssis d'un wagon relié aux roues carrées par des bras.

Une simulation des forces s'exerçant sur une roue carrée équipant la plateforme du train a été faite sur Géogebra. On a représenté le poids de la roue sur la bosse par un vecteur  $\vec{P}$ . On a positionné la roue sur un point  $M$  différent du sommet de la bosse et on a décomposé le vecteur poids  $\vec{P}$  en deux vecteurs l'un perpendiculaire à la bosse au point  $M$  et représentant la force  $\vec{R}$  de réaction de la bosse à la roue et l'autre vecteur tangent à la bosse et représentant la poussée résultante  $\vec{F}$ . Ainsi un parallélogramme a été construit pour faire apparaître ses forces.

Lors de la séance avec Madame Azouzi, la notion de forces, et leur représentation par des vecteurs a

été introduite et une explication sur la décomposition des forces a été faite aussi.

Dans notre simulation avec Géogebra, on a décomposé les deux forces de poussée  $\vec{F}$  et  $\vec{F}'$  des roues avants et arrières en forces horizontales et verticales qu'on a noté respectivement  $\vec{H}; \vec{H}'$  et  $\vec{V}; \vec{V}'$ . On a représenté la force résultante  $\vec{H} + \vec{H}'$  à partir d'un point G du wagon par un vecteur dont la longueur dépend de la position des roues avants et arrières.

Ainsi, en déplaçant les roues avants (représentées par le point M), on arrive à voir quelle force l'emporte pour faire bouger le wagon. A cela, il ne faut pas oublier la force de frottement entre les rails et les roues qui vient s'ajouter à la force résultante  $\vec{H} + \vec{H}'$ . Dans notre simulation on a supposé que les forces de frottements ne sont pas significatives car les rails et les roues d'un train sont faits en acier pour les minimiser.

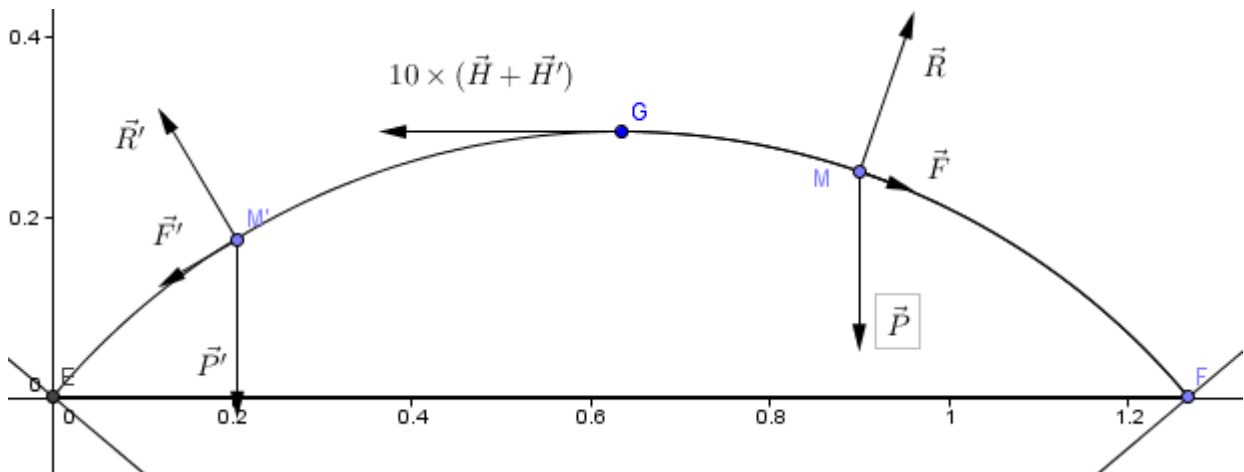


Illustration 3.1: La roue arrière l'emporte

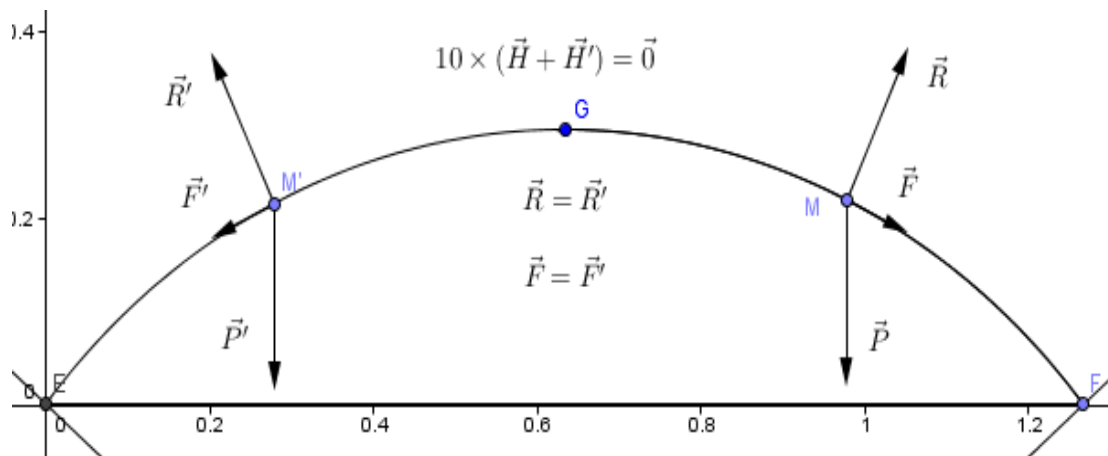


Illustration 3.2: Équilibre entre les forces

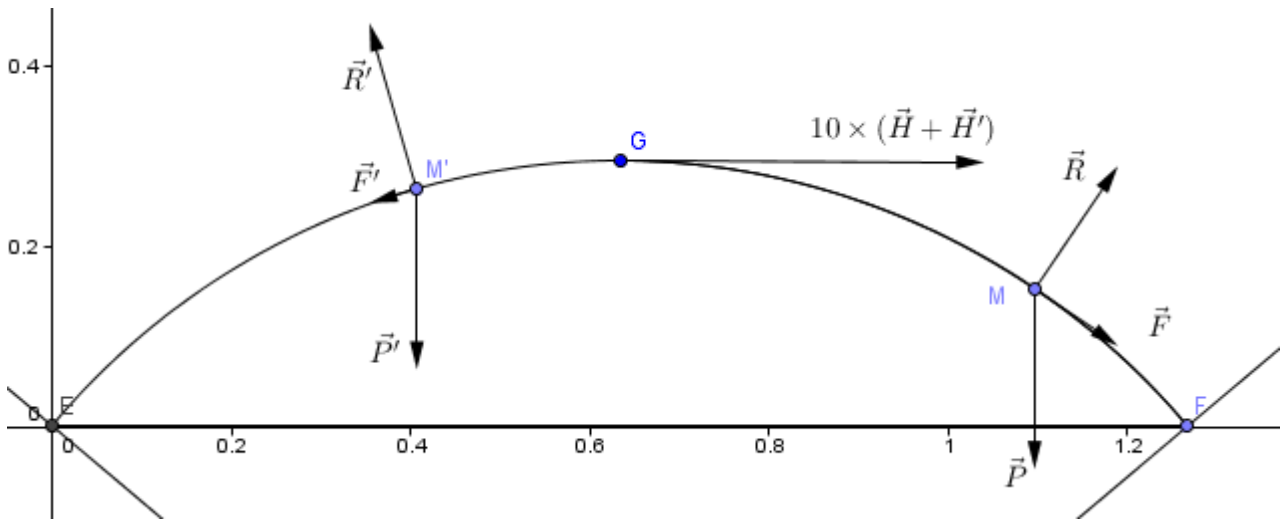


Illustration 3.3: La roue de droite l'emporte

Ces trois figures nous donnent une idée sur les forces qui agissent pendant le déplacement du wagon. Quand les roues avant entament la descente de la bosse (figure1), les forces qui sur les roues arrières sont supérieures à celles de devant. Ainsi le moteur du train doit compenser la résultante  $\vec{H} + \vec{H}'$  (et les forces de frottement). Lorsque les roues parcourent la moitié de la bosse (figure 2), la force résultante s'annule et on obtient une situation de basculement. Une fois le point de basculement dépassé, les roues avant prennent le dessus et la force résultante  $\vec{H} + \vec{H}'$  change de direction pour se mettre dans le même sens de déplacement du train. Ainsi, le moteur du train peut baisser d'efforts pour maintenir le train à vitesse constante.

L'effort fait par le moteur du train pendant la première phase de descente est récupéré en deuxième phase de descente. Et puisque la longueur de la cycloïde est plus grande que la ligne droite, alors le train à roues carrées consommera plus d'énergie pour parcourir le même trajet qu'un train normal à roue ronde.

### Conclusion

En conclusion, l'utilisation des roues carrées sur un train avec des rails cycloïdaux n'a pas d'intérêt sur le plan énergétique. L'inconvénient vient du fait que l'énergie économisée pendant la descente de la roue vers le creux de la bosse est dépensée de nouveau pour la remontée.

La question qui se pose maintenant est: peut-on éviter l'inconvénient décrit plus haut et qui empêche le gain d'énergie ?

En réfléchissant bien, la réponse est oui, les détails de la réponse se trouvent au chapitre suivant.

## 3.2. Forces et énergie : travail fait par Madame Azouzi Dalila avec les élèves

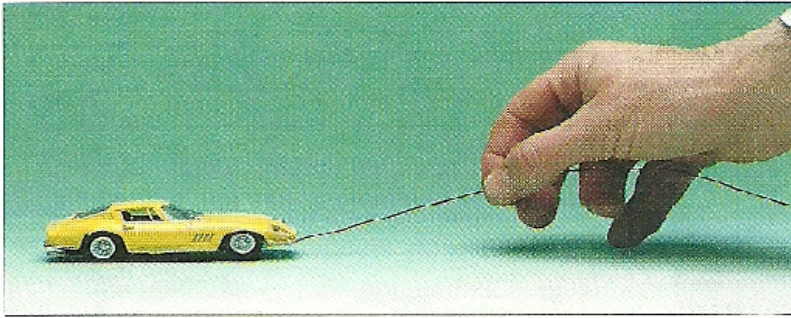
Comme décrit plus nous donnons ici le travail fait par Madame Azouzi avec les élèves. Madame Azouzi a eu la gentillesse de rédiger cette partie :

## 4.2.1. Actions mécaniques et forces :

### 1) Les actions mécaniques et leurs effets :

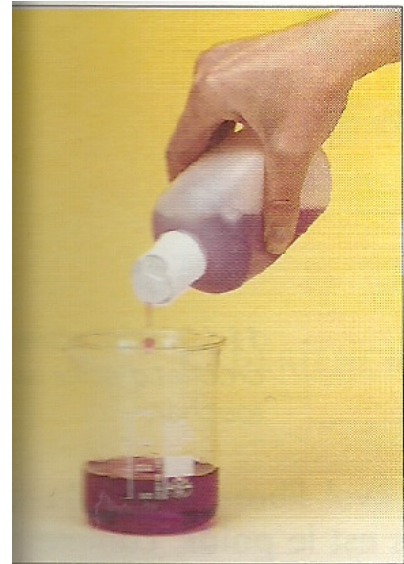
Quelles causes peuvent modifier la trajectoire ou la vitesse d'un mobile ou déformer un corps ?

a) Expériences : Soient les actions suivantes :

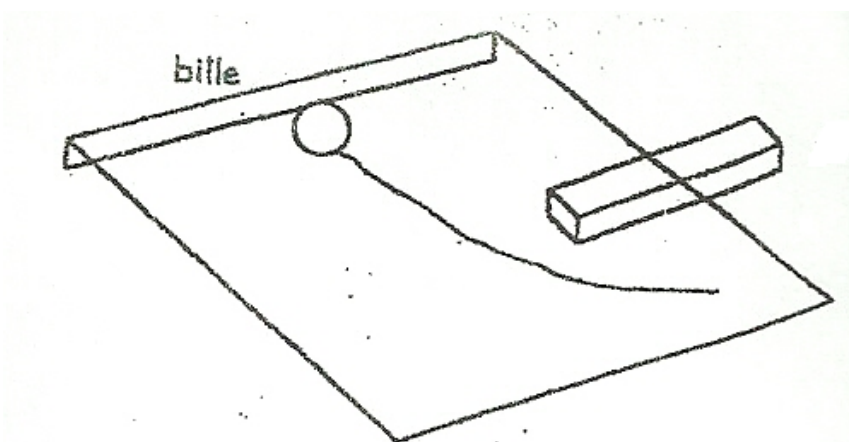


Quand on tire sur l'objet ; l'objet

**se déplace** vers la main.



Le flacon en plastique est **déformé** quand on appuie dessus avec la main.



La trajectoire de la bille a été **modifiée** à proximité de l'aimant.

b) Interprétation :

Les actions exercées ont permis d'obtenir différents effets : la mise en mouvement d'un mobile, la déformation d'un objet ou la modification de la trajectoire d'un mobile.

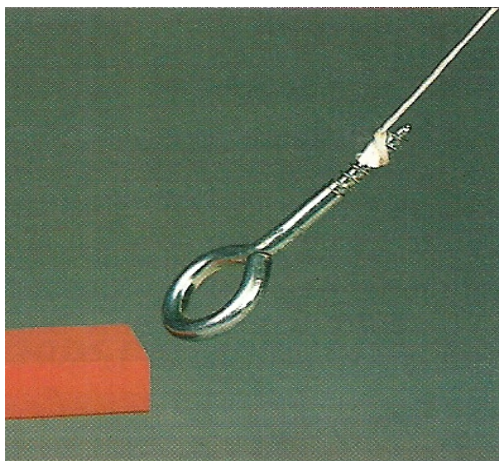
c) Conclusion :

Une action mécanique exercée sur un objet peut :

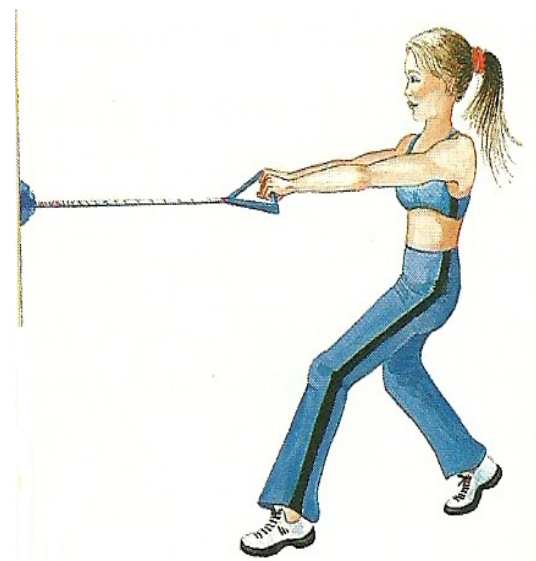
- Le mettre en mouvement.
- Modifier sa trajectoire ou sa vitesse.
- Le déformer.

2) Différentes actions mécaniques :

L'action mécanique exercée par Pierre sur le chariot est localisée en A, c'est une **action mécanique de contact**.



L'aimant exerce une **action mécanique à distance** sur le piton.



3) Modélisation d'une action mécanique :

Notion de force :

Julie tire sur l'extrémité d'un élastique.

Elle exerce une action de contact localisée à laquelle on peut attribuer :

- Un point d'application **A**
- Une direction (**celle de l'élastique**)
- Un sens (**de l'élastique vers Julie**)
- D'une intensité

Cette force est notée  $\vec{F}_{\text{auteur/receveur}}$ , ici  $\vec{F}_{\text{Julie / élastique}}$

Une action mécanique est modélisée par une force.

Une force est caractérisée par son point d'application, sa direction, son sens et son intensité

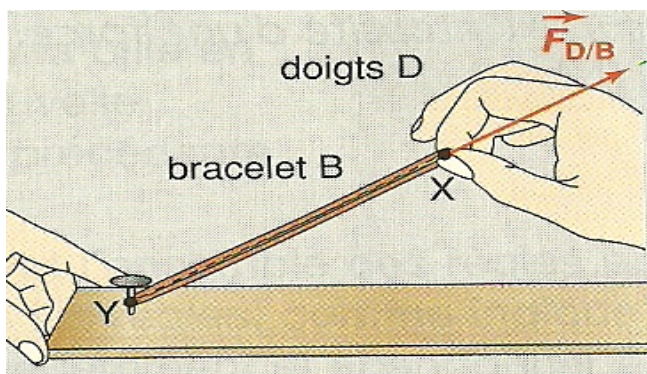
#### 4) Mesure d'une force :

- L'intensité d'une force se mesure avec un **dynamomètre**.
- L'unité légale d'intensité est le **newton** de symbole **N**.



#### Application :

A l'aide du dynamomètre, noter l'intensité de la force exercée par votre doigt D sur l'élastique E :



$F_{D/E} = \dots\dots\dots$

### 4.2.2. Équilibre d'un solide soumis à deux forces

#### Expérience avec les élèves :

- Placer un trombone T sur la table, il peut glisser facilement.
- Agir sur le trombone T par l'intermédiaire de deux fils fins situés dans le plan de la table.
- Rechercher les positions des deux fils qui permettent d'immobiliser le trombone T.
- Mesurer l'intensité des deux forces à l'aide des dynamomètres.

Résultats notés :

Une fois le trombone T immobilisé, donner :

1) Le sens des deux forces exercées sur le trombone T :

Les sens des deux forces sont opposés

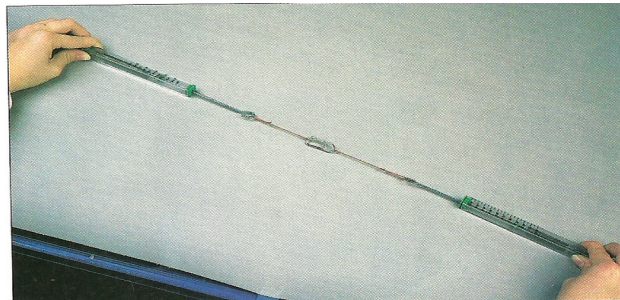
2) Les directions des droites d'action de ces deux forces :

Les droites d'action sont confondues (c'est la même droite).

3) Les intensités de ces deux forces. Que constatez-vous ?

$F_1 =$  (réponse à donnée par les élèves)     $F_2 =$  (réponse à donnée par les élèves)

Je constate que  $F_1 = F_2$



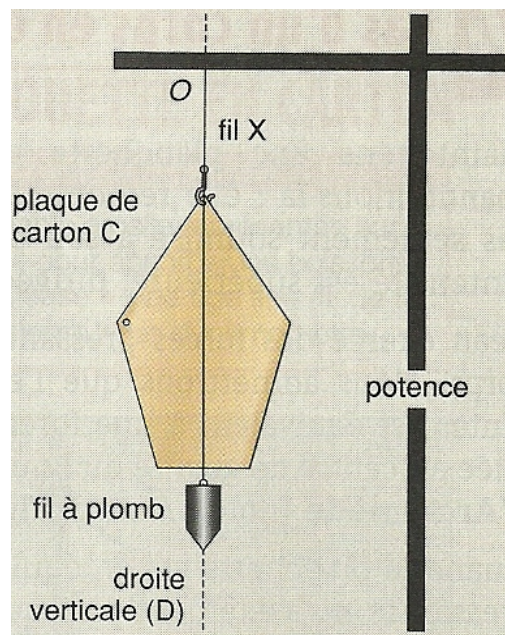
Conclusion :

Un corps soumis à deux forces est en équilibre si ces forces ont la même droite d'action, des sens opposés et des intensités égales.

a) Comportement d'un corps suspendu :

Expérience élèves :

- Accrocher une plaque de carton C à un fil X suspendu à une potence.
- Attendre que la plaque s'immobilise.



### Observations/ Interprétation :

La plaque étant en équilibre, elle est soumise à deux forces :

- Une force de contact exercée par le fil qui la retient  $\overline{F_{X/C}}$
- Une force à distance exercée par la Terre qui l'attire, cette force est appelée poids du corps, elle est notée  $\overline{P}$ .

Ces deux forces ont la même droite d'action (elle coïncide avec le fil à plomb) : c'est la verticale du lieu et passe par le centre de la Terre.

$\overline{P}$  et  $\overline{F_{X/C}}$  sont égales et de sens opposées, on écrit  $P = F_{X/C}$

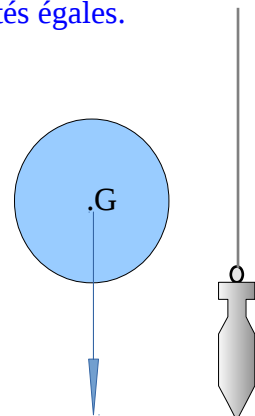
Un corps suspendu est soumis à deux forces : une force exercée par l'élément de suspension et la force d'attraction de la Terre, appelée poids du corps.

Ces deux forces ont la même droite d'action, des sens opposés et des intensités égales.

### Les caractéristiques du poids sont :

- Son point d'application : le centre de gravité G de l'objet.
- Sa droite d'action : la verticale du lieu.
- Le sens : vers le bas ( vers le centre de la Terre).
- Son intensité, mesurée à l'aide d'un dynamomètre.

Le poids d'un objet est lié à sa masse m par la relation :





$$\vec{P} = m \times \vec{g}$$

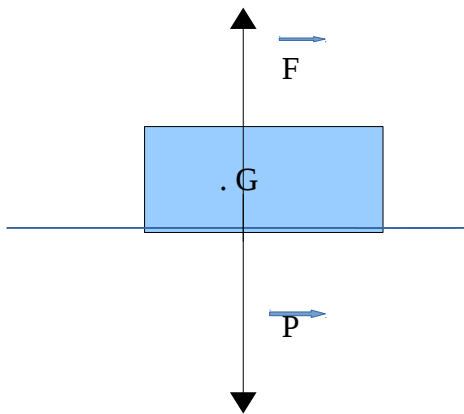
$$\vec{P}$$

$m$  dépend de la quantité de matière contenue dans le solide.  
 $g$  ne dépend que du lieu et caractérise le phénomène de pesanteur.

b) Cas d'un corps en équilibre reposant sur un support :

- Placer un solide B sur une table horizontale T, il est équilibré.
- Faire le bilan des forces.

Le solide est soumis à son poids et puisqu'il est en équilibre, il existe une force de sens opposée au poids, de même intensité et ayant la même droite d'action ; c'est la table qui l'exerce : cette force est notée  $F_{T/B}$



On écrit :  $\vec{P} = \vec{F}_{T/B}$

*Mais que se passerait-il si on inclinait la table ? ...*

c) Glissement d'un solide sur un plan incliné sans frottement :

Le solide est abandonné sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.  
 Faisons l'inventaire des forces :

- Au centre de gravité G du solide, s'applique le poids  $\vec{P} = m \times \vec{g}$
- Le plan exerce sur le solide une réaction  $\vec{R}$  dont la droite d'action est perpendiculaire au plan car les frottements sont négligeables.

Projetons  $\vec{P}$  perpendiculairement sur deux axes GX et GY :

Sur l'axe GX (le long du plan de la table), la force  $F$  agit seule.

Sur GY (perpendiculaire au plan de la table): la réaction  $R$  du plan est opposée à  $F'$  conformément au principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

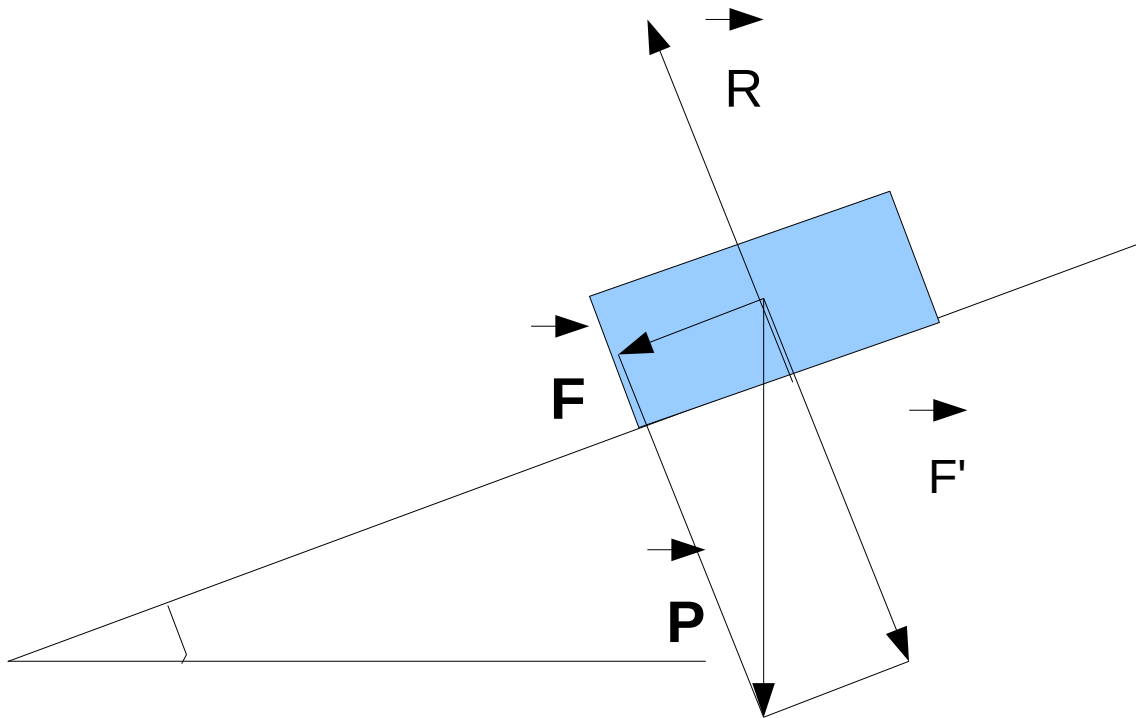
La résultante des forces extérieures s'exerçant sur le solide se confond avec la composante  $F$ .

On écrit :

$$F = p \cos(90^\circ - \alpha) = m g \cos(90^\circ - \alpha)$$

Cette résultante communique au solide un mouvement de translation rectiligne parallèle au plan et qui fait accélérer le solide d'une manière uniforme.

schéma ci-dessous



Remarque :

Dans le cas où les frottements ne sont pas négligeables, la réaction du support  $R$  est décomposée selon les deux axes GX et GY tel que :

- $R$ , la réaction normale du support, elle lui est perpendiculaire.
- La réaction tangentielle du support  $f$ , elle est parallèle au plan ; c'est la force de frottement exercée par le support sur le solide lors du glissement.

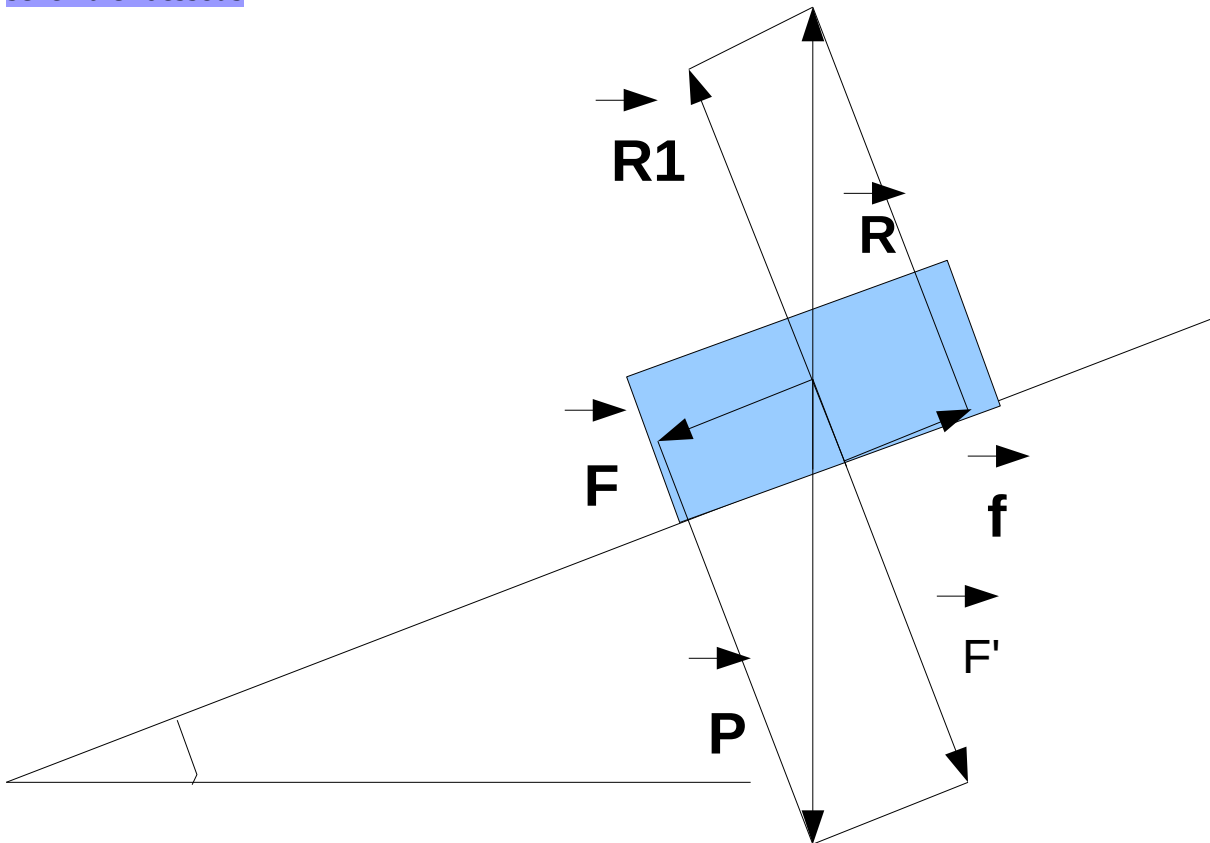
Le bilan des forces serait :

Sur l'axe GY :  $R_1$  et  $F'$  s'annulent selon le principe de l'action et de la réaction

Sur l'axe GX : les forces mises en jeu sont  $F$  et  $f$ , le résultante des forces est :

$$F + f = m \cos(90^\circ - \alpha) g$$

schéma ci-dessous



### 4.2.3. Notions d'énergie

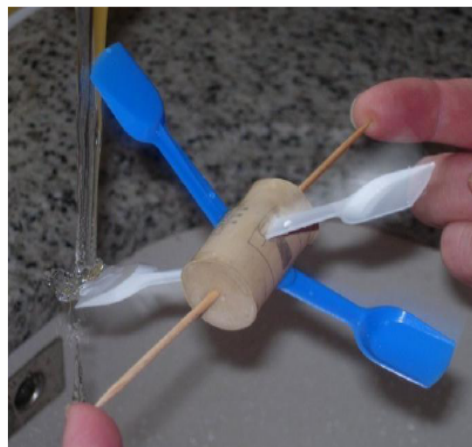
Activité élèves :

Matériel :

Un petit moulin à vent et un robinet d'eau ou  
Une petite turbine construite à l'aide de 4 cuillères à glace, un bouchon en liège et de deux pics.

Expérimentez :

- Ouvrez le robinet d'eau.  
Faites attention à ce que le débit du filet d'eau soit régulier.



- Positionnez le sous le filet d' eau à quelques centimètres seulement en dessous du robinet et observez la rotation.
- Descendre progressivement l' ensemble sous le filet d'eau et observez la rotation.

Questionnement :

- a) Que se passe-t-il lorsque l'eau tombe sur les petites cuillères ? **ça tourne**
- b) Qu'est-ce qui fait tourner ce système ? **l'eau**
- c) De quoi a besoin le système pour se mettre à tourner ? **Il a besoin d'énergie**
- d) Qui lui a fournit l'énergie ? **l'eau**
- e) Pourquoi ça tourne plus vite quand on descend ? **L'énergie de l'eau est plus grande**
- f) Essayez de comparer l'énergie fournit au système en A (position haute) et en B ( plus basse)

L' eau qui est **en mouvement** possède une **énergie** due au fait qu'elle a une **vitesse**, cette énergie est appelée **énergie cinétique**.

En B l'eau a plus d'énergie cinétique qu'en A mais d'où vient cette énergie ???

En A l'eau est plus haute qu'en B, elle possède une énergie liée à sa position, c'est **l'énergie de position**

Au cours de sa **chute** l'eau **perd de l'énergie de position** ( $E_p$ ) mais **gagne de l'énergie cinétique** ( $E_c$ )

**La somme de ces deux énergies constitue l'énergie mécanique de l'eau.**

Bilan :

Au cours de la chute d'un objet, l'énergie de position (  $E_p$ ) diminue tandis que l'énergie cinétique ( $E_c$ ) augmente : l'énergie de position de l'objet est convertie en énergie cinétique.

La somme de l'énergie de position et de l'énergie cinétique, appelée énergie mécanique (  $E_m$ ) reste constante au cours de la chute de l'eau.

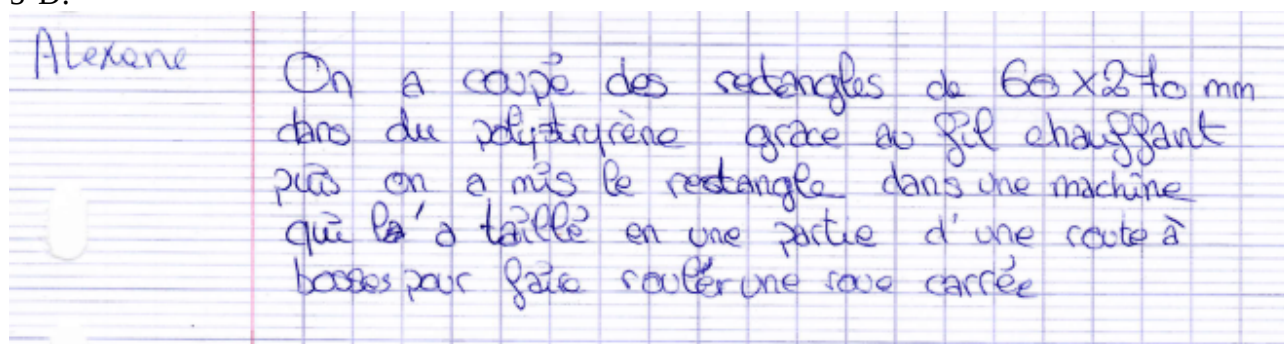
# Chapitre 4. Réalisations

Toutes les séances de travail sur le projet en été faites en dehors du temps scolaire. Après quelques séances de travail théorique en salle de mathématiques, j'ai pris les élèves plusieurs fois, selon leur emplois du temps, en salle informatique pour faire des simulations des roues polygonales sur Géogebra et pour se familiariser avec le logiciel Google Setchup qui nous avons utilisé plus tard pour modéliser la roue déformable.

Les lundis entre 10h30 et 11h30, Monsieur Bourdeau, professeur de technologie, animait un club de fabrication mécanique (Fablab). Je prenais régulièrement les élèves disponibles à cette-ci pour travailler sur la réalisation de la roue carrée et son chemin. On a travaillé essentiellement sur des panneaux, de différentes épaisseurs, en polystyrène extrudé fournis par notre partenaire du projet le magasin Brico Dépôt de Vaires-sur-Marne.

Les élèves ont été amenés à prendre des mesures, tracer des gabarits et découper les panneaux à la scie ou/et au fil chauffant pour les préparer ensuite à une découpe au charlyrobot, machine pilotée par ordinateur, pour obtenir des cycloïdes. Les morceaux de polystyrène ont été découpés et polis par les élèves pour les adapter à la taille de la machine. Chaque morceau devait avoir la forme d'un pavé droit de 270 mm de longueur, 50mm de largeur et 60 mm de hauteur. Les élèves ont aussi découper des morceaux carrés de côté 141mm et fixer les centres, en traçant les diagonales, pour préparer au perçage pour faire passer les axes de rotation des roues.

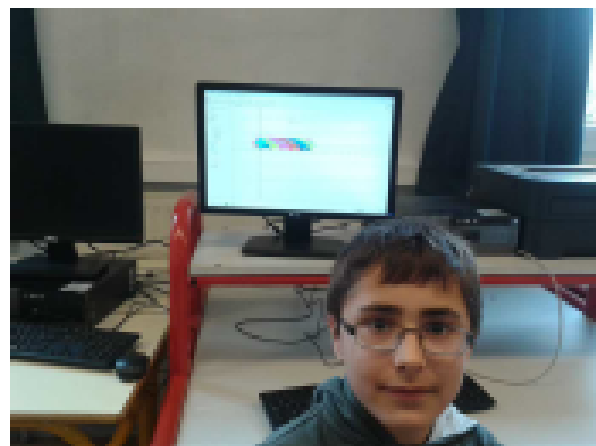
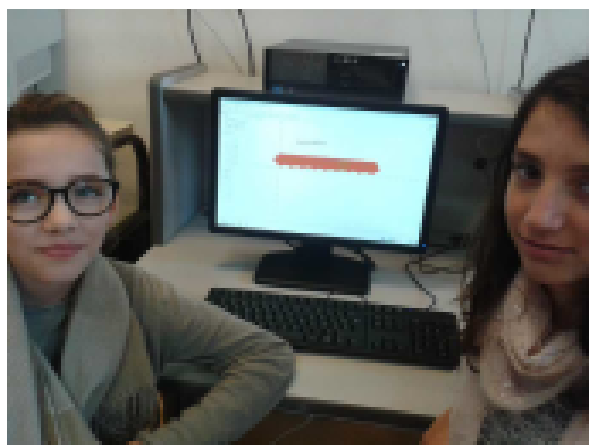
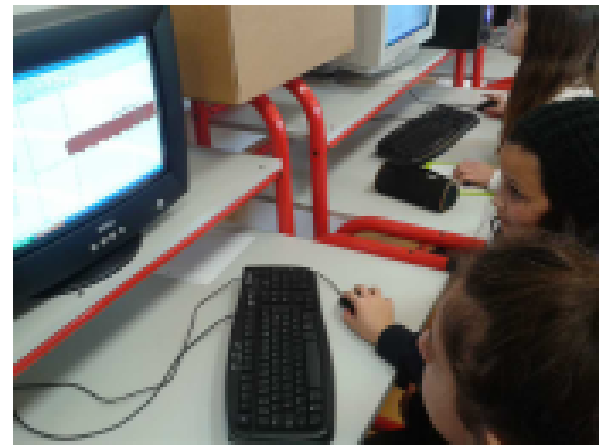
Au départ on a eu plusieurs ratées car les élèves ne maîtrisaient pas encore la découpe à la scie et au fil chauffant. Voici le travail fait pendant une séance décrit par Aléxane Cacquelin élève de la 5<sup>°</sup>D:



Le but était de faire plusieurs roues et plusieurs morceaux de cycloïdes pour fabriquer le train à roues carrées avec ces rails cycloïdaux. Il nous fallait encore plus de morceaux pour les préparer à la démonstration que les élèves feront pendant les présentations du projet.

Voici quelques photos montrant les élèves travailler sur la première phase du projet :

**Simulation avec Géogebra de la roue carrée et son chemin : Noa et Clara sur la 1ère photo. Livana et Aléxane sur la 2ème photo. Miguel sur la 3ème photo. Léo s'initie à l'utilisation de sketchup pour faire une roue en 3D.**



Monsieur Bourdeau, professeur de technologie, explique aux élèves comment procéder pour découper les panneaux en polystyrène extrudé et les précautions à prendre pour éviter les accidents.



Au mois de novembre 2014, j'ai travaillé avec les élèves sur la réalisation de la jante de la roue déformable. Cette jante est constituée de 8 morceaux articulés (qu'on a appelé ensuite segments en référence aux segments des freins à tambour d'une voiture) chacun ayant une forme d'un arc de cercle. Le rayon de la jante a été calculé en fonction de la course des vérins et de leur dimension (120 mm complètement rétracté et 170 mm complètement) avec un axe de roue de diamètre 40mm et Le moyeu doit avoir assez d'espace pour passer les fils des vérins. Le travail fait par les élèves sur Sketchup n'a pas été concluant car il ne maîtrisaient pas très bien son utilisation et ils avaient beaucoup de mal à respecter les cotes données.

J'ai fabriqué donc le segment de la jante sur Sketchup et je l'ai envoyé à Monsieur Bourdeau pour me l'imprimer en 3D sur une imprimante qu'on a au collège. Pendant les séances Fablab du lundi, les élèves ont eu l'occasion d'assister à l'impression de quelques segments. L'impression de chaque segment prenait 3h45min. J'ai demandé alors à notre partenaire universitaire, l'association Atouts Sciences, de nous aider à imprimer quelques segments pour nous permettre d'avancer sur le projet. Lors des visites qu'on a faites à l'université, certains élèves ont assisté à l'impression de quelques segments. Les segments réalisés au collège sont noirs et ceux de l'université sont blancs, voir les photos de la figure 6.1 ci-dessous.

Les segments qu'on a eu, étaient un peu déformés à leurs bases, voir photos de la figure 6.2 ci-dessous. J'ai cru qu'il y avait un problème de conception sur Sketchup mais au final, Monsieur Albert Kaladjian, m'a expliqué que la déformation provenait au fait du refroidissement de la matière plastique pendant l'impression. Pendant l'impression le plastique est fondu et sort des buses de l'imprimante sous forme liquide. L'imprimante le dépose sous forme de fils fins. En refroidissant, les fils se rétractent de quelques dixièmes ou centièmes de millimètres mais au final le morceau en entier est très légèrement incurvé. Pour se rendre compte de la déformation, il faut mettre deux segments cote à cote pour voir la différence qui est infime mais suffisante pour décaler l'orientation des axes d'articulation entre les segments de roue et empêcher les segments de s'emboîter les uns dans les autres. Il fallait donc les reprendre un à un et rectifier les axes à la perceuse et limer les charnières pour permettre leur assemblage.

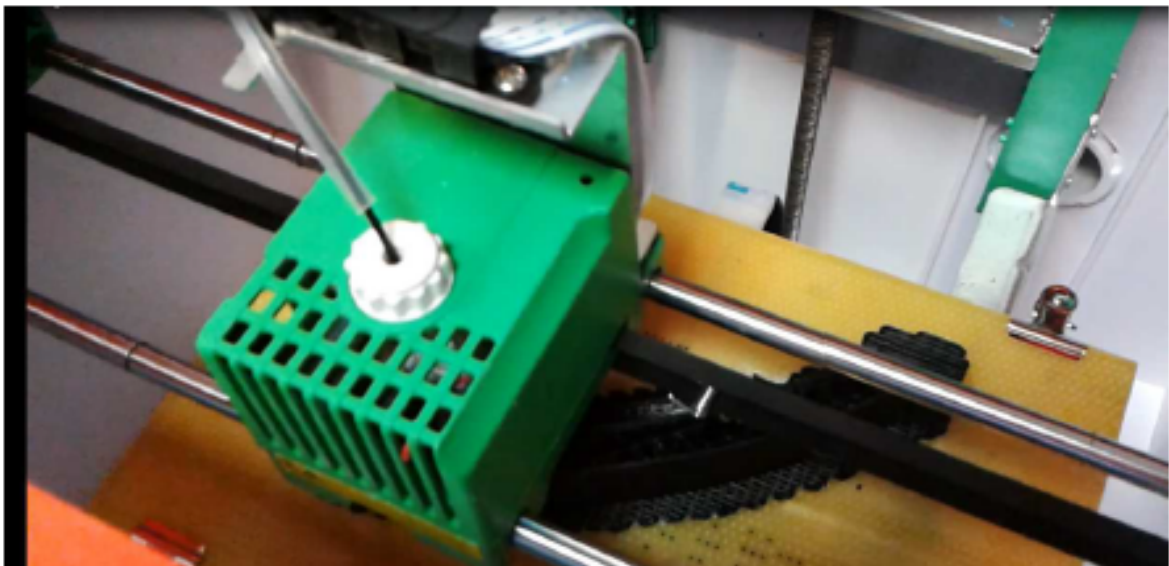
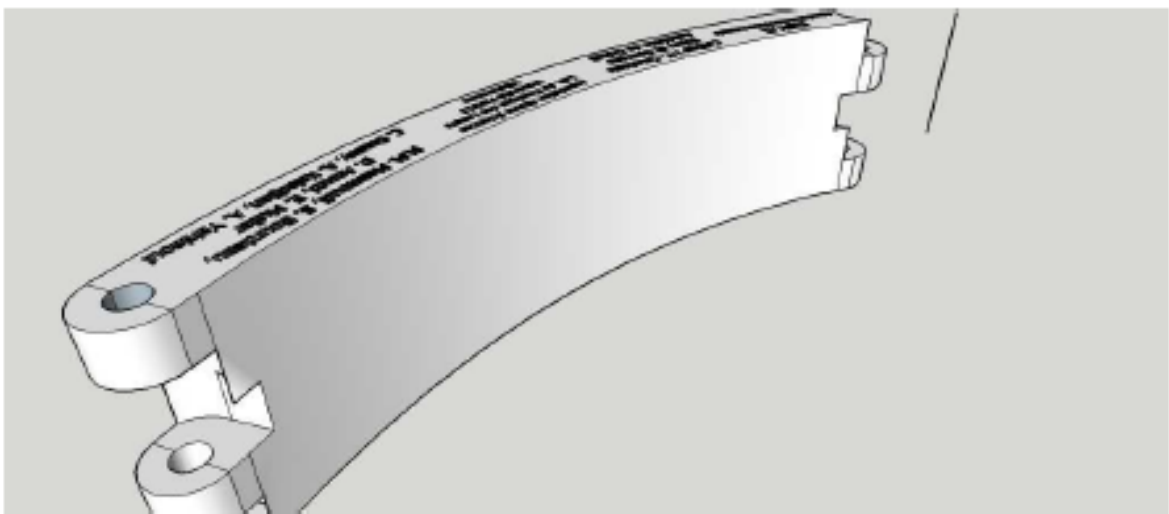
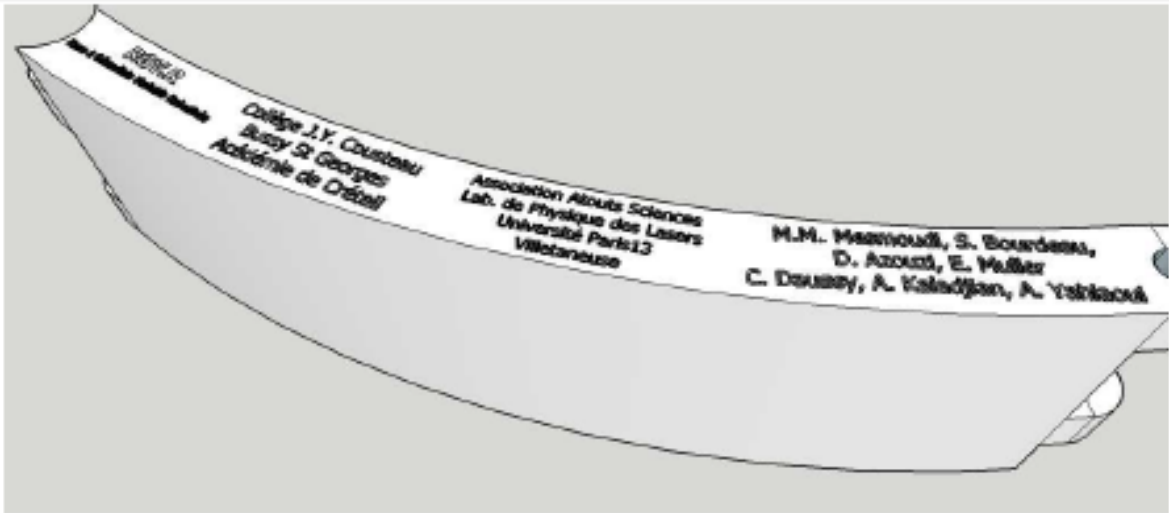
Quant au moyeu de la roue, on a essayé de faire la modélisation avec Sketchup. Le résultat n'était pas concluant à cause du manque de précision, voir la photo en haut à droite sur la figure 6.3 ci-dessous. J'ai décidé alors de modifier la forme, du moyeu, adoptée précédemment avec les élèves et faire sa modélisation sur Géogebra.

Le nouveau modèle du moyeu est constitué de deux plateaux circulaires chacun muni de 8 trous pour fixer les vérins et des rainures pour faire sortir leurs câbles à l'extérieur, voir photo de la figure 6.3 ci-dessous. Les deux plateaux prennent en sandwich les vérins et les maintiennent dans un même plan.

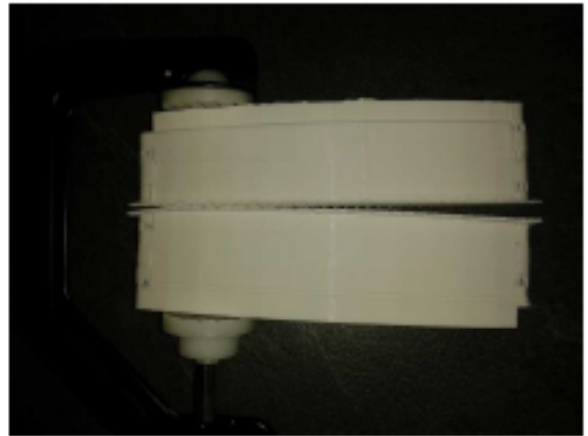
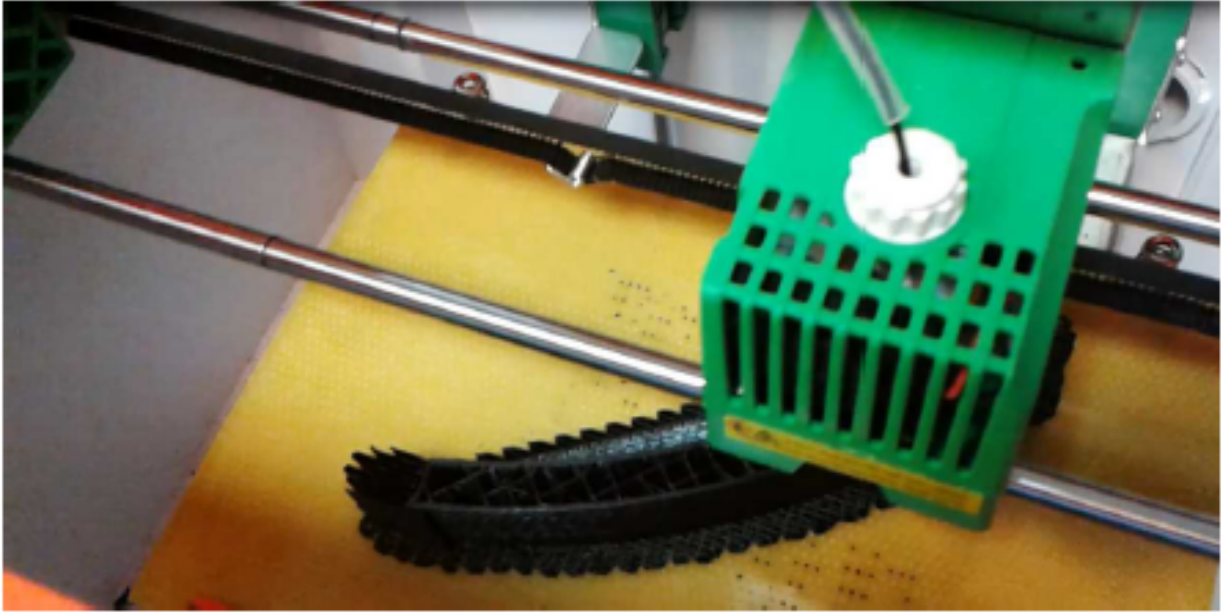
J'ai montré de nouveau le dessin du modèle aux élèves en leur expliquant les cotes à respecter. Je leur ai montré ensuite la modélisation que j'ai faite et je leur ai demandé de faire pareil sur leurs ordinateurs. Ce travail a été réussi parfaitement par deux élèves Clément Dalaroy et Nathan Pardo. J'ai envoyé ensuite le fichier à Albert Kaladjian pour qu'il nous le réalise sur du plexiglas. Le but était de laisser apparent l'intérieur du moyeu pour voir les vérins pilotés et leurs câbles.

Lors d'une visite à l'université les élèves ont vu la machine Mazak (fraiseuse énorme pilotée par ordinateur) qui a usiné les moyeux et ils ont également vu son usinage virtuel simulé sur l'écran de son ordinateur. Les élèves ont été impressionnés par la précision et les capacités de cette machine qui coûte relativement cher (120 000 euros environ) et ils ont posé beaucoup de questions à Albert. Je joins à la page suivante les photos du moyeu, sa conception et sa réalisation.

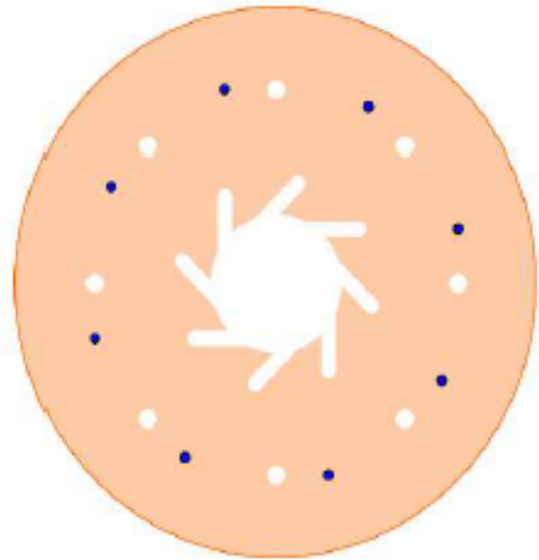
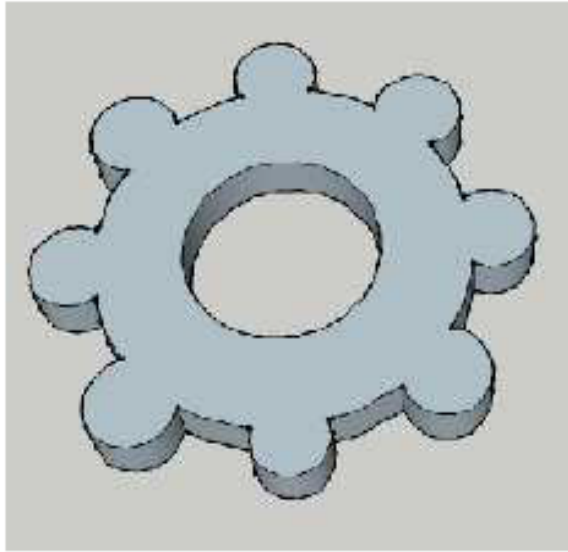




*Illustration 4.1: Conception des segments de la roue déformable sur Sketchup et son impression en 3D.*



*Illustration 4.2: Du haut vers le bas: Impression en 3D d'un segment. Résultat final. Déformation produite par le refroidissement de la matière des segments. Montage de deux segment après rectification. Simulation par les élèves de la forme carrée de la roue déformable.*



*Illustration 4.3: Moyeu de la roue déformable : En haut à droite, le premier moyeu faur sur Sketchup par Noémie Volz élève de la 5°C. En haut à droite, conception d'un autre moyeu plus simple sur Géogebra. Transfert du fichier sur l'ordinateur de la fraiseuse pilotée. Usinage virtuel avant l'usinage réel. Explications par Albert des étapes de fabrication. Résultats final en plexiglas et son essai par les élèves sur les vérins.*

# Chapitre 5. Roue à Géométrie Variable Robotisée (RGV-R)

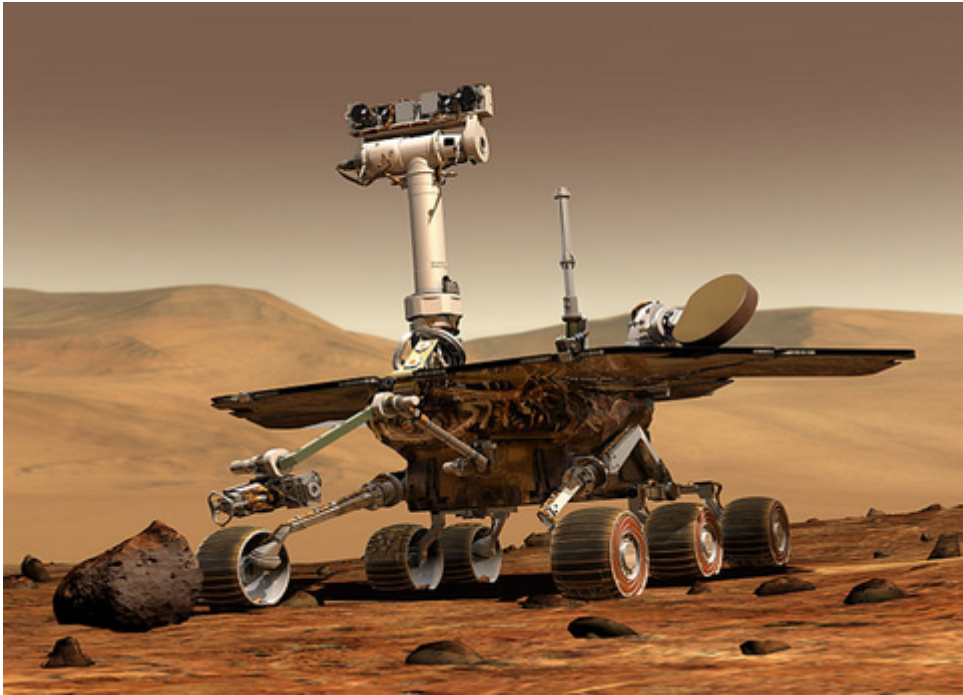
## 5.1. Motivation et solutions techniques

Pour combiner différentes formes polygonales en une seule roue, on se propose ici d'étudier une roue capable de se déformer grâce à l'action de vérins commandés par ordinateur. Mais avant de continuer, il fallait voir si une telle roue pouvait avoir une utilité dans la vie réelle de tous les jours. En réfléchissant un peu, on trouve un réel potentiel à cette roue que si il est bien exploité la roue pourra répondre positivement à pas mal de problèmes liés aux véhicules à vitesse réduite. Les deux principaux problèmes qui m'ont motivé à partir dans cette idée sont les problèmes rencontrés par les personnes à mobilité réduite et le problème d'enlèvement, dans les sables de la planète Mars, du rover spatial Spirit et son abandon définitif par la NASA après plusieurs tentatives de son sauvetage.

En effet, grâce à son changement de forme, la roue déformable pourra équiper un fauteuil roulant pour :

- Franchir un petit obstacle ou monter sur un trottoir.
- Adapter en hauteur le niveau de l'assise (guichets, tables basses, siège d'une voiture, siège de toilettes, lit, étagère, ramasser un objet tombé par terre...).
- Prendre moins de place ou s'adapter à l'espace de rangement du fauteuil (dans le coffre d'une voiture, dans un placard, ...).
- Amortir les irrégularités de la route si les vérins sont hydrauliques ou mieux encore magnétiques (technologie récente fonctionnant sur le principe d'un haut parleur, vérins inventés par la société Bose, spécialisée dans le son, et qui ont beaucoup d'avantages (rapidité, solidité, hauteur sur commande).
- Prendre le relais pour faire mouvoir le fauteuil afin de soulager ou assister la personne en cas de la montée d'une pente. En effet grâce à l'action des vérins la roue peut devenir motrice.
- Avoir plus de stabilité en position repos. En effet, la surface de contact avec le sol augmente quand la roue prend la forme d'un polygone (carré, rectangle ou triangle). Et le fauteuil devient plus stable et remplace ainsi l'utilisation systématique des freins manuels pour bloquer la roue.

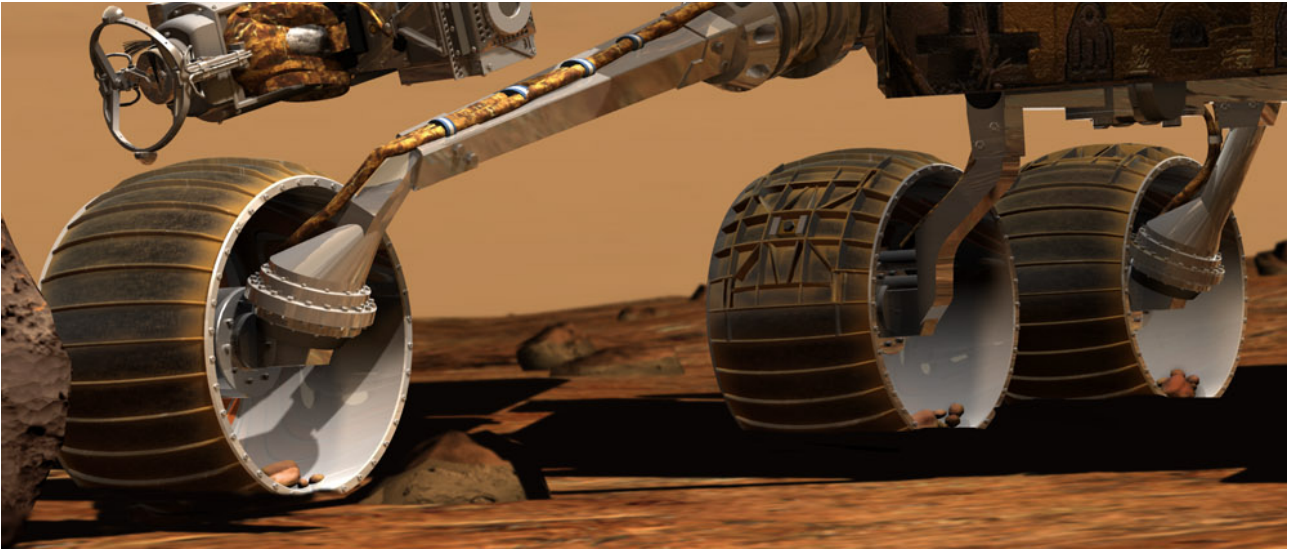
En 2003, la NASA a envoyé sur la planète Mars un robot appelé Spirit (voir la photo 7.1 ci-dessous) pour étudier la géologie de son sol. La vitesse de déplacement de Spirit était de **5cm/s**. Il effectuait des arrêts fréquents pour étudier sa position et les obstacles qui l'entouraient. Sa vitesse moyenne était alors de **1 cm/s** (information prise du site de la NASA, voir [2]). Au total il a parcouru **7730,50 m**. Les roues du robot Spirit sont circulaires à ressorts en spirale comme le montrent les photos suivantes:



*Illustration 5.1: Le Rover spatial Spirit envoyé par la NASA sur Mars en 2003 (source wikipédia et site internet de la Nasa).*



*Illustration 5.2: Côté extérieur des roues du rover Spirit et leur ressort en spirale.*



*Illustration 5.3: Structure des roues du Robot Spirit (Flanc intérieur) où l'on voit les moteurs électriques de chaque roue.*

En Mai 2009, le robot Spirit s'est enlisé dans les sables d'une zone appelée « Troy ». Après plusieurs tentatives (plus de 1300 commandes envoyées, voir [2]), le sauvetage du robot a été définitivement abandonné en Mai 2011, pour plus de détails on renvoie aux sites [3], [4].



*Illustration 5.4: Photo qui montre la recherche par des spécialistes d'une solution du problème d'enlisement dans les sables du robot Spirit (Source Nasa [2]). Recherche faite sur une copie de Spirit restée sur terre.*

La roue déformable que nous proposons ici peut passer d'une forme ronde à ou une forme de chenille ou une forme quasi-elliptique. Elle pourra alors fonctionner comme une chenille pour se déplacer sur un sol glissant (sablonneux ou enneigé). Une fois le problème résolu, elle pourra revenir à sa forme initiale (c.à.d. ronde) pour rouler avec plus de facilité.

Comme on vient de le voir, la roue à géométrie variable a beaucoup d'avantages et répond à de vrais problèmes de la vie courante.

La déformation se fait grâce à des vérins commandés électroniquement. D'où le nom de la roue à géométrie variable robotisée (RGV-R).

On part d'une roue de forme circulaire dont la circonférence (c.à.d la jante) est constituée de plusieurs arcs identiques qu'on appellera segments malgré qu'il ne sont pas rectilignes, ceci est en référence aux segments des freins à tambours des voitures. Les segments sont articulés et peuvent pivoter librement sur leurs axes d'articulations. Des vérins électriques relient le centre de la roue, appelé moyeu, aux extrémités des segments de la roue. Quand un vérin se rétracte ou se rallonge, il agit sur une articulation entre deux segments en les tirant ou en les repoussant. Puisque les segments sont tous reliés deux à deux, les autres vérins doivent aussi agir en conséquence pour laisser invariant le périmètre de la roue qui n'est pas élastique et non compressible.

Pour pouvoir réaliser une telle roue, j'ai cherché une solution pas très coûteuse, à la portée des élèves d'un collège et réalisable avec les moyens dont nous disposons au collège.

Au départ (au mois d'octobre), les discussions que j'ai menées avec des collègues des lycées Martin Luther King et Maurice Rondeau à Bussy St Georges m'ont orienté vers des vérins hydrauliques, généralement lourds et nécessitant des réserves d'huile pour actionner les vérins à travers des tuyaux flexibles qu'il faut faire passer dans la roue jusqu'aux vérins. La réalisation de la roue déformable avec ce type de vérins nécessitent des répartiteurs, des solutions anti-fuite et des moyens industriels qui dépassent largement nos moyens et compétences. En plus, la programmation de ce type de vérins nécessite des connaissances en Java ou en C++ selon les cartes électroniques à utiliser. Cette solution n'était donc pas possible et ma collaboration avec les collègues des lycées cités plus haut s'est arrêtée à ce stade.

Quelques jours plus tard, notre partenaire Brico Dépôt, nous a proposé de petits vérins hydrauliques (à air comprimé) légers et utilisables pour les meubles de cuisines. L'utilisation de cette solution nous aurait amené à construire le modèle de roue déformable de Fowler cité plus haut au chapitre 2 de ce rapport. Cette solution est faisable et à la portée de nos élèves mais ne remplit pas complètement l'objectif que nous nous sommes fixé au départ (c.à.d. d'une roue programmable). J'ai gardé cette solution comme un dernier recours au cas où je n'aurais rien trouvé pour faire avancer le projet.

Monsieur Christophe Dausy, président de l'association Atouts Sciences, notre partenaire universitaire, m'a appris que le laboratoire de robotique dispose de kits LEGO MINDSTORMS NXT2.0 programmables et qui sont destinés à des enfants de plus de 10 ans, voir la figure 7.5 ci-dessous. Le laboratoire de robotique utilise ses kits pour faire des TP de robotique pour les élèves ingénieurs en 1ère année universitaire et pour fabriquer des robots destinés à des concours de robotique.

En plus, la marque FIRGELLI, fabricant de vérins linéaires, fabrique des modèles programmables pour les jeux de la marque LEGO MINDSTORMS, voir photo sur la figure 7.6 ci-dessous. Ce type de vérins est à vis sans fin actionnée par un petit moteur électrique à l'intérieur du vérin et doté d'un capteur d'angle qui renseigne sur la course du vérin.

Cela correspondait parfaitement à la solution que nous recherchions. Nous avons donc adopté cette solution qui semblait être la meilleure pour le projet.



*Illustration 5.5: Kit Lego Mindstorms NXT2.0 pour robots programmables par des enfants de plus de 10 ans*



*Illustration 5.6: En bas, un vérin piloté L12-nxt de la marque Firgelli. En haut, la brique programmable NXT qui commande le vérin à travers un câble électrique.*

En étudiant cette solution avec de l'association Atouts Sciences sur les plans technique et budgétaire, nous avons opté pour une roue à 8 segments actionnés par 7 vérins dont la longueur varie entre 12cm et 17cm (c.à.d de course 5cm) et dont le prix est d'environ 69 euros l'unité. Le 8ème vérin n'étant pas nécessaire car sa course est automatiquement déterminée par l'action des 7 autres vérins. Cela nous a fait épargner le prix d'un vérin.

En plus, l'absence du huitième vérin nous a offert un autre avantage, du moins inattendu et très important, c'est que la manœuvre des vérins peut se faire d'une manière linéaire, ce qui facilite énormément la tâche de programmation. D'une part, parce que les élèves ne connaissent pas les fonctions et les notions liées à leurs sens de variation et d'autre part le logiciel de programmation MINDSTORMS ne fait par défaut que des commandes linéaires. Pour d'autres commandes il faut construire des programmes plus ou moins complexes. Comme on le verra plus loin, l'ouverture du vérin fictif (le huitième) n'est pas linéaire et puisqu'on n'a pas à se soucier de ce vérin alors tant mieux pour nous !!

Pour les kits MINDSTORMS NXT, il nous fallait 3 kits puisque chaque brique électronique (un kit contient une seule brique, c'est le cerveau du robot) pouvait commandait au plus 3 moteurs en même temps. Monsieur Ahmed Yahiaoui du laboratoire de robotique de l'association Atouts Sciences, nous a proposé de tester un multiplexeur (généralement utilisé avec d'autres cartes électroniques et avec une batterie externe) pour réduire le nombre de briques à 2. Des problèmes de reconnaissance du multiplexeur, de différence de puissance de commande entre les briques pourraient se poser. On ne savait pas non plus si le programme NXT allait reconnaître différemment les moteurs derrière le multiplexeur. Il fallait faire des tests pour voir.

La course de 5cm n'est pas suffisante pour passer d'une roue ronde à une vraie chenille (c.à.d une forme rectangulaire) car au repos tous les vérins doivent être sortis à mi-course pour permettre à certains de se rétracter et à d'autres de s'ouvrir. On dispose donc pour chaque vérin de 2,5cm de manœuvre dans un sens ou dans un autre ce qui n'est pas suffisant pour obtenir une forme rectangulaire mais on obtiendra une forme ou octogonale allongée que nous appellerons, malgré tout, chenille ou forme quasi-elliptique. On disposera ainsi d'une solution suffisante pour illustrer notre idée de départ.

D'autres vérins plus long existent avec une course de 10cm, meilleure pour le projet mais ils étaient plus chers et faisaient augmenter le diamètre de la roue ce qui a pour conséquence d'augmenter le



nombre de vérins pour rester avec des segments dont la taille rentre dans les limites des imprimantes 3D dont nous disposions.

Par la suite nous avons eu des subventions de la part de la mairie de Bussy St Georges et du concours de "Faites de la science" ce qui nous a permis d'acheter nos propres kits MINDSTORMS EV3 de technologie plus récente que les NXT2.0 utilisés par l'université, voir photo sur les figures 7.7 et 7.8 ci-dessous. Chaque brique EV3 peut commander jusqu'à 4 moteurs en même temps ce qui réduit automatiquement le nombre de briques à 2 au lieu de 3. Les briques EV3 peuvent recevoir des capteurs à infrarouge et être ainsi commandés par des télécommandes. Ceci a permis aussi aux élèves de travailler sur les deux modèles et de comparer les programmations sur les deux environnements.



*Illustration 5.8: Evolution des briques Mindstorms : RCX 1998-2006, NXT 2006-2013, EV3 2013-présent*

*Illustration 5.7: Kit Lego Mindstorms EV3: robots programmables pour des enfants de plus de 10 ans*

## 5.2. Modélisation de la roue à géométrie variable sur Géogebra

Au même moment où les élèves travaillaient sur les roues polygonales et leurs modélisations par Géogebra, j'ai commencé à travailler sur la modélisation de la roue à géométrie variable selon les spécifications arrêtées avec l'association Atouts Sciences.

On avait prévu de faire un moyeu (c.à.d. une partie centrale de la roue) de 100mm de diamètre sur lequel viendront se fixer 7 vérins + 1 vérin fictif uniformément répartis sur la périphérie du moyeu. Au repos la roue doit avoir une forme ronde et les vérins doivent être sortis de 25mm. La longueur incompressible de chaque vérin est de 120mm. Au total, la roue ronde aura un rayon de 195mm. Basé sur ces informations, nous obtenons le modèle décrit dans la figure 7.1 suivante :

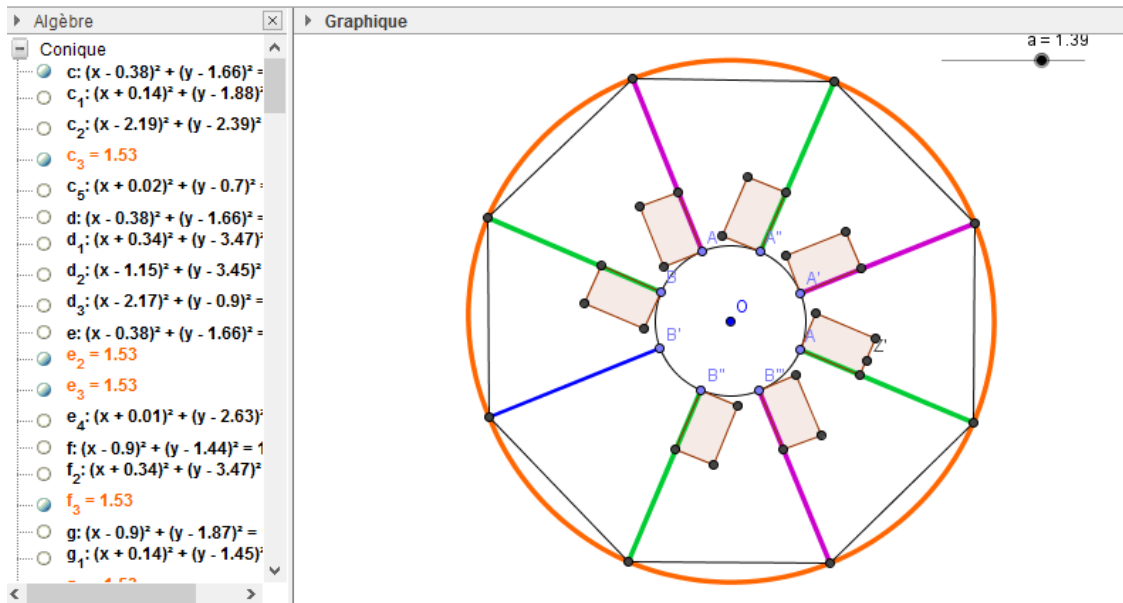


Illustration 5.9: Modélisation de la roue à géométrie variable au repos. Les rayons verts et mauves de la roue représentent les 7 vérins. Le rayon bleu ne contient pas de vérin. La jante de la roue est la circonférence en couleur orange composée de 8 segments (c.à.d arcs) articulés.

Ici le moyeu a un rayon de 5,6 cm au lieu de 5 cm car on s'est rendu compte, après l'impression en 3D des premiers segments et la réception des vérins que nous avons fait venir directement du constructeur Firgelli au Canada, qu'il fallait mesurer à partir des centres de fixation des vérins comme c'est expliqué sur la figure suivante :

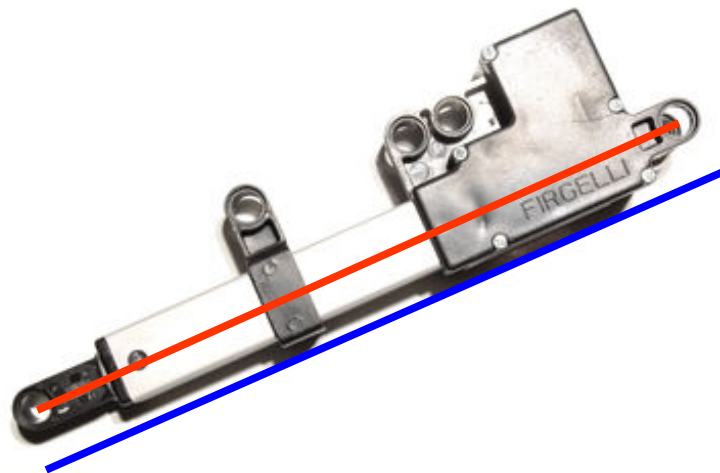


Illustration 5.10: Vérin Firgelli L12 EV3 : Longueur hors tout 120 mm (segment bleu). Distance entre les centres de fixation 114 mm (segment rouge)

Pour obtenir une forme carrée on doit faire varier la longueur des vérins en alternant leurs sens de variations comme dans la figure suivante

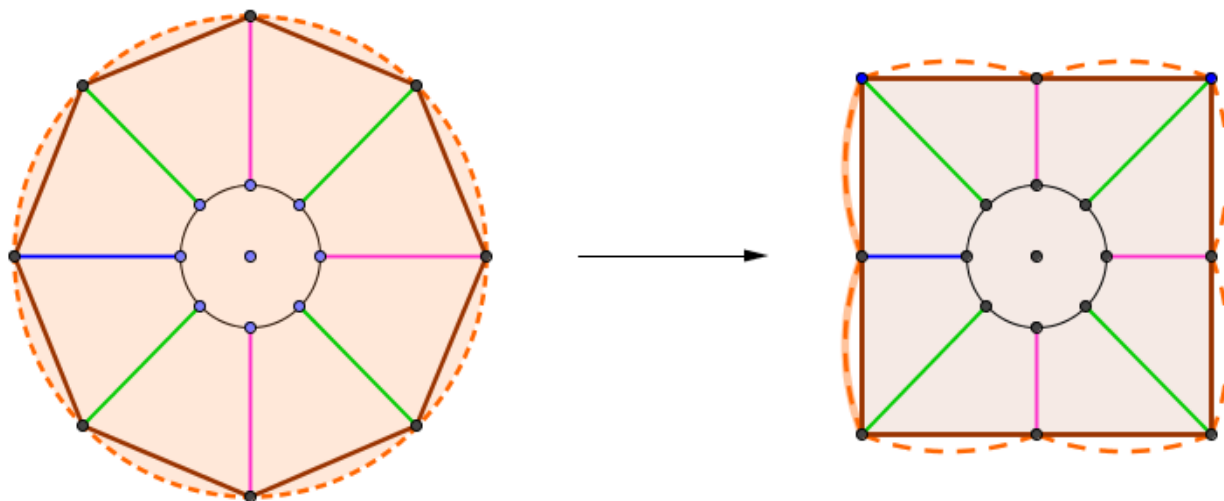


Illustration 5.11: Passage théorique d'un octogone régulier (une roue ronde) à un carré en déformant les vérins en alternant le sens de déformation.

comme on l'a expliqué plus haut, les vérins qu'on a achetés ont une manœuvre de 25 mm dans chaque sens ce qui limite le passage de la forme ronde à la forme carrée. On obtient une forme presque carrée dans l'une des situations suivantes :

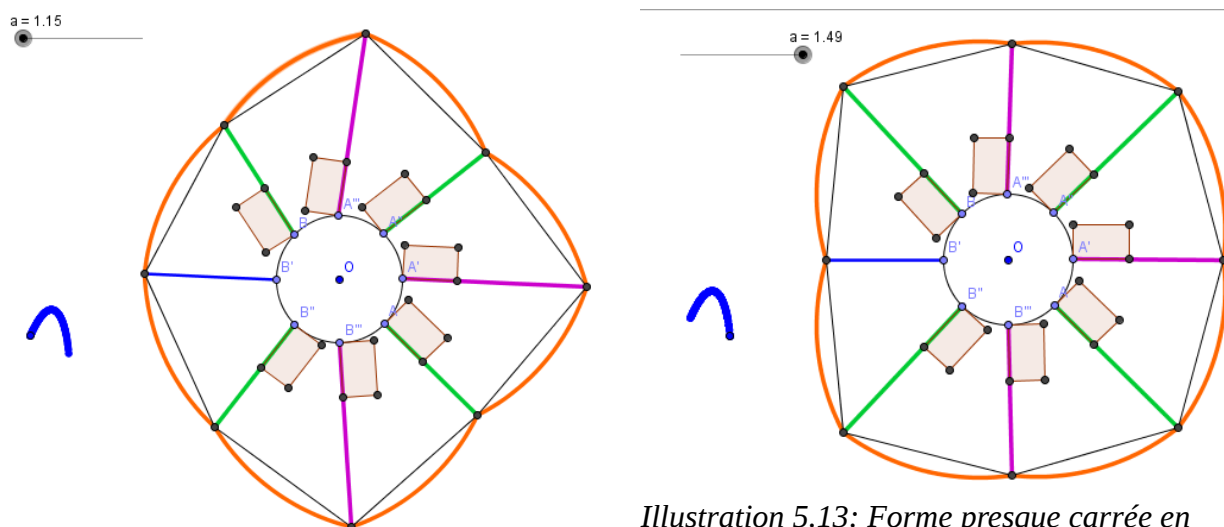


Illustration 5.12: Une autre forme presque carrée en rétractant les 4 vérins verts et en ouvrant les 3 autres.

Illustration 5.13: Forme presque carrée en ouvrant les 4 vérins verts et en rétractant les 3 autres.

La courbe bleue en gras représente le sens de variations de l'ouverture du vérin fictif. Tous les autres vérins ont une course linéaire en fonction du curseur "a". Le vérin fictif s'ouvre d'une manière non linéaire (même pas parabolique) puis se rétracte de la même manière. L'absence de ce vérin est un avantage pour nous pour éviter une programmation complexe des vérins.

Le fichier Géogebra qui modélise cette situation (passage d'une roue ronde à une roue carrée) avec l'animation correspondante peut être téléchargé sur le lien <https://app.box.com/s/gatv8vso67eauekw9dvi622pgerot2mi>

De la même manière en jouant sur l'ordre d'ouverture et de fermeture des vérins on peut obtenir une forme triangulaire comme le montre la figure 7.14 et une forme de cœur comme dans la figure 7.15. On peut aussi parler de formes triangulaires isocèles dont le sommet principal a un angle aigu pour la figure 7.14 et un angle obtus pour la figure 7.15 :

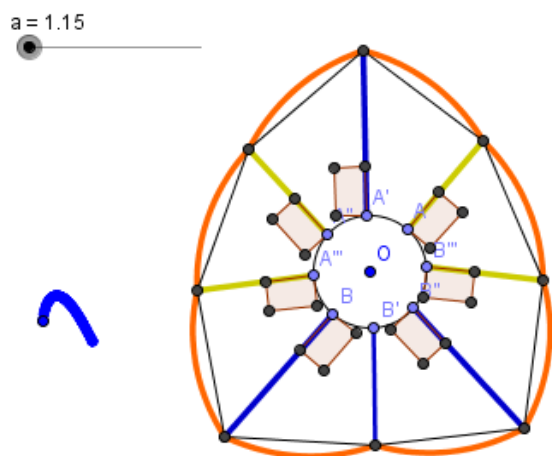


Illustration 5.14: Roue triangulaire: les 4 vérins jaunes rétractés et les 3 vérins bleus ouverts. Le vérin fictif est rétracté.

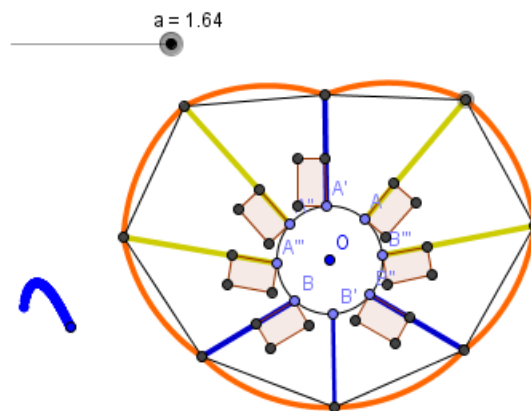


Illustration 5.15: Roue triangulaire sous forme de cœur. Le vérin fictif est rétracté encore plus que dans la situation à gauche.

Le fichier Géogebra qui modélise cette situation (passage d'une roue ronde à une roue triangulaire) avec l'animation correspondante peut être téléchargé sur le lien <https://app.box.com/s/28fopcbixeix1vvd7pevabkdf107sw6a>

Passons maintenant à la forme de chenille (c.à.d rectangulaire). Comme on l'a expliqué dans le paragraphe précédent, la limitation des courses des vérins nous oblige à s'arrêter à un stade où la roue n'est pas encore rectangulaire. On obtient deux formes rondes allongées, un haricot pour l'une et une patate pour l'autre comme le montrent les deux figures suivantes :

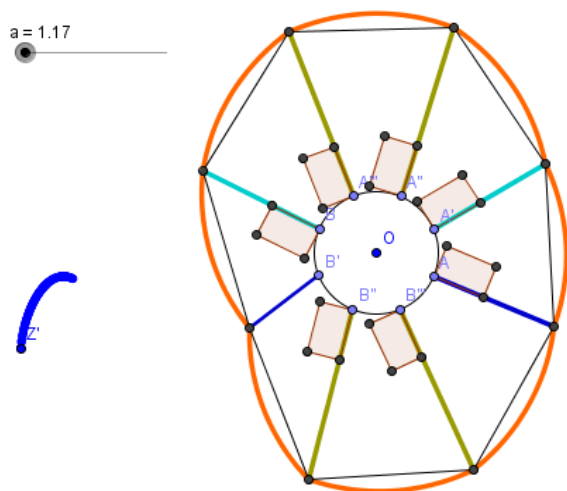


Illustration 5.16: Roue sous forme d'un haricot en allongeant 4 vérins et en rétractant les autres.

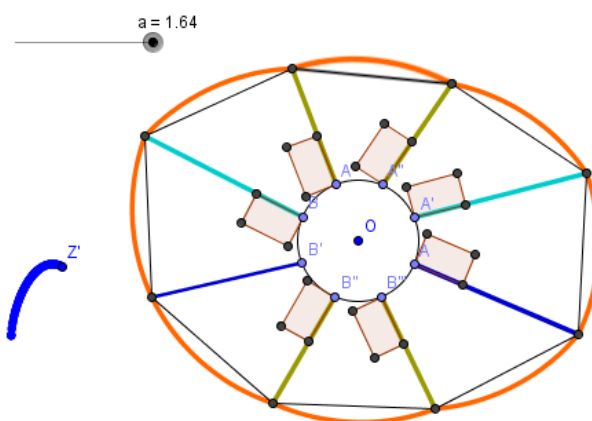


Illustration 5.17: Roue sous forme d'une patate en rétractant 4 vérins et en allongeant les autres. La courbe bleue en gras représente le sens de variations de la course du vérin fictif.

En rajoutant 5 points sur les segments de la roue, on peut chercher une approximation des formes haricot et patate de la roue par des ellipses. Les approximations sont optimisées en déplaçant les points ajoutés sur les segments. Les figures 7.18 et 7.19 montrent bien cette approximation.

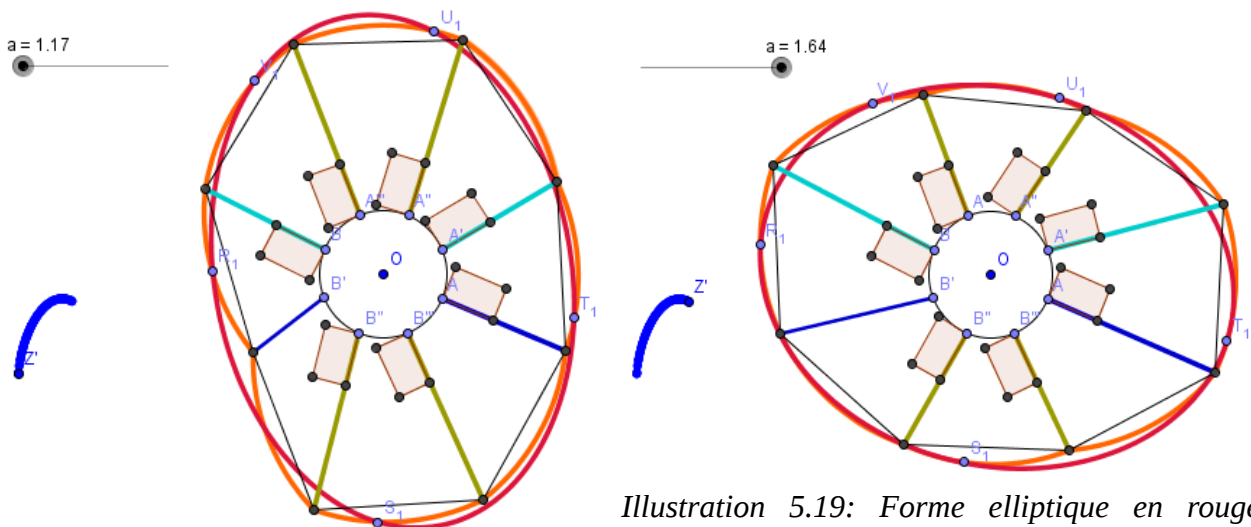


Illustration 5.18: Forme elliptique en rouge approchant la forme haricot de la roue.

Illustration 5.19: Forme elliptique en rouge approchant la forme patate de la roue.

Les fichiers Géogebra contenant ces configurations ainsi que les animations correspondantes peuvent être téléchargés sur les liens :

<https://app.box.com/s/bkyud1f5g9a5im5dj2u8f44n7r1pn14o>  
 et <https://app.box.com/s/4g04f80z088ri1u3q8dw3h6znp50wwhi>

Nous remarquons au passage que dans les deux configurations, la roue est inclinée vers la gauche. Sous la force de son poids, la roue va tourner pour adopter une position d'équilibre stable. Ce qui provoque le déplacement de la roue vers la gauche.

Mieux encore, pour faire déplacer la roue (vers la gauche) grâce à l'action des vérins on procède comme suit dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (le sens positif de rotation) :

Prenons la chenille sous forme patate par exemple (qui est dans un état plus stable que la configuration haricot) et allongeons le vérin vert fixé en B''' pour prendre la forme de son voisin bleu. Nous laissons immobile le vérin bleu fixé en A pour prendre la place de son voisin bleu azur. Nous rétractons le vérin bleu azur fixé en A' pour prendre la place de son voisin vert. Nous laissons immobile le vérin vert fixé en A'' et nous allongeons le vérin vert issu de A''' pour prendre la place de son voisin bleu azur. Nous rétractons enfin le vérin bleu azur fixé en B. Le vérin fictif va automatiquement se rétracter.

L'action du premier vérin vert fixé en B''' fait pousser le vérins vers le sol et provoque une légère rotation de la roue dans le sens positif. Les actions suivantes des autres vérins font déplacer le centre de gravité de la roue vers la gauche et provoque ainsi le déplacement de la roue. L'action répétée des vérins, selon cette logique, fait déplacer lentement la roue. Même si le déplacement est minime et lent, pour un véhicule lent (tel qu'un fauteuil roulant ou le rover Spirit dont la vitesse était de 5cm/s) cela est significatif. La roue devient donc motrice grâce à l'action des vérins.

Les figures suivantes illustrent bien cette procédure de déplacement. Le fichier Géogebra correspondant contient 3 curseurs pour faire actionner les vérins selon la procédure indiquée. Il peut être téléchargé sur le lien :

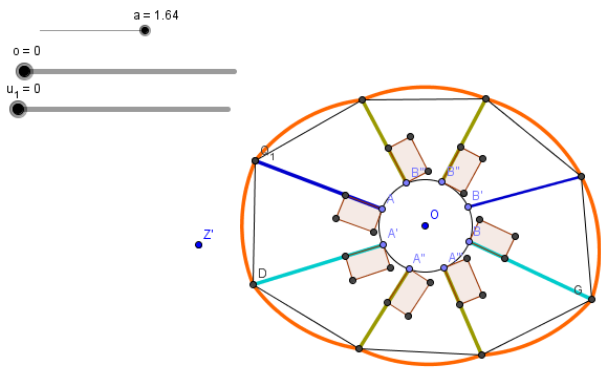


Illustration 5.21: Chenille sous forme de patate

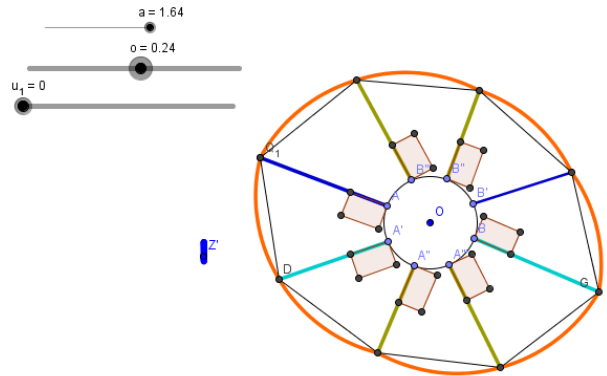


Illustration 5.20: Un premier déplacement des vérins comme indiqué dans la procédure ci-dessus.

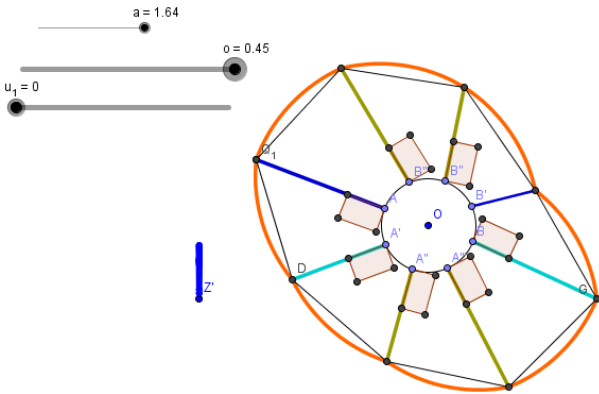


Illustration 5.22: Fin de la première action des vérins. La roue est inclinée vers la gauche.

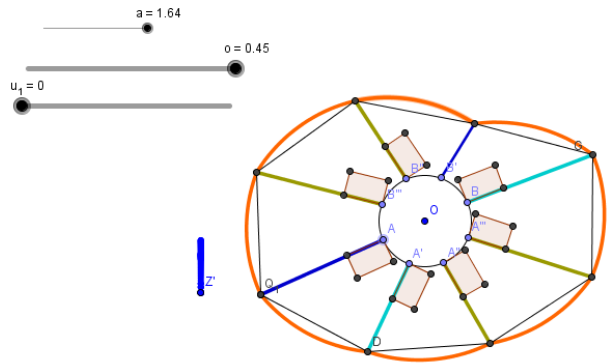


Illustration 5.23: La roue se remet dans une position d'équilibre stable en tournant et en se déplaçant vers la gauche sous l'action de son poids.

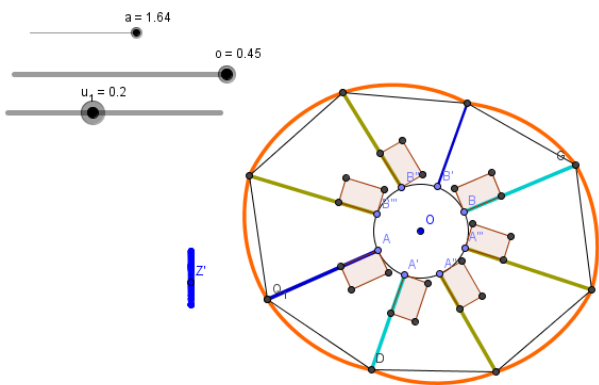


Illustration 5.24: La procédure reprend pour les vérins suivants.

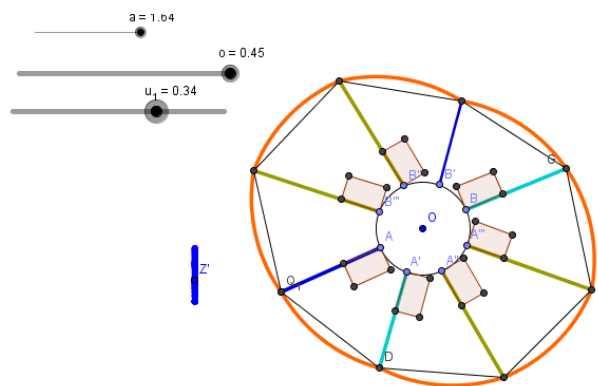


Illustration 5.25: La roue commence à s'incliner.

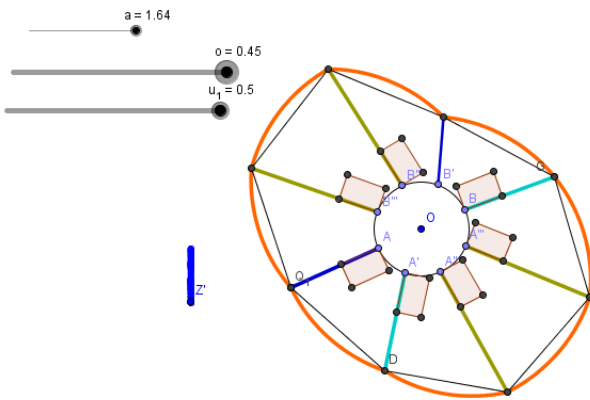


Illustration 5.27: Fin de la deuxième action des vérins. La roue est de nouveau inclinée vers la gauche.

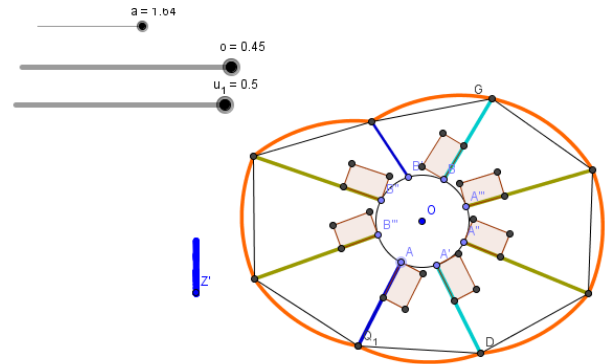


Illustration 5.26: La roue se remet dans un état d'équilibre stable en tournant et en se déplaçant vers la gauche.

En réalité la roue n'attend pas la fin de l'action des vérins pour tourner et se déplacer vers la gauche, elle le fait en même temps que les vérins fonctionnent.

### 5.3. Montage de la roue déformable

Au chapitre 6, nous avons décrit le travail fait avec les élèves pour modéliser et fabriquer le moyeu et la jante de la roue à géométrie variable.

Lors de notre visite à l'université le mercredi 14 janvier dernier, nous avons récupéré toutes les pièces qui manquaient pour finir la fabrication de la roue. Les élèves ont procédé à l'université à un premier montage comme le montre la photo 7.28 suivante :

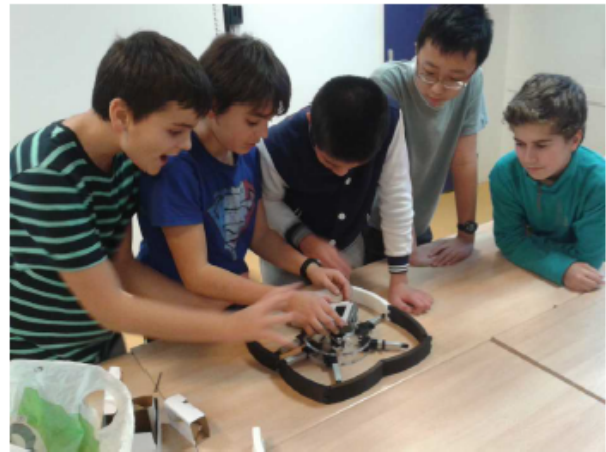


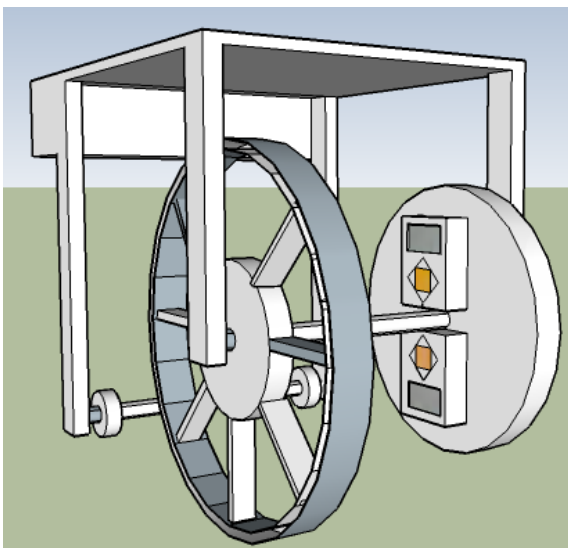
Illustration 5.28: Montage préliminaire de la roue à géométrie variable à l'université (à gauche) puis au collège (à droite).

Le lendemain, on a procédé au montage de toute la roue. Il nous manquait alors de trouver un moyen pour regrouper les 2 briques MINDSTORMS EV3 avec la roue dans la même structure pour faire éviter aux câbles de s'entrelacer et se tordre pendant la rotation de la roue. J'ai orienté les élèves vers un montage sur l'axe de la roue. Plusieurs élèves ont proposé des idées plus ou moins faisables, voir photo 7.29 ci-dessous. On s'est mis d'accord d'attacher les briques avec un moyen autour des axes.

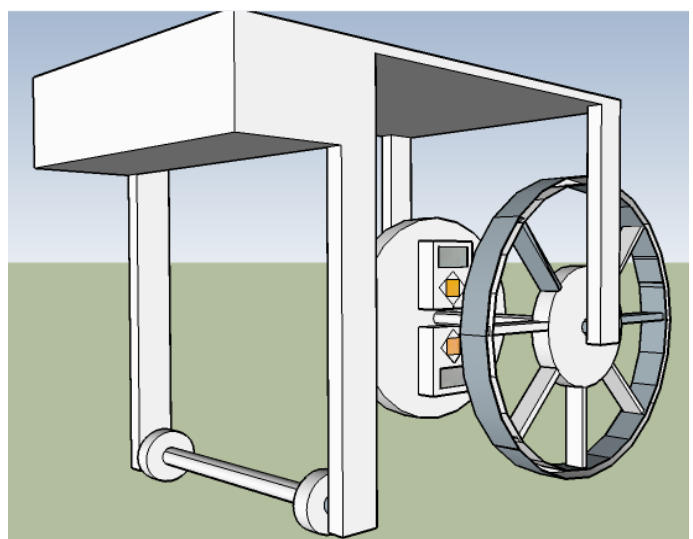


*Illustration 5.29: Élèves à l'œuvre pour chercher comment fixer les briques sur la roue.*

En rentrant chez moi, j'ai fait un dessin sur le logiciel Google Sketchup pour modéliser la fixation. J'ai rajouté une plate-forme pour l'ensemble de la roue et ses commandes, le résultat final devrait ressembler aux photos 7.30 et 7.31 suivantes :



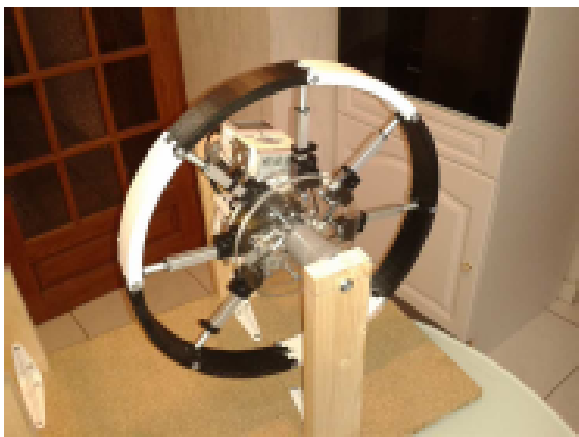
*Illustration 5.30: Plate-forme de la roue déformable: vue de face*



*Illustration 5.31: Plate-forme de la roue déformable: vue de profil*

J'ai récupéré à Brico Dépôt le matériel nécessaire pour faire le montage final. Par manque de temps et pour faire éviter aux élèves de se blesser, j'ai fabriqué chez moi la plate-forme de la roue ainsi que les attaches pour fixer les briques et voici le résultat final :





Pour empêcher le moyeu de tourner sur lui même sans entraîner avec lui la jante, je me suis servi de des trous du 8ème vérin restés libres sur le moyeu pour ajouter une patte rigide et la fixer au 1<sup>er</sup> vérin. Ainsi l'ensemble forme un triangle unique dont toutes les longueurs sont fixes. Le 1<sup>er</sup> vérin reste toujours perpendiculaire au bord du moyeu et à la jante. Les autres vérins ont un degré de liberté et peuvent pivoter un peu sur leurs axes de fixation avec le moyeu. La figure suivante montre cette fixation ajoutée.



*Illustration 5.32: Patte ajoutée pour bloquer le 1er vérin en position perpendiculaire à la jante et empêcher ainsi le moyeu de tourner sur lui même.*

# Chapitre 6. Programmation de la roue à géométrie variable

Comme expliqué au chapitre précédent, nous avons opté pour l'utilisation du logiciel Lego MINDSTORMS adapté à des enfants de plus de 10 ans. Au départ nous étions partis sur la version NXT2.0 que l'association Atouts Sciences utilise avec ses étudiants. Après avoir acheté nos propres kits MINDSTORMS utilisant des briques plus récentes, nous avons opté pour la version la plus récente du logiciel nommée EV3. Cette version fonctionne sur le même principe que l'ancienne version mais le design de son interface est différent, voir les figures 8.1 et 8.2 suivantes :

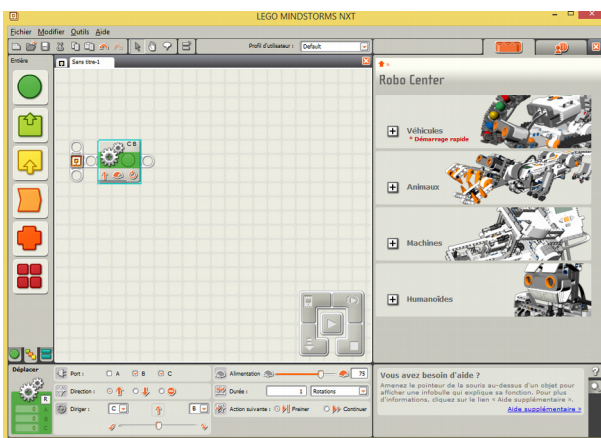


Illustration 6.1: Interface MINDSTORMS NXT: Commande d'un moteur. Les paramètres de la commande se font en bas de la fenêtre.

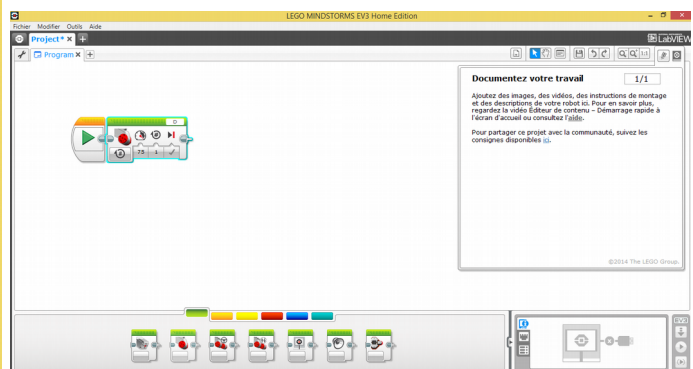


Illustration 6.2: Interface MINDSTORMS EV3: Commande d'un moteur. Les paramètres de la commande sur l'icône du moteur au centre de la fenêtre.

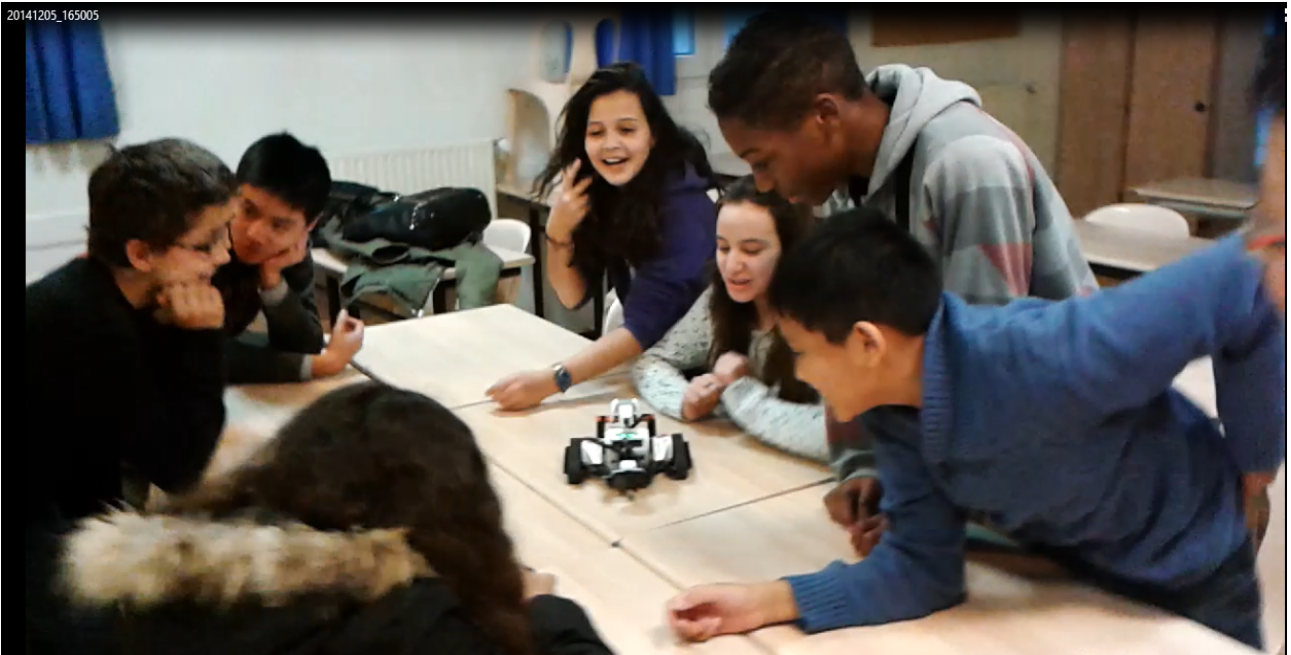
Le logiciel MINDSTORMS est un logiciel orienté objet. La programmation sous cet environnement se fait intuitivement à travers des icônes. Chaque icône est un programme, fait avec le langage C++ mais que les élèves ne voient pas. Les élèves voient uniquement des icônes avec des entrées qu'il faut renseigner.

A travers cet environnement les élèves (ou les enfants) construisent des stratégies (implicitement des algorithmes) pour leurs robots et les mettent en œuvre en juxtaposant les icônes les unes après les autres en les paramétrant selon la stratégie définie au préalable. Ils transfèrent ensuite le programme ainsi construit, via un câble usb ou par Bluetooth, à la brique qui l'exécute ensuite pour commander le robot.

Au début des séances que j'ai faites avec les élèves sur l'initiation à la programmation, nous avons travaillé sur la programmation d'un robot voiture muni d'un détecteur à infrarouge qui se déplace en ligne droite. Quand il rencontre un obstacle il doit s'arrêter, reculer de quelques centimètres, tourner à droite de 90° puis repartir en ligne droite. La boucle ainsi construite devait se répéter 4 fois avant que le robot s'arrête complètement en annonçant un message enregistré par les élèves : "Samantha (une des élèves présents) est la meilleure".

Les élèves étaient émerveillés devant cet exploit car la voiture arrivait à détecter des obstacles et

s'arrêter sans les toucher. Ils ont fait instinctivement le lien entre cette voiture et les aspirateurs robots. D'autres élèves ont fait le lien avec les voitures réelles avec radar de distance de sécurité. Je joins ici une photo de cette première expérience



*Illustration 6.3: Premières séances d'initiation à la programmation sous MINDSTORMS sur un robot voiture à détection d'obstacles.*

## 6.1. L'environnement MINDSTORMS

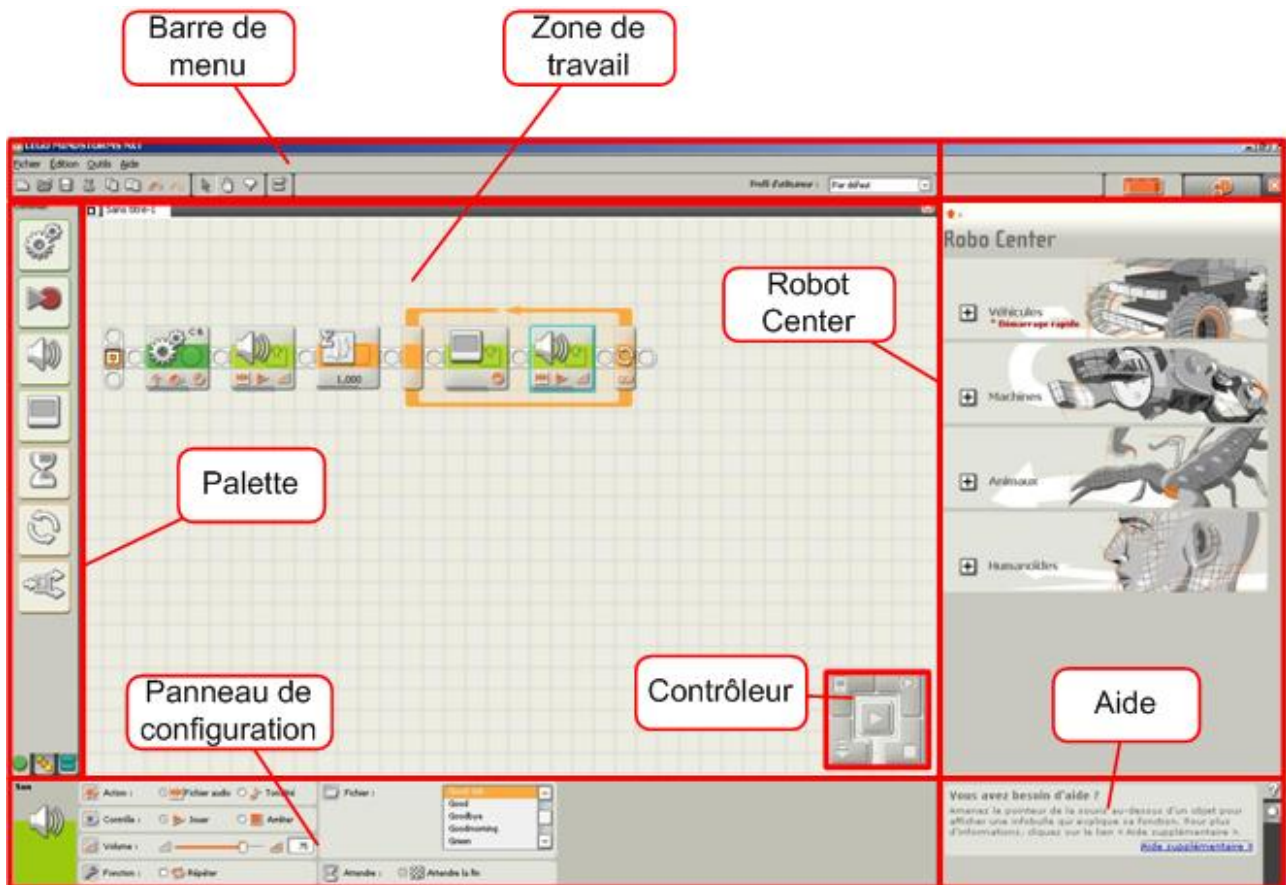


Illustration 6.4: L'interface de programmation MINDSTORMS NXT, photo prise du site generationrobots.com [5]

Comme l'indique la photo 8.4, l'interface de programmation MINDSTORMS comprend une barre de menus, une zone de travail pour construire le programme, une palette de commandes (blocs actionneurs et capteurs), un panneaux de configuration pour paramétrer les blocs de commande, un contrôleur pour envoyer et exécuter le programme sur le robot, une aide en ligne pour chaque type de commande, un robot center pour télécharger des programmes faits par d'autres utilisateurs du logiciel ou bien ceux proposés par la marque Lego pour les 4 principaux robots (humanoïde, serpent, voiture et lanceur de balles).

Chaque programme commence par un point de départ, ensuite l'utilisateur sélectionne un bloc fonctionnel dans la palette de commandes, le glisse pour le mettre à côté d'un autre bloc et ainsi de suite. Les blocs sont séparés par des rayons de séquences (voir la figure 8.5) et peuvent être montés en série pour exécuter une action après l'autre ou en parallèle pour exécuter des commandes en même temps. Les données dynamiques d'un bloc (par exemple la distance réelle parcourue à chaque instant) peuvent se transmettre à un autre bloc par un fil, voir figure 8.6 ci-dessous :

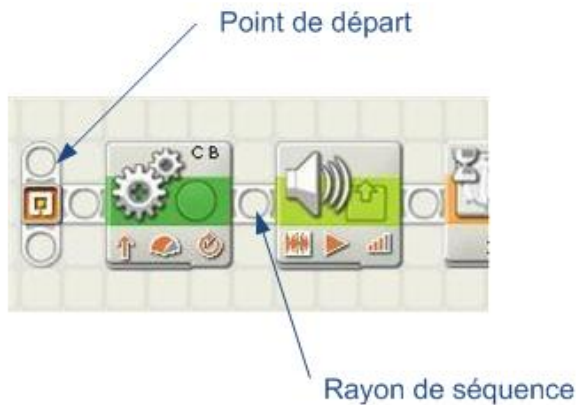


Illustration 6.5: Structure d'un programme sous MINDSTORMS NXT. Figure prise sur le site [generationrobots.com](http://generationrobots.com)

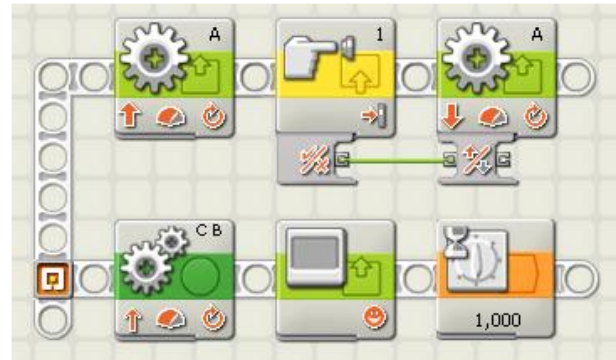


Illustration 6.6: Structure d'un programme contenant deux lignes en parallèles chacune contenant des commandes en série. Figure prise sur le site [generationrobots.com](http://generationrobots.com)

La palette de commandes contient des blocs suivants :



Illustration 6.7: Bouton commun contenant: bloc de commandes pour moteurs, enregistrement et restitution, bloc son, bloc affichage, bloc de temporisation, bloc boucle et bloc de commutation(silors)



Illustration 6.8: Bouton actionneurs: bloc pour commander un moteur, bloc pour diffuser un son, bloc pour afficher un message, bloc pour envoyer un message, bloc de lampe couleur



Illustration 6.9: Bouton de capteurs: Capteur tactile, capteur sonore, capteur de lumière, capteur ultrasons, boutons de la brique, capteur d'angle de rotation, minuteur, récepteur de message, capteur de couleur.

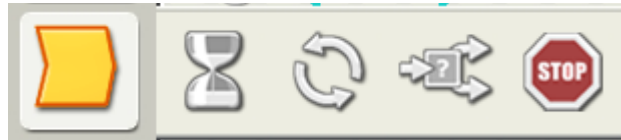


Illustration 6.10: Bouton de flux : Bloc de temporisation, bloc de boucle, bloc commutateur, bloc pour arrêter une action



Illustration 6.11: Bouton de données mathématiques: Opérations de logique, opérations de calculs, comparaison de données, définir une plage de données, données aléatoires, bloc de variables, bloc déclaration de constantes

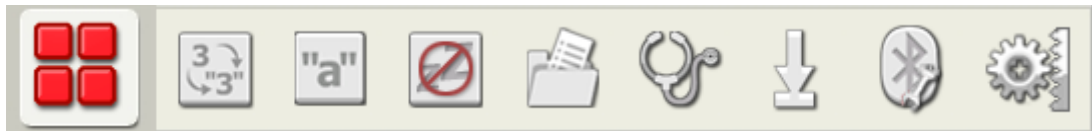


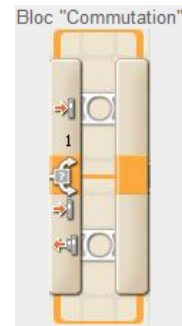
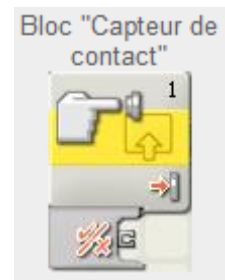
Illustration 6.12: Bouton pour d'autres blocs: prendre un nombre pour un texte, écrire un texte, empêcher la mise en ville, aller dans un fichier, étalonner les valeurs d'un capteur de couleurs, réinitialiser un moteur, connexion Bluetooth, et enfin le moteur d'un vérin.

Chaque bloc a des entrées paramétrables et peut avoir des sorties à connecter par des fils à d'autres blocs.

Par exemple pour un moteur, les entrées sont : les ports de connexion avec la brique (A, B,C et D pour la EV3), le sens de rotation, la puissance de fonctionnement, le temps de fonctionnement, action à la fin (arrêt avec freinage ou arrêt en roue libre). Pour un capteur les ports de connexion avec la briques sont numérotés de 1 à 4.

On donne ici quelques exemples de blocs avec leurs entrées et sorties. Ces icônes ont été prises du site [generationrobots.com](http://generationrobots.com)





L'environnement EV3 fonctionne selon le même principe. Les icônes ont un design différent mais restent semblables dans leur logique de fonctionnement.

Le site de LEGO dédié à l'environnement MINDSTORMS [6] donne beaucoup d'informations et des vidéos sur le fonctionnement du programme.

## 6.2. Programmation de la roue

En se basant sur les explications que nous venons de donner, on se propose ici de donner les programmes que nous avons fait pour commander la roue pour passer d'une configuration à une autre.

Avant de donner les programmes, nous avons été confronté à deux problèmes principaux : le manque de précision des vérins Firgelli et la difficulté de communication entre les briques et les vérins surtout quand les instructions sont données en parallèles.

Les vérins Firgelli un capteur d'angle qui renseigne sur le nombre de tour que le moteur fait et donc sur la course parcourue par le bras du vérins. Le pas d'avancement du bras que Firgelli préconise est de 0,5 mm. Donc pour faire sortir le vérin de 50mm il faut taper 100 dans l'entrée paramétrable de déplacement du bloc vérin dans le logiciel. Quand on fait les essais, certains vérins ont fonctionné différemment en sortant ou en rentrant d'une course différente de celle qui a été paramétrée. Le déplacement semblait être approximatif. Sur un des vérins il s'ouvrait ou il se rétractait complètement quelle que soit la course demandée. A cause, ou plutôt grâce, à ce dysfonctionnement on a compris que le capteur d'angle des vérins parfois touchait la vis sans fin et parfois pas ce qui donnait des courses qui semblaient être aléatoires parfois. On a eu deux vérins avec de gros dysfonctionnement. On était donc obligé de les remplacer en achetant deux autres vérins chez un fournisseur basé en France.



Pour commander les 7 vérins en même temps il fallait connecter les deux briques en série par câble usb. Le programme devait être envoyé seulement à une brique (master) qui devait ensuite se charger de le distribuer sur la deuxième brique. Sur les premiers tests, le programmes fait pour commander les vérins en parallèle n'a pas été exécuté convenablement par les deux briques. Seuls 3 vérins ont fonctionné selon la stratégie du programme et les autres ont fonctionné d'un manière aléatoire. Après plusieurs essais de ce type, nous arrivons à la conclusion qu'avec les blocs de commandes délivrés par Firgelli, les vérins ne fonctionnent pas bien en parallèle soit à cause d'un défaut de compatibilité car les vérins ne sont pas fabriqués par Lego soit d'un problème de fonctionnement des deux briques en modes série.

Donc la meilleure façon de faire fonctionner la roue ne peut pas être appliquée. J'ai cherché donc une autre solution. Il s'agit maintenant de faire fonctionner les vérins un par un en série par petites courses de 2mm pour chacun afin de ne pas casser les point d'attaches des vérins ou les liaisons avec les segments de la roue.

## Programme pour passer d'une forme ronde à un carré

Pour avoir une telle déformation voici le programme que j'ai fait avec les élèves :

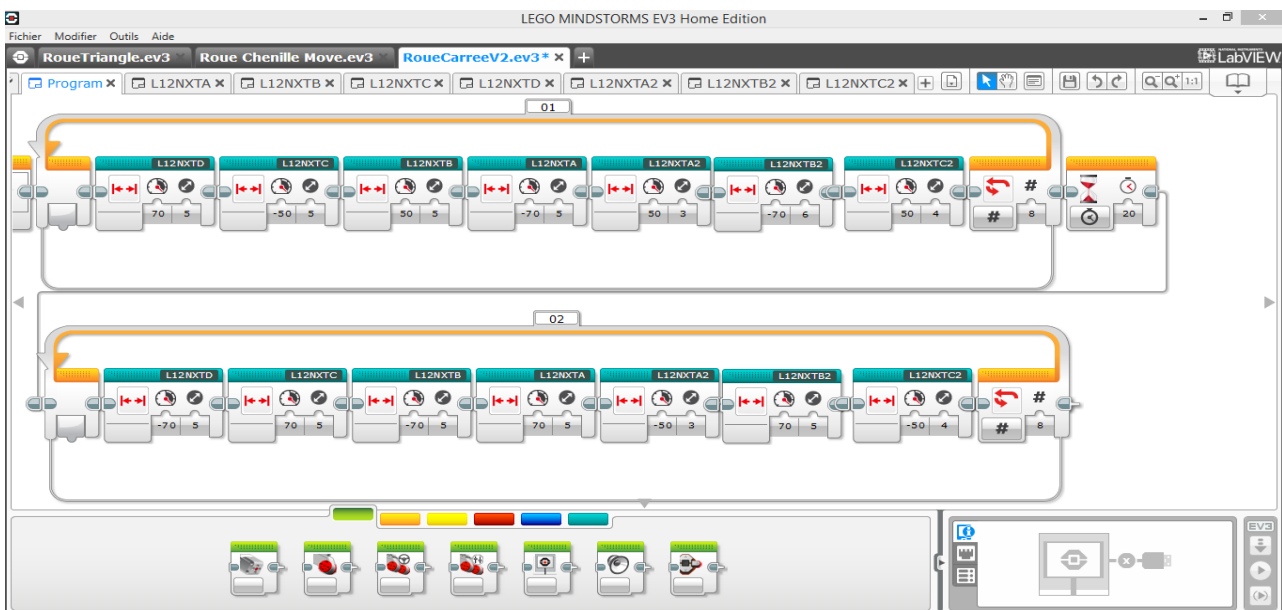


Illustration 6.13: Programme MINDSTORMS pour obtenir une forme carrée analogue à la figure 7.12.

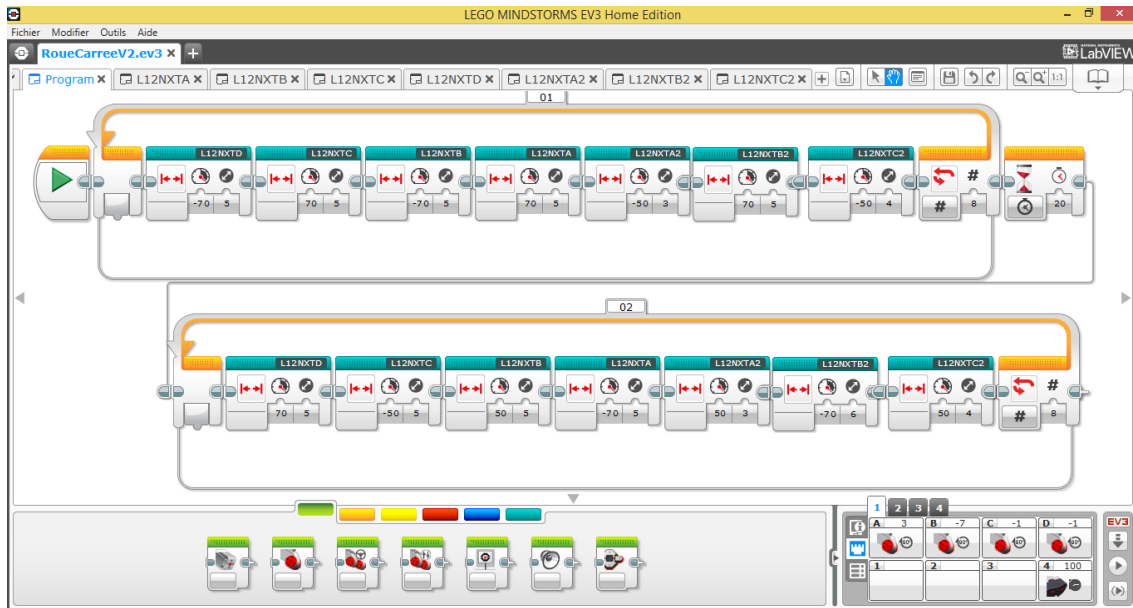


Illustration 6.14: Programme MINDSTORMS pour obtenir une forme carrée analogue à la figure 7.13.

Les vérins ont été numérotés de 1 à 7. Le premier a été branché sur le port D de la 1ère brique, le 2ème sur le port C, le 3ème sur le port B, le 4ème sur le port A, le 5 sur le port A2 de la 2ème brique, le 6ème sur le port B2 et le 7ème sur le port C3.

Le programme est composé de deux lignes. Dans la première ligne, on fait avancer successivement les vérins à par un d'une course de 2,5 mm sauf pour deux vérins qui ont réagi différemment. Il doit se répéter 10 fois pour que chaque vérin effectue une course totale de 25 mm dans un sens ou dans un autre. Les nombres 70 et -70 dans le programme indiquent que le vérin doit fonctionner avec 70% de sa puissance, sortir si le nombre est positif et se rétracter si le nombre est négatif.

A la fin de la première partie du programme la roue devrait avoir une forme presque carrée conforme à l'une des configuration des figures 7.12 et 7.13.

Une temporisation de 20 secondes est prévue pour permettre à l'observateur d'apprécier la situation ensuite le programme fait les manœuvres inverses pour revenir à la forme ronde de départ. Pendant les manœuvre inverse on a modifié les course car on a remarque que les courses des vérins se comportent différemment pendant cette opération. on a donc choisi la meilleure façon pour revenir à la forme ronde. A la fin, il restera toujours quelques millimètres à rattraper manuellement avec la télécommande, sur deux vérins, pour revenir à l'état initial de départ. Ces imperfections sont dues au manque de précision des vérins et à l'état de charge de batterie.

En exécutant le programme on obtient le résultat illustré par les photos suivantes :



Illustration 6.15: Configurations de roue presque carrée conforme aux figures 7.12 et 7.13.

Une vidéo montrant cette déformation peut être téléchargée sur le lien : <https://app.box.com/s/bgmaahny0zwfj2lelwzmazthhfs07fs>

## Programme pour passer d'une forme ronde à un triangle

Pour la forme triangulaire, on a deux configurations comme le montrent les figures 7.14 et 7.15. Celle avec un angle obtus au sommet principal du triangle isocèle est illustrée avec la figure 8.15 ci-dessous et celle avec un angle aigu est illustrée avec la figure 8.14 ci-dessous :

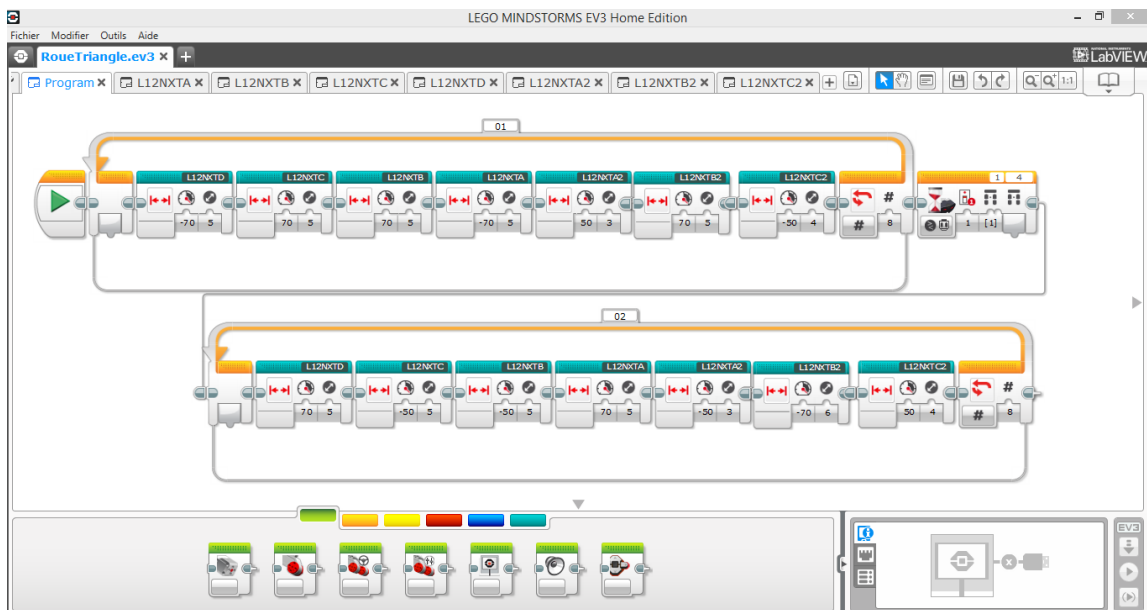


Illustration 6.16: Programme MINDSTORMS pour obtenir une forme triangulaire analogue à la figure 7.15.

A remarquer ici que la temporisation entre les deux manœuvres se fait par l'appui sur un des boutons de la télécommande. L'inconvénient est que la brique reste en attente et consomme plus de batterie si l'utilisateur n'appuie pas rapidement sur la télécommande.

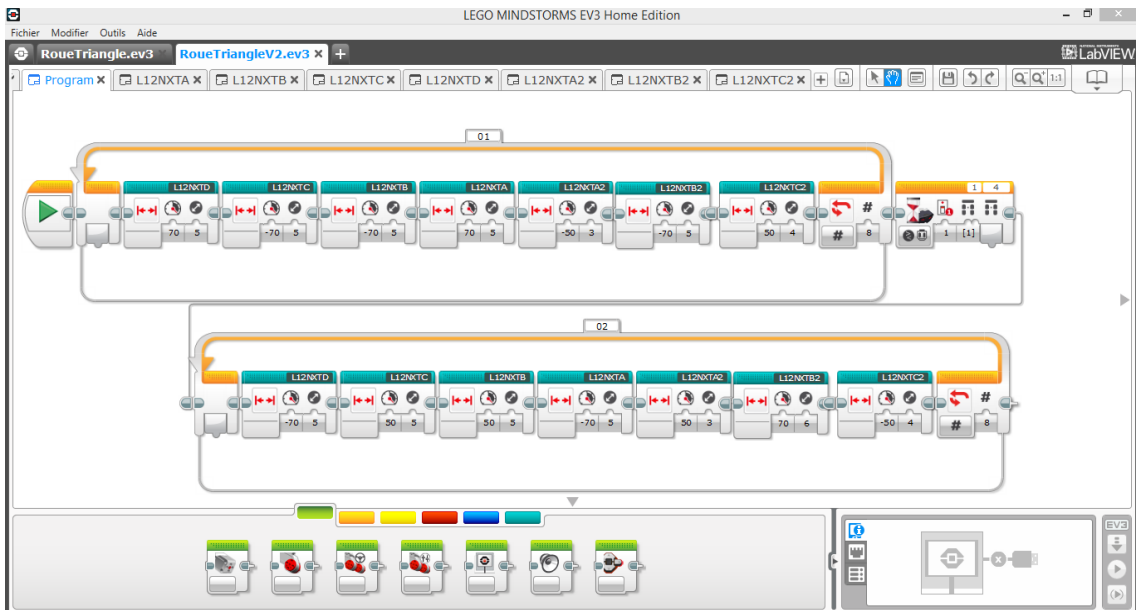


Illustration 6.17: Programme MINDSTORMS pour obtenir une forme triangulaire analogue à la figure 7.14.

Les résultats des deux manœuvres sont illustrés par les photos 7.18 et 7.19 ci-dessous.  
 Les vidéos montrant ces deux manœuvres peuvent être téléchargées sur les liens suivants :  
<https://app.box.com/s/87dzmvqu38y1m0q12w46q1vyj8a4plpn>  
<https://app.box.com/s/4zygmq2esexjkcobjcyxu6sghs3jpkth>



Illustration 6.18: Forme triangulaire isocèle avec un angle aigu au sommet principal.



Illustration 6.19: Forme triangulaire isocèle avec un angle obtus au sommet principal.

## Programme pour passer d'une forme ronde à une forme ovale

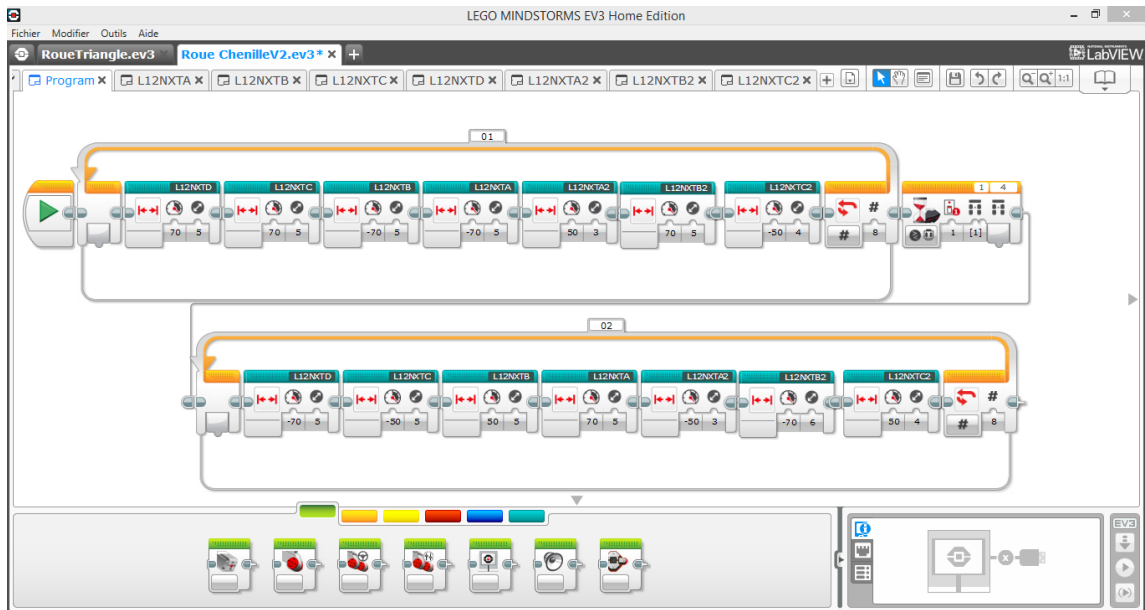


Illustration 6.20: Programme MINDSTORMS pour obtenir une forme ovale analogue à la forme haricot illustrée par la figure 7.16.

Comme on l'a expliqué plus haut, la course limitée des vérins nous empêche d'obtenir une forme rectangulaire (ou chenille). La forme que l'on obtient à la place est une forme ovale. Selon le nombre de vérins que l'on allonge ou l'on rétracte on obtient aussi deux configurations : la forme d'un haricot ou la forme d'une patate. La figure 8.20 ci-dessus montrent l'une de ces déformations.

Les résultats obtenus en exécutant le programme en question sont illustrés par les photos 8.21 ci-dessous.

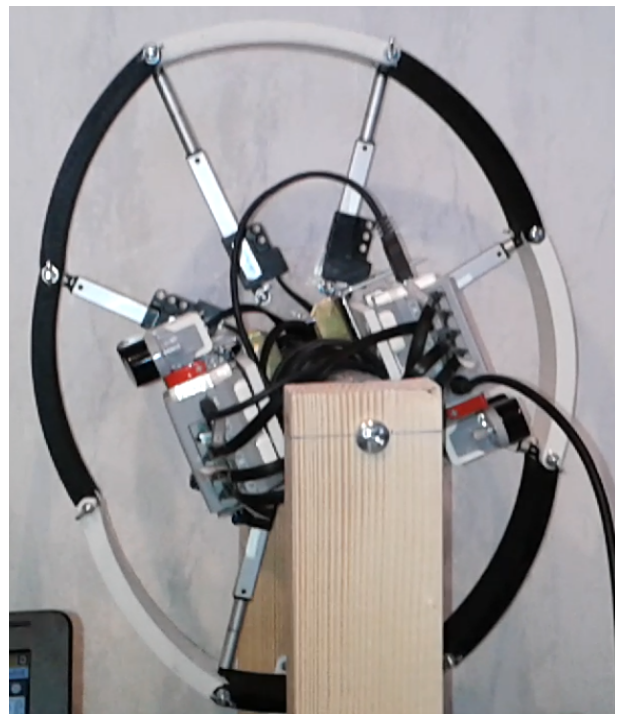
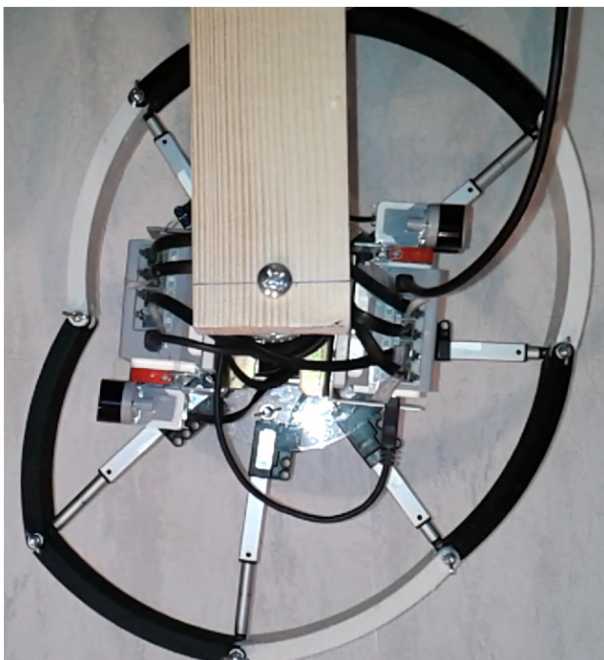


Illustration 6.21: Forme ovale qui ressemble à la forme d'un haricot à gauche et à la forme d'une patate à droite.

Une vidéo montrant cette déformation peut être téléchargée sur le lien :  
<https://app.box.com/s/lwtadcug7jmusb3ae4c4mhq8xego3i412>

Pour faire avancer la chenille (c.à.d. la forme ovale), j'ai choisi de déformer d'abord la roue pour avoir la configuration patate et à partir de là, déformer successivement la chenille pour passer d'une configuration ovale à une autre configuration ovale "voisine" en poussant toujours un vérin proche du sol pour l'utiliser comme levier pour faire tourner la roue et donc la faire avancer ou reculer. Les autres vérins se déforment en conséquence. Après deux ou plusieurs déformations successives, on revient à la forme ronde de départ. Le programme dédié à ces manœuvres est représenté dans les deux figures suivantes :

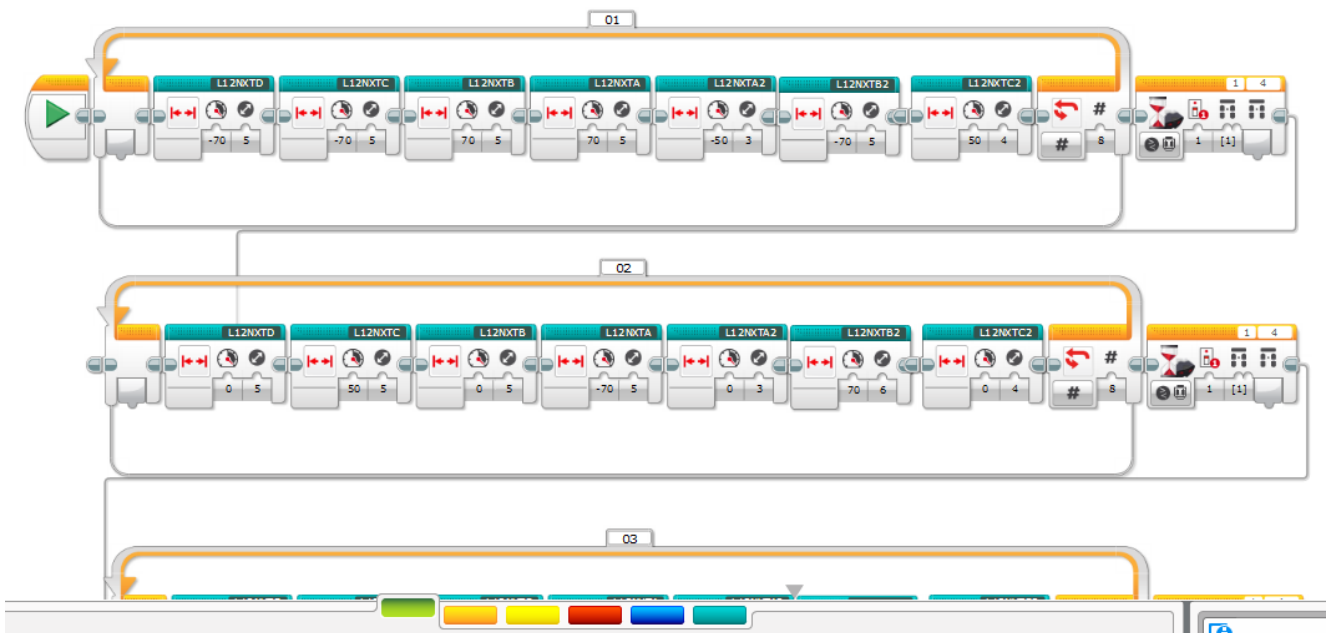


Illustration 6.22: Programme formé de 4 boucles (ici boucles 1 et 2) pour faire avancer la chenille et revenir à la fin à la forme ronde.

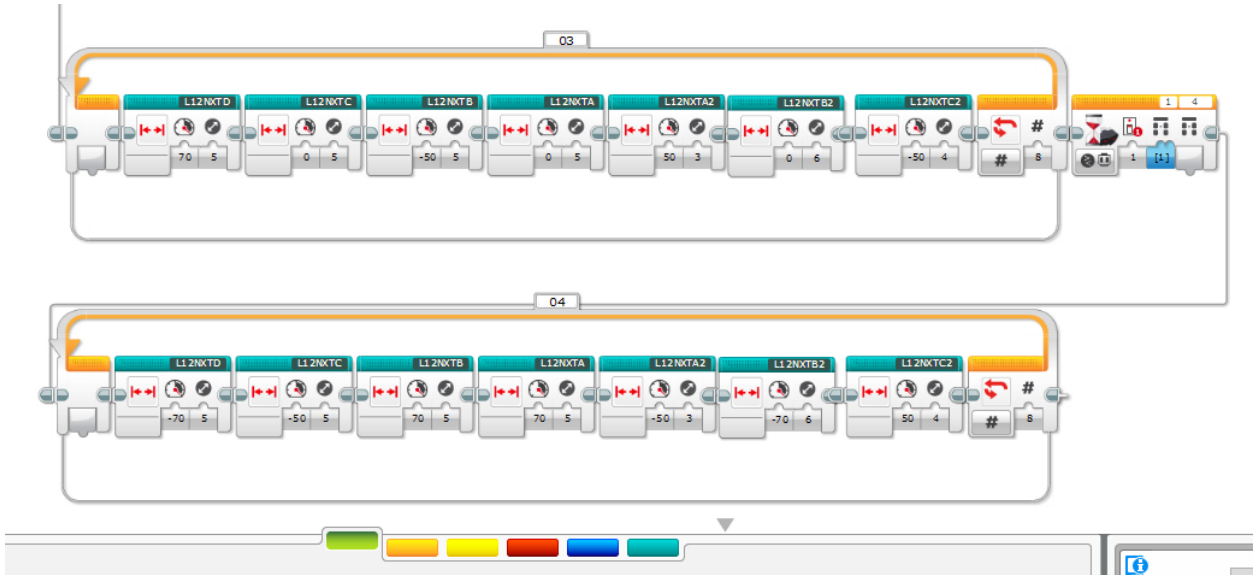


Illustration 6.23: Programme formé de 4 boucles (ici boucles 3 et 4) pour faire marcher la chenille et revenir à la fin à la forme ronde.

## Bibliographie

- 1: Stan Wagon, , , <http://www.stanwagon.com/>
- 2: NASA, The Mission, 2014, <http://mars.nasa.gov/mer/mission/status.html>
- 3: Wikipedia, Spirit (Rover), 2014, [http://fr.wikipedia.org/wiki/Spirit\\_\(rover\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Spirit_(rover))
- 4: NASA, The rover's wheels "legs", 2015,  
[http://mars.nasa.gov/mer/mission/spacecraft\\_rover\\_wheels.html](http://mars.nasa.gov/mer/mission/spacecraft_rover_wheels.html)
- 5: Génération Robots, , 2015, <http://www.generationrobots.com/fr/>
- 6: LEGO MINDSTORMS, MINDSTROMS, 2015, <http://www.lego.com/fr-fr/mindstorms/?domainedir=mindstorms.lego.com>