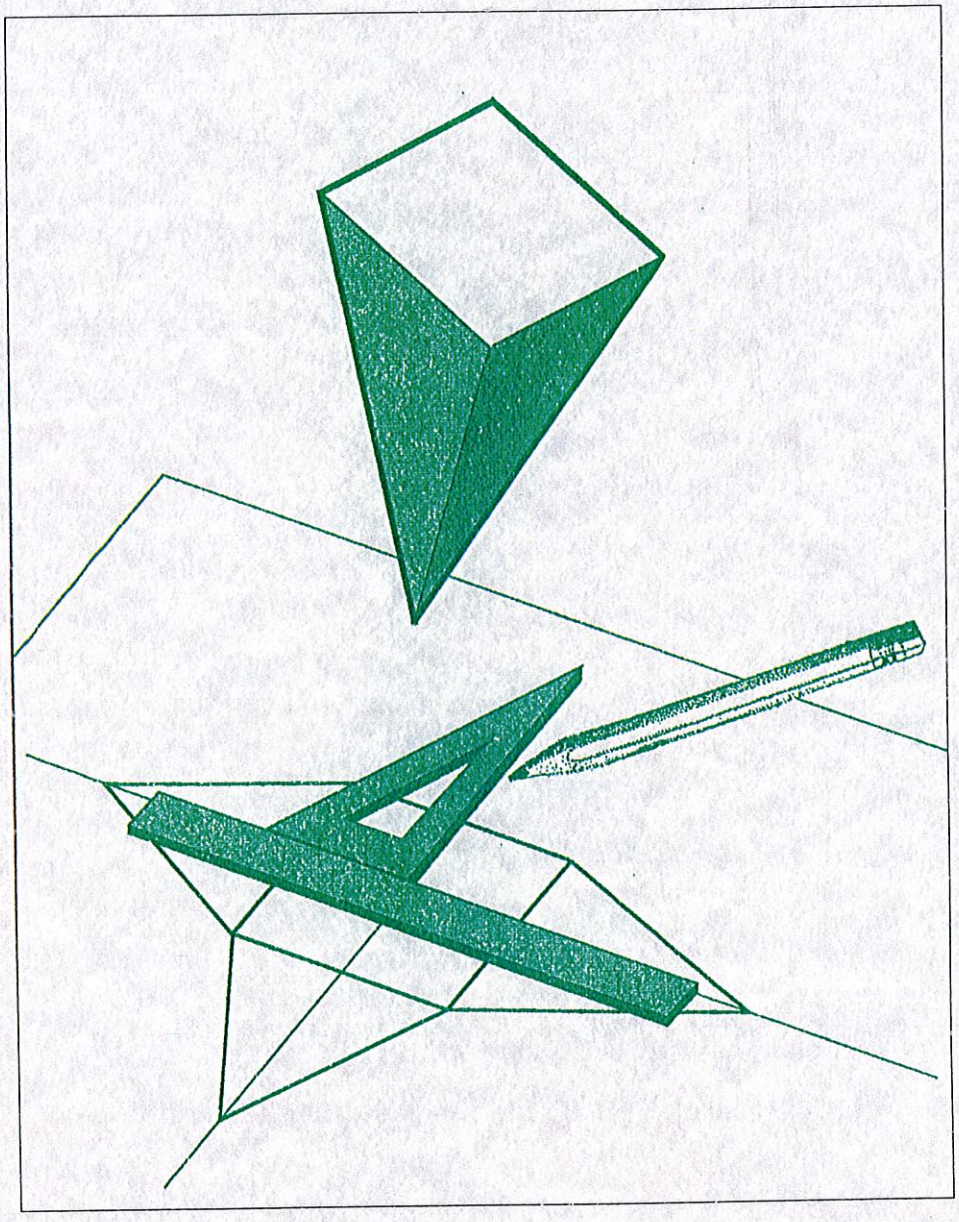
Carnets de stages

Activités mathématiques au Collège



Fascicule 3

IREM Paris-Nord

UNIVERSITE PARIS-NORD
IREM

Carnets de stages

Activités mathématiques au Collège

Fascicule 3
54 pages, A4

ISBN 2 86240 107 9

Dépot légal: 2ème Trimestre 1997 200 exemplaires

Avant-propos

Cette brochure témoigne des stages proposés dans les plans académiques de formation de la MAFPEN de Créteil et animés par l'IREM Paris-Nord depuis 1995.

Les participants aux stages "Activités géométriques au Collège", "Aide aux élèves en difficulté",..., sont invités à élaborer des séquences d'enseignement portant sur des thèmes choisis par eux, en s'appuyant sur leur pratique enseignante et sur l'analyse critique des diverses publications existantes et disponibles à l'IREM.

Pour ce faire, différents outils sont mis en œuvre : dessins géométriques, situations-problèmes, logiciels informatiques ...

L'une des finalités du stage est de produire des documents directement utilisables en classe.

Faisant suite aux deux premiers fascicules parus en 95 et 96, cette troisième publication regroupe quelques unes des activités mises au point lors de l'étude des thèmes :

- Géométrie dans l'espace : Pyramides
- Premières séances de géométrie (2)

Elle constitue le troisième volet du dossier "*Carnets de stages*" ouvert pour recevoir d'autres thèmes.

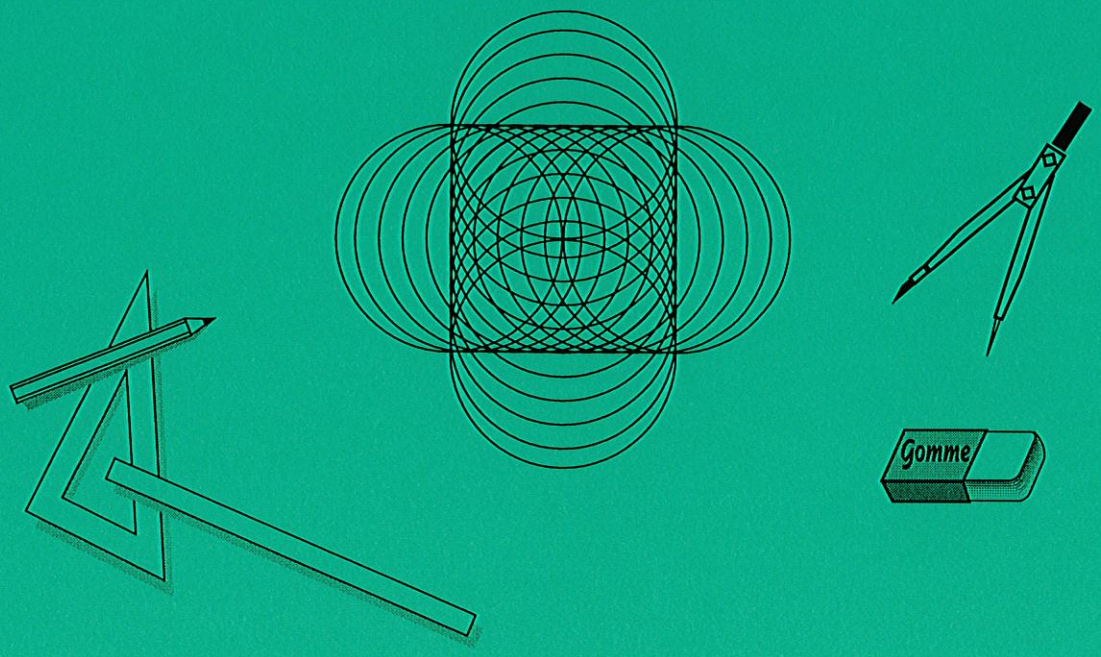
Afin de donner une certaine cohésion à l'ensemble, nous avons cru bon d'adopter une démarche type de présentation pour chacun des thèmes, à savoir :

- la place du thème dans les programmes et commentaires officiels,
- les éléments bibliographiques qui ont semblé les plus pertinents parmi toute la documentation relevée,
- les points retenus après analyse des articles et du vécu des participants,
- des activités éclairant ces points, en précisant l'objectif visé pour chacune d'elles.

Précisons enfin que cette modeste brochure ne saurait constituer un quelconque *rapport de stage*. Elle prétend simplement restituer le plaisir partagé d'une réflexion avec d'autres collègues l'espace d'un stage, en souhaitant qu'elle en inspire d'autres.

Premieres Seances de Geometrie

au College



PREMIERES SEANCES DE GEOMETRIE AU COLLEGE (II)

1. Extraits du programme de Sixième (1996) :

A. TRAVAUX GEOMETRIQUES

De l'école élémentaire, les élèves apportent une expérience des figures les plus usuelles. *L'objectif fondamental en Sixième est encore la description et le tracé de figures simples. ...* Les travaux géométriques prennent appui sur l'usage des instruments de dessin et de mesure.

1. Reproduction de figures planes simples

COMPETENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Utiliser correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant : droite, cercle, centre, rayon, diamètre, angle, droites perpendiculaires, droites parallèles, demi-droite, segment, milieu. Tracer et reproduire sur du papier blanc les figures suivantes : triangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle, rectangle, losange, carré, cercle. Reconnaître ces figures dans un environnement plus complexe.	...il est conseillé d'utiliser aussi du papier calque, du papier quadrillé ou pointé. ...tirer parti des travaux pour préciser le vocabulaire, en particulier celui concernant les figures planes. Les travaux de reproduction et de construction pourront consister en : - la copie conforme d'un modèle concret ou d'un dessin, - un dessin à partir de données graphiques et numériques, - un dessin à partir d'un énoncé décrivant la figure.

2 . Bibliographie :

Brochures IREM

- Géométrie en 6e — Irem de ROUEN
- Thèmes mathématiques en 6e — Irem de PICARDIE
- Evaluation et remédiation en classess de 6e et 5e — " "
- Mathématiques en 6e : des activités pour apprendre — " "
- Nouveaux programmes de 6e — Irem d'ORLÉANS
- La géométrie plane en 6e — " "
- Fiches élèves 6e — Irem de BREST
- Les transformations : Fasc. 1 : Pour commencer — Irem PARIS-NORD
- Activités au Collège; Carnets de stages; fasc 2 — " " "
- Suivi scientifique 6e — Bulletin Inter-Irem
- Suivi scientifique 5e — " " "

Divers

- Evaluation en 6e — APMEP
- Méthodes en pratiques : maths en 6e — Rectorat de LILLE
- Faire des maths en 6e — CRDP de POITIERS
- Géométrie à l'école élémentaire — CRDP de PICARDIE
- J'apprends la géométrie en dessinant — CRDP des PYRENEES ORIENTALES
- de points en courbes — CRDP D de DIJON
- J. et L. DENIERE; *La géométrie pour le plaisir*, Tomes 1 & 2; Editions KIM-DUNKERQUE

3. Pour commencer la géométrie en sixième

Les activités proposées ici font suite à celles du fascicule 2, activités pour lesquelles la règle, le crayon et la gomme étaient les seuls instruments utilisés.

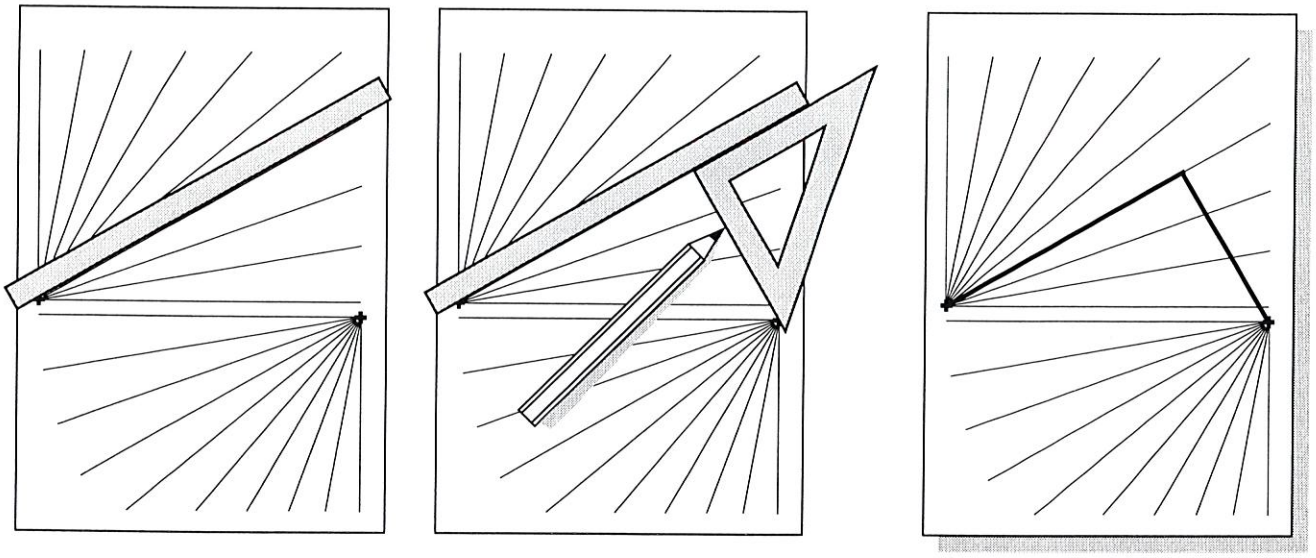
Cette nouvelle série procède du même esprit que la précédente :

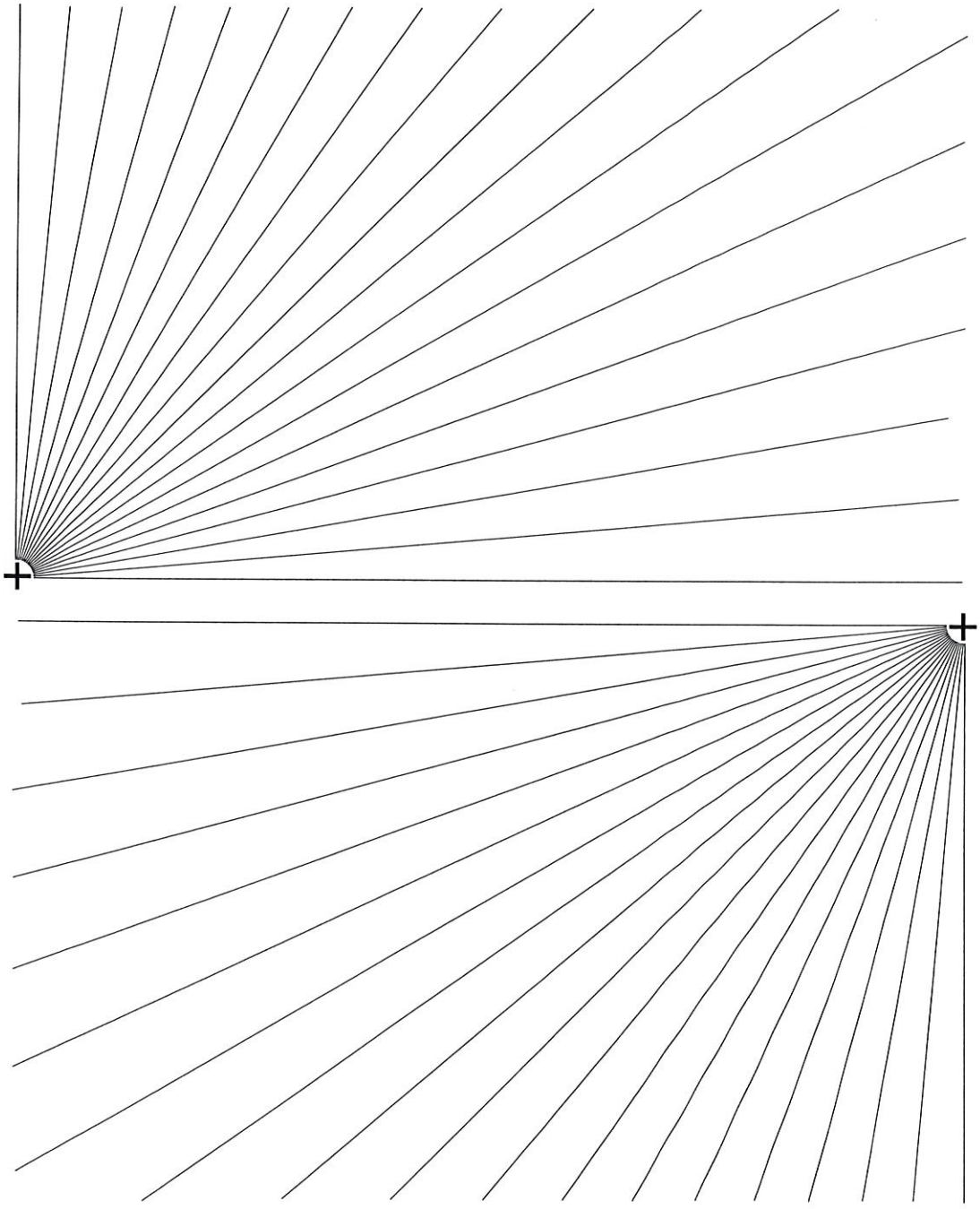
- un minimum de consignes précisent la tâche à accomplir,
- le caractère esthético-ludique reste présent dans le travail demandé.

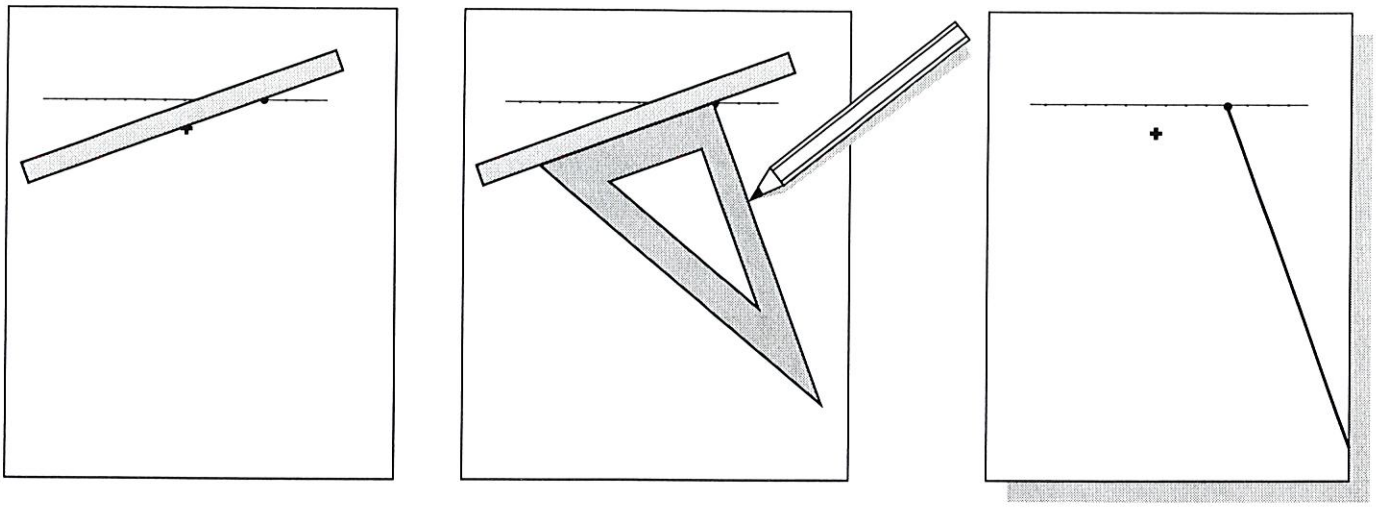
De nouveaux outils sont mis en œuvre : l'équerre et le compas.

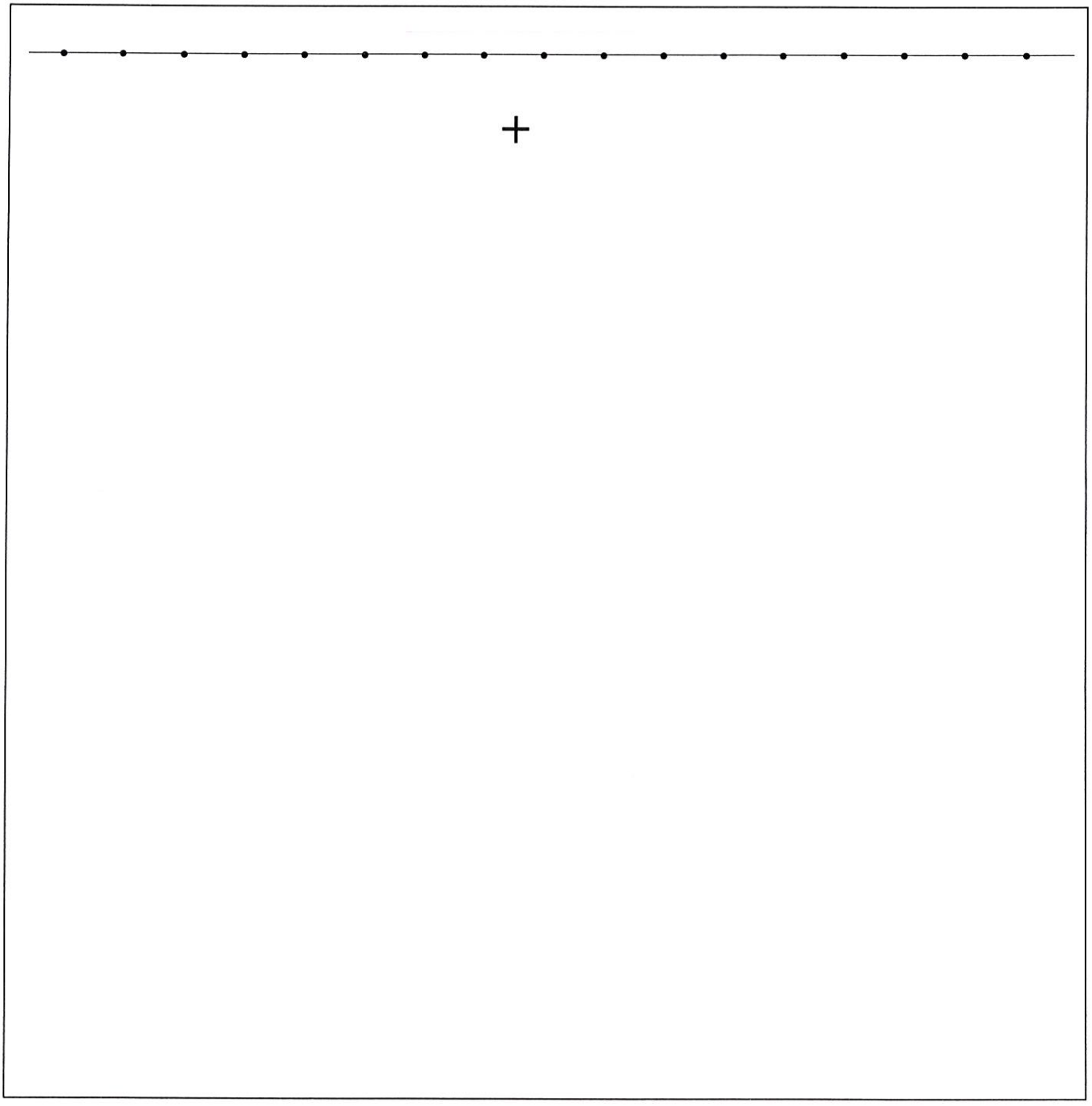
Des commentaires, des aperçus des objectifs visés et des éléments de solutions sont proposés en annexe page 20.

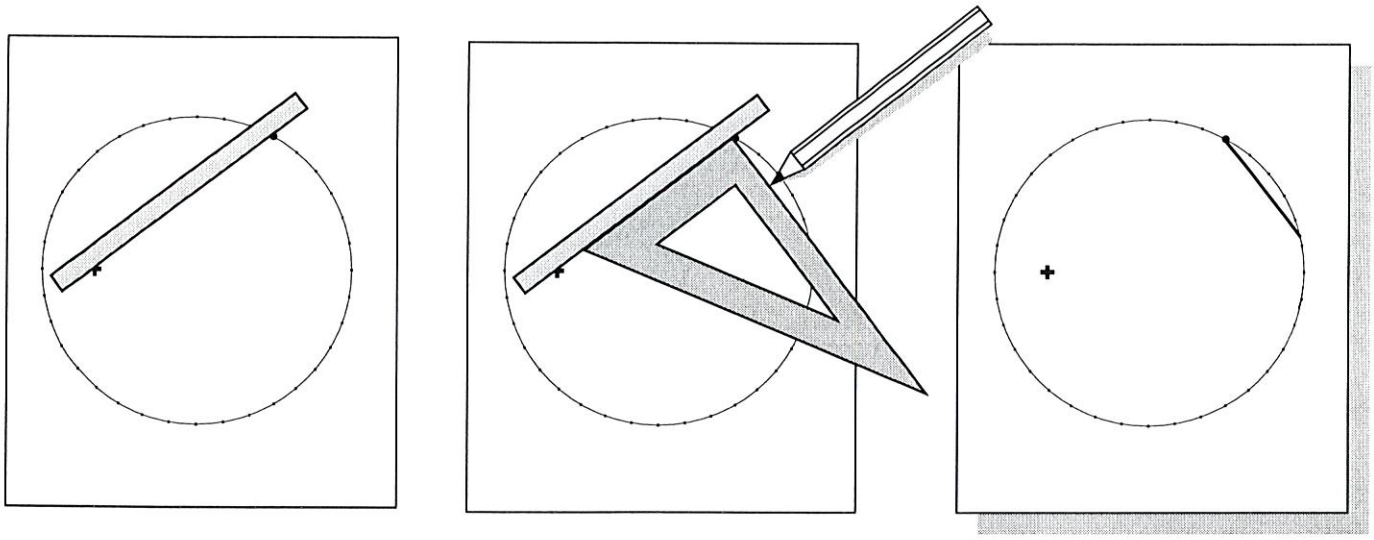
in Mathématiques 4e - Delord; Terracher; Vinrich - HACHETTE *Collèges*

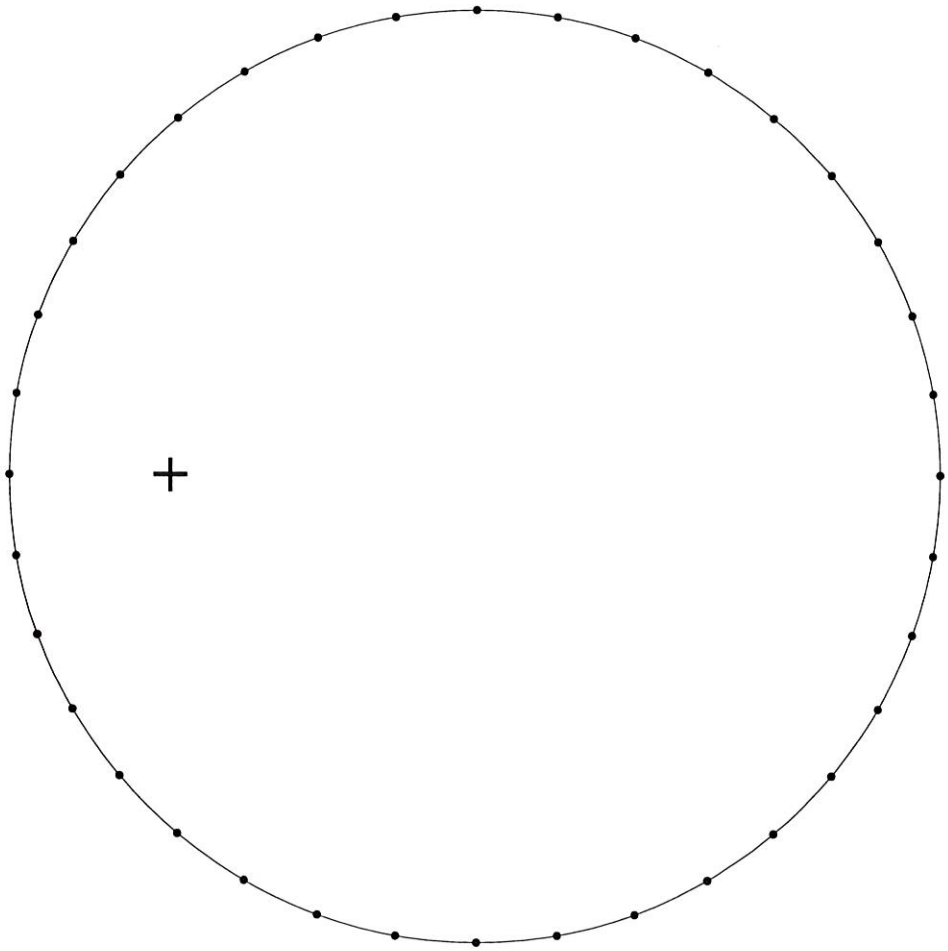


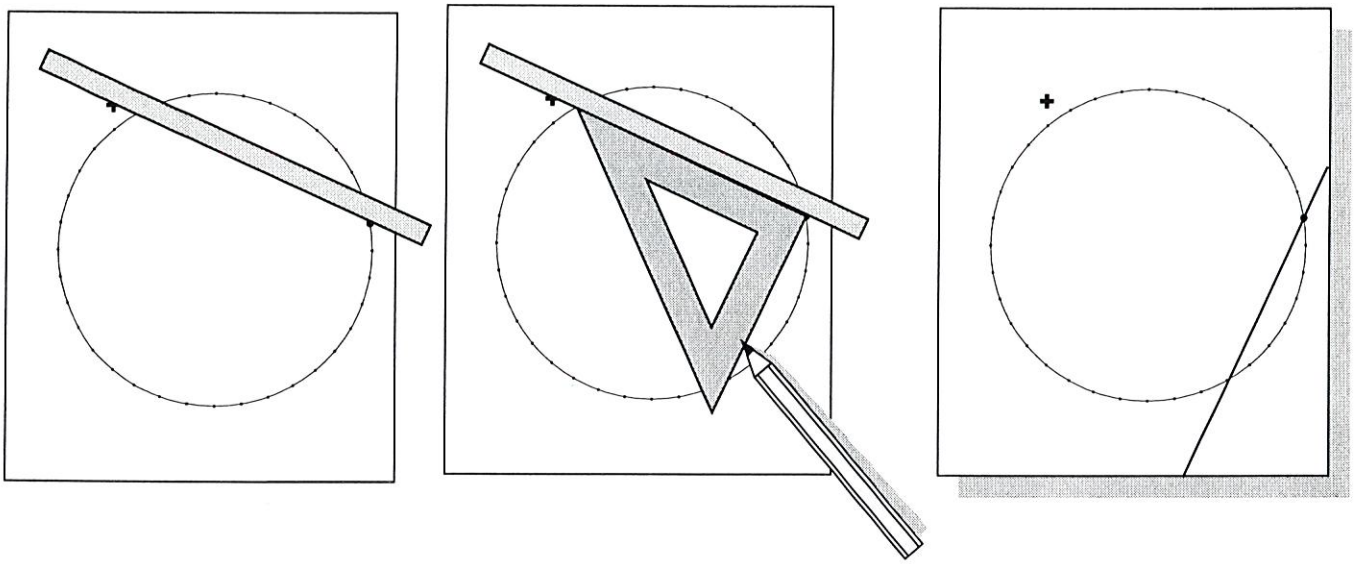


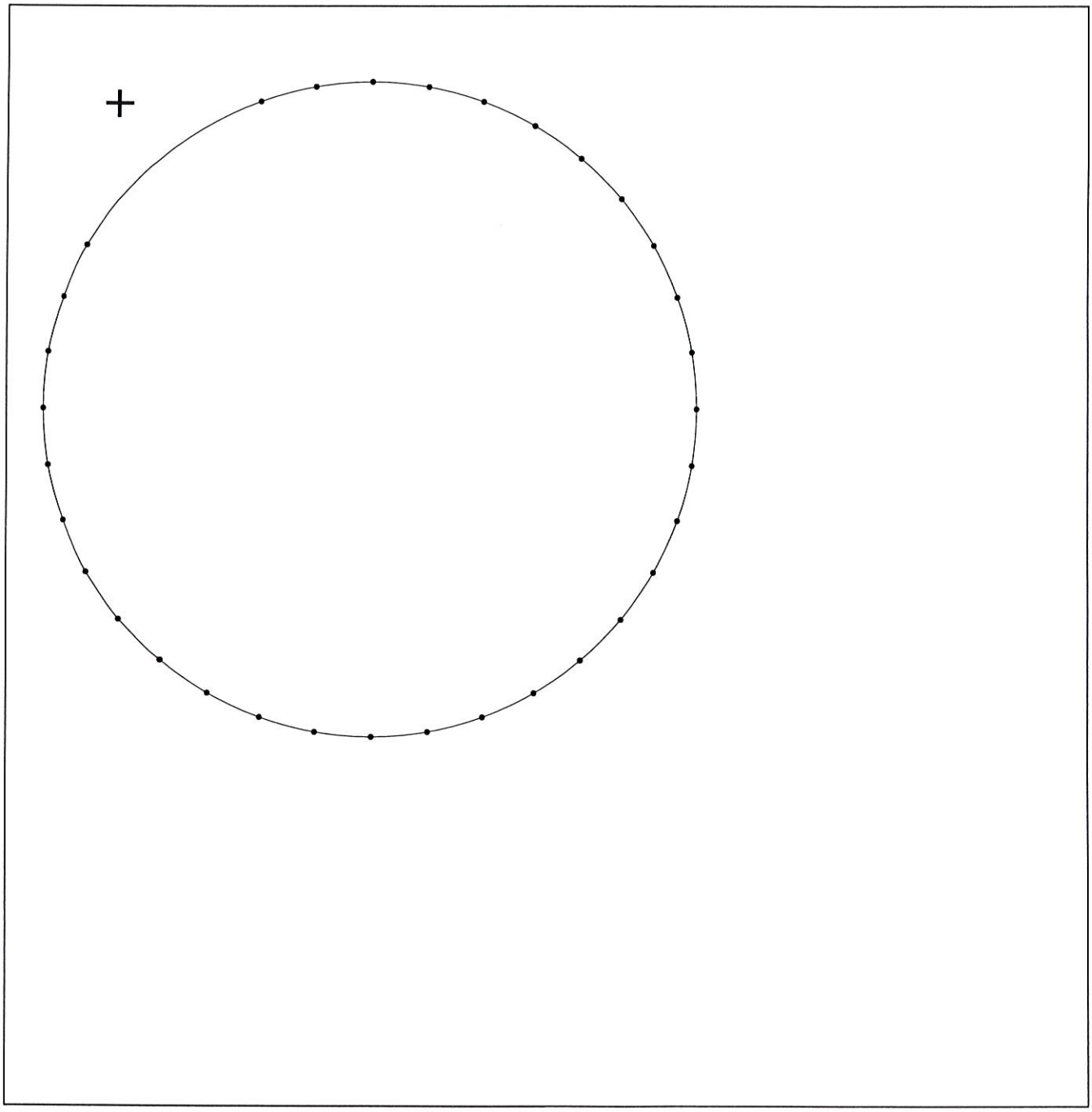


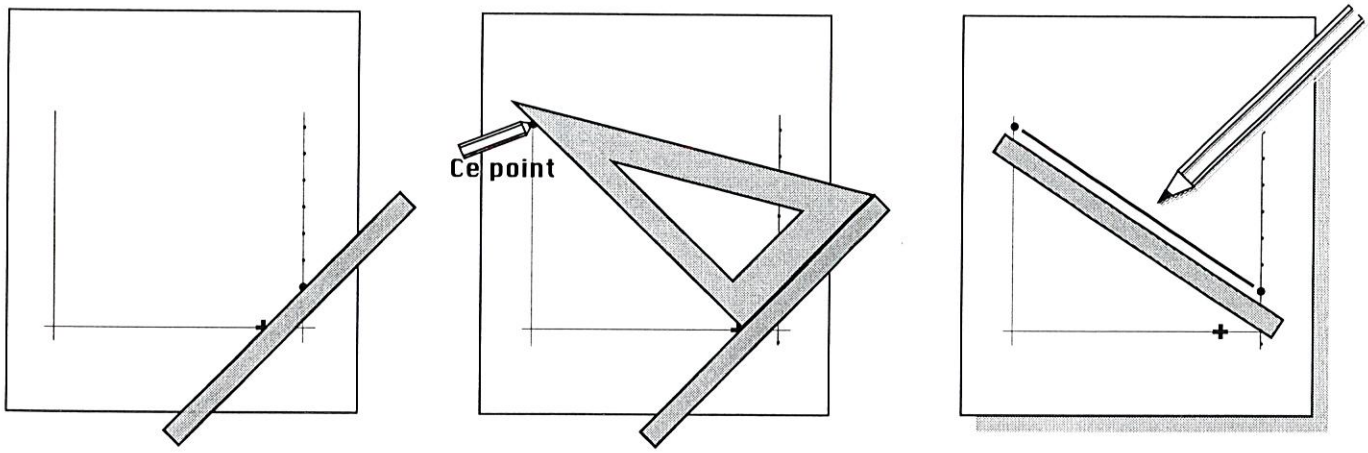


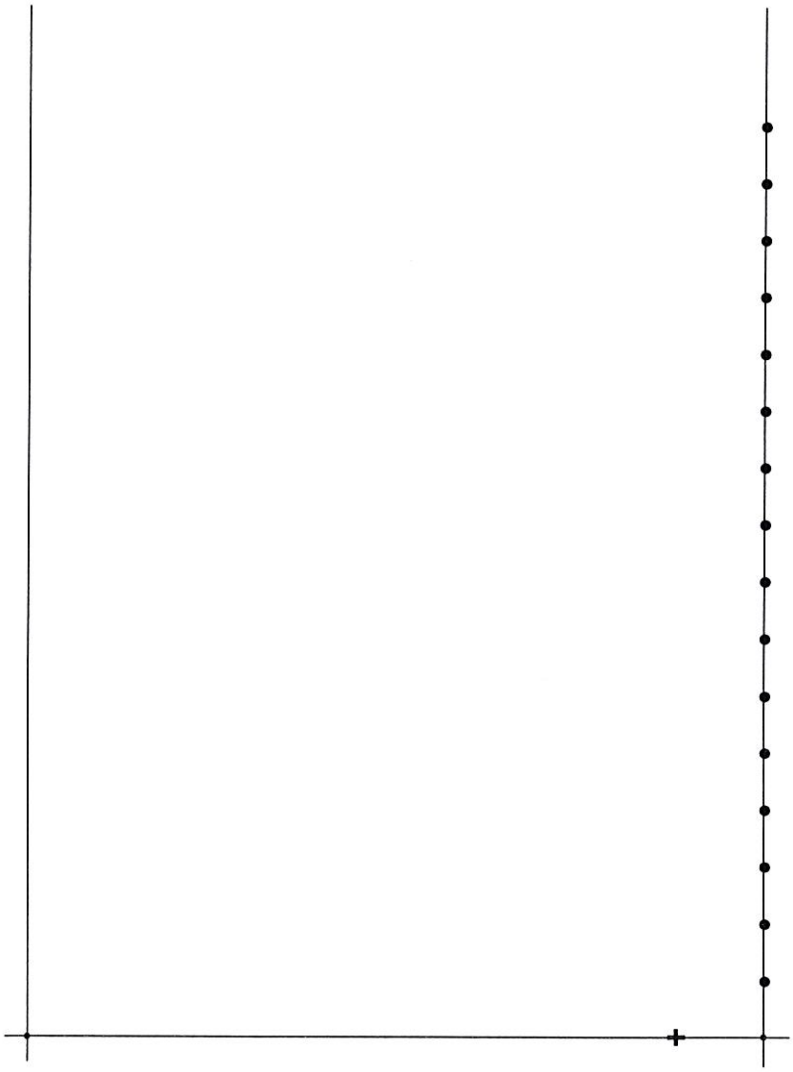




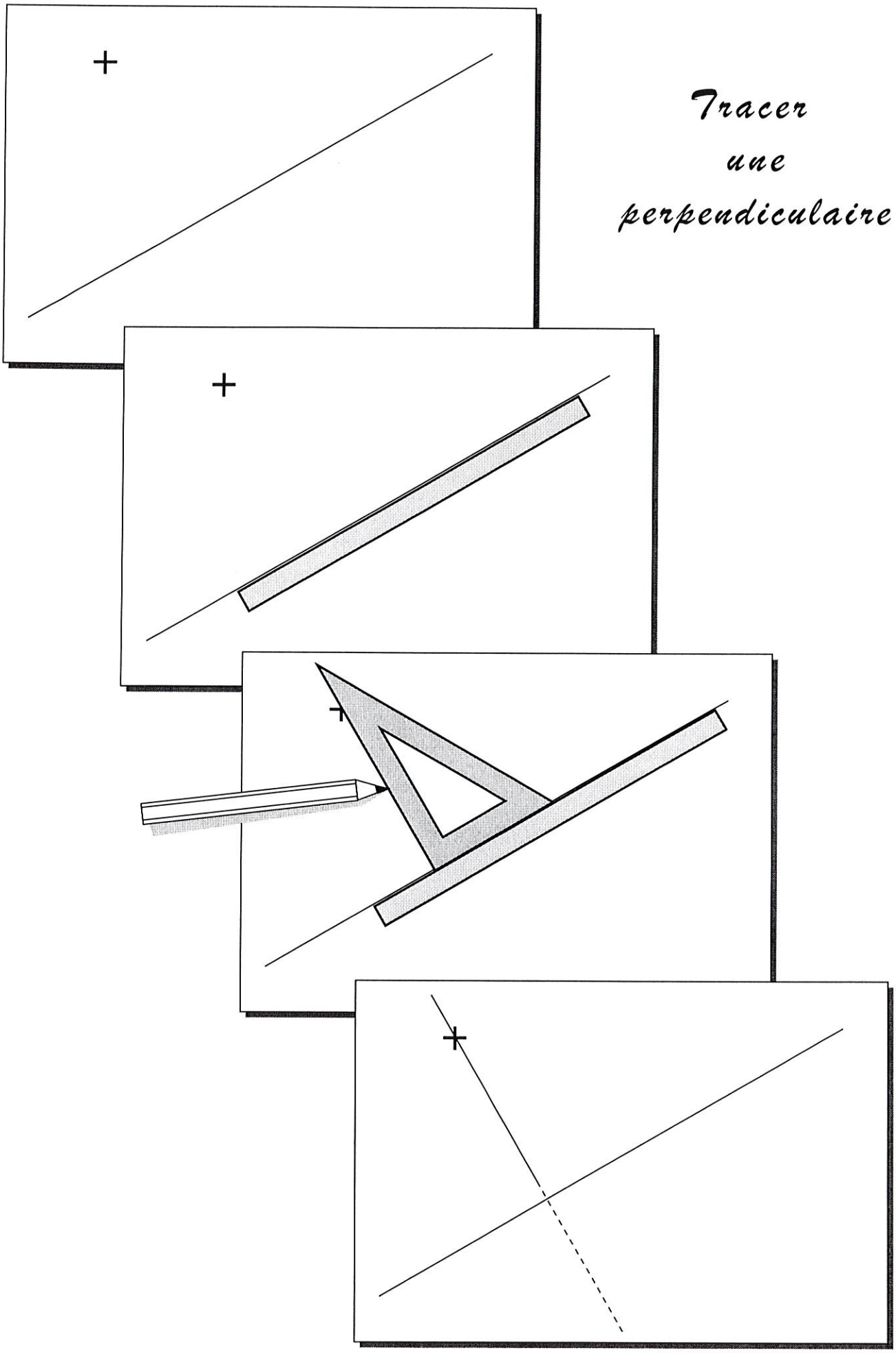




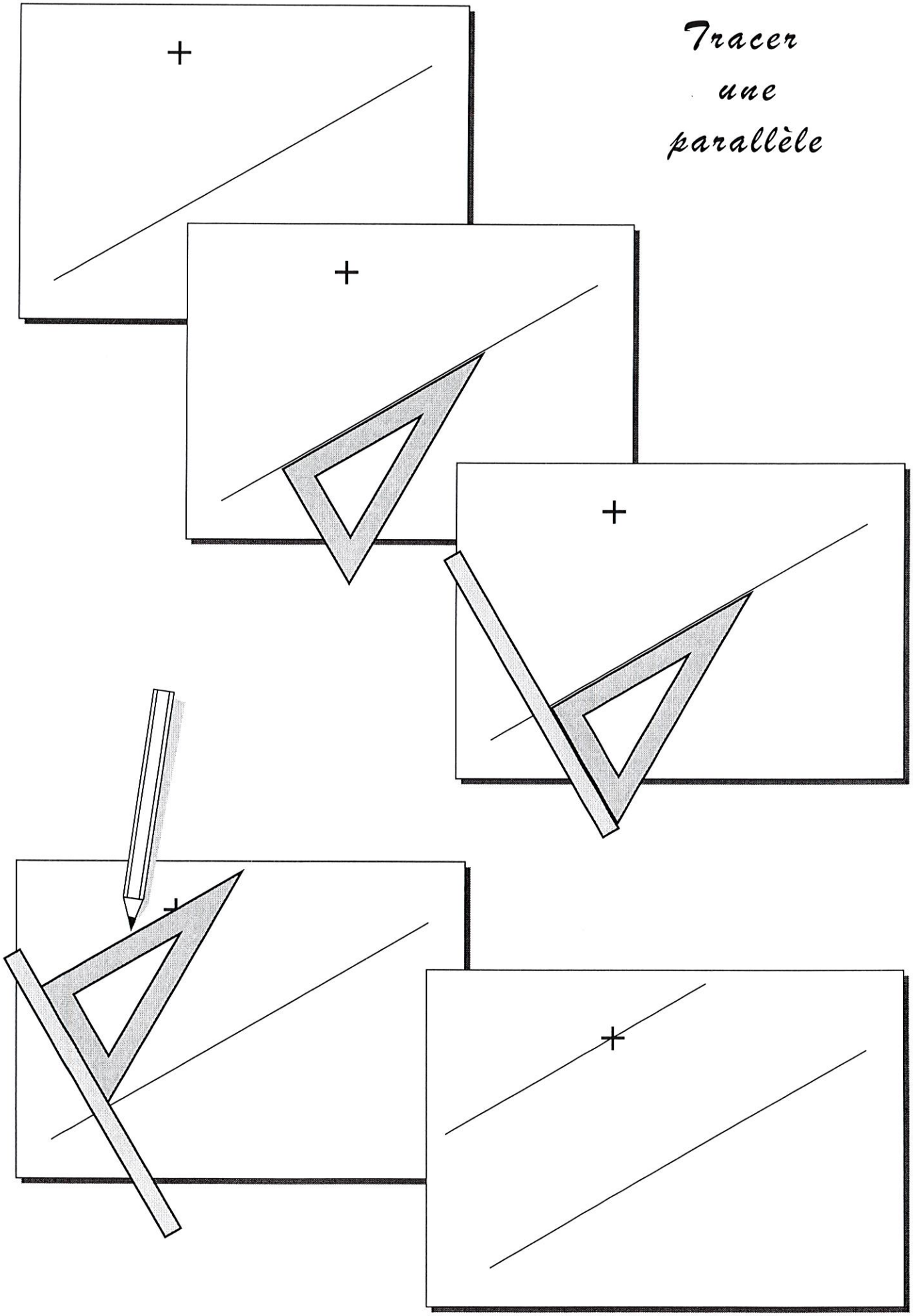

Ce point

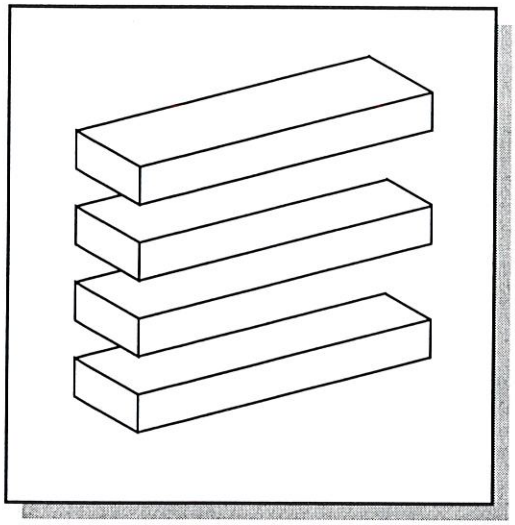


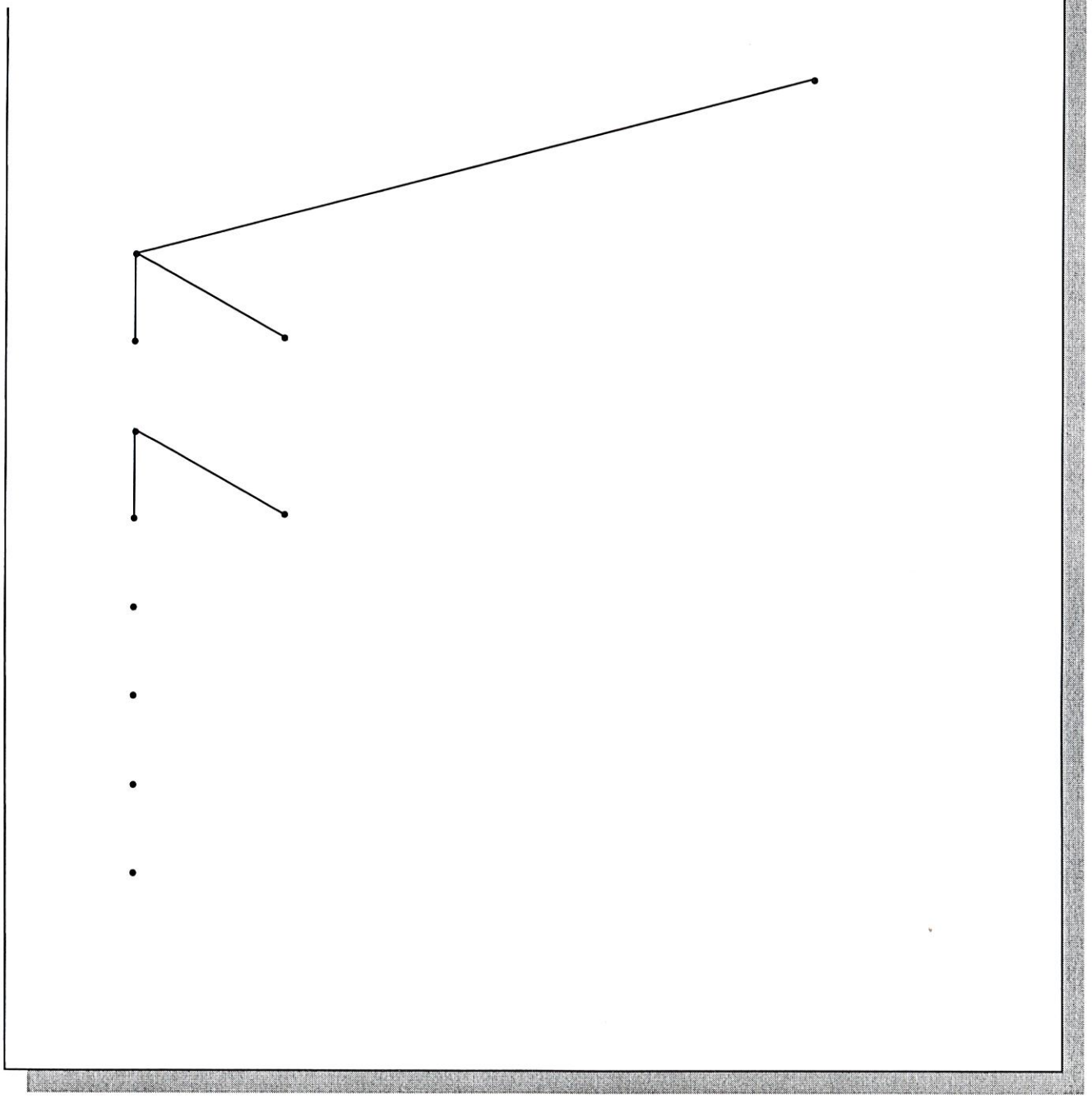
Tracer une perpendiculaire

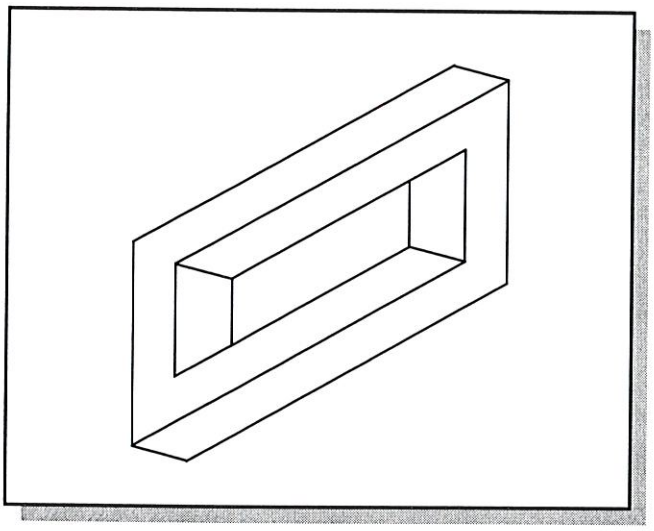


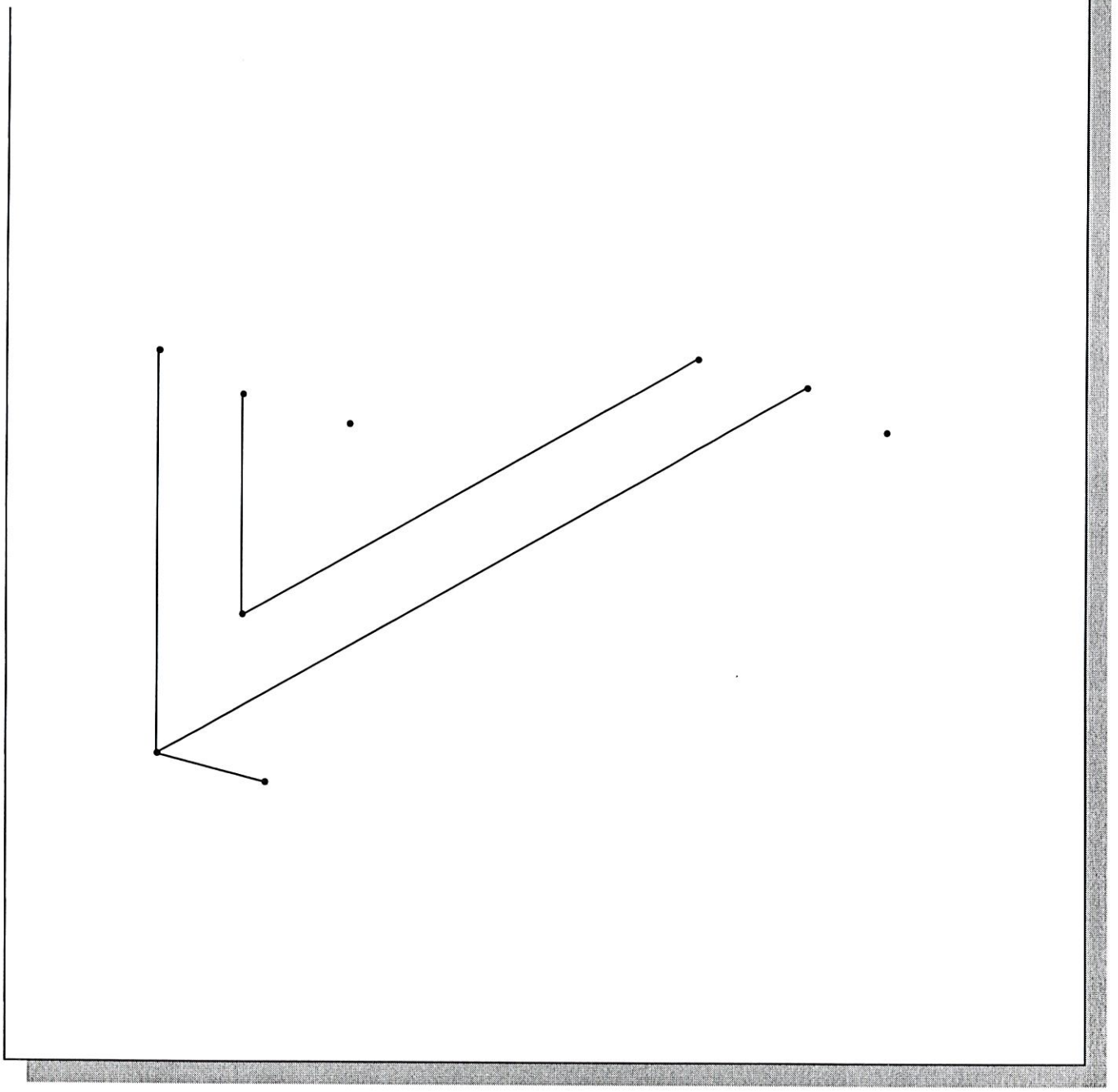
Tracer une parallèle

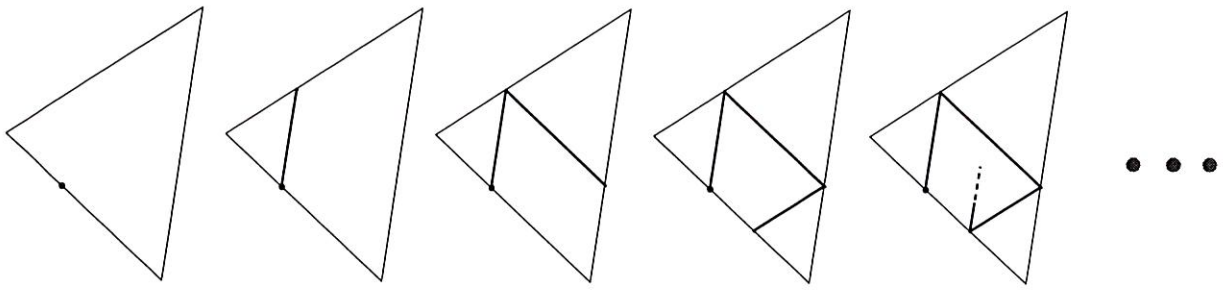


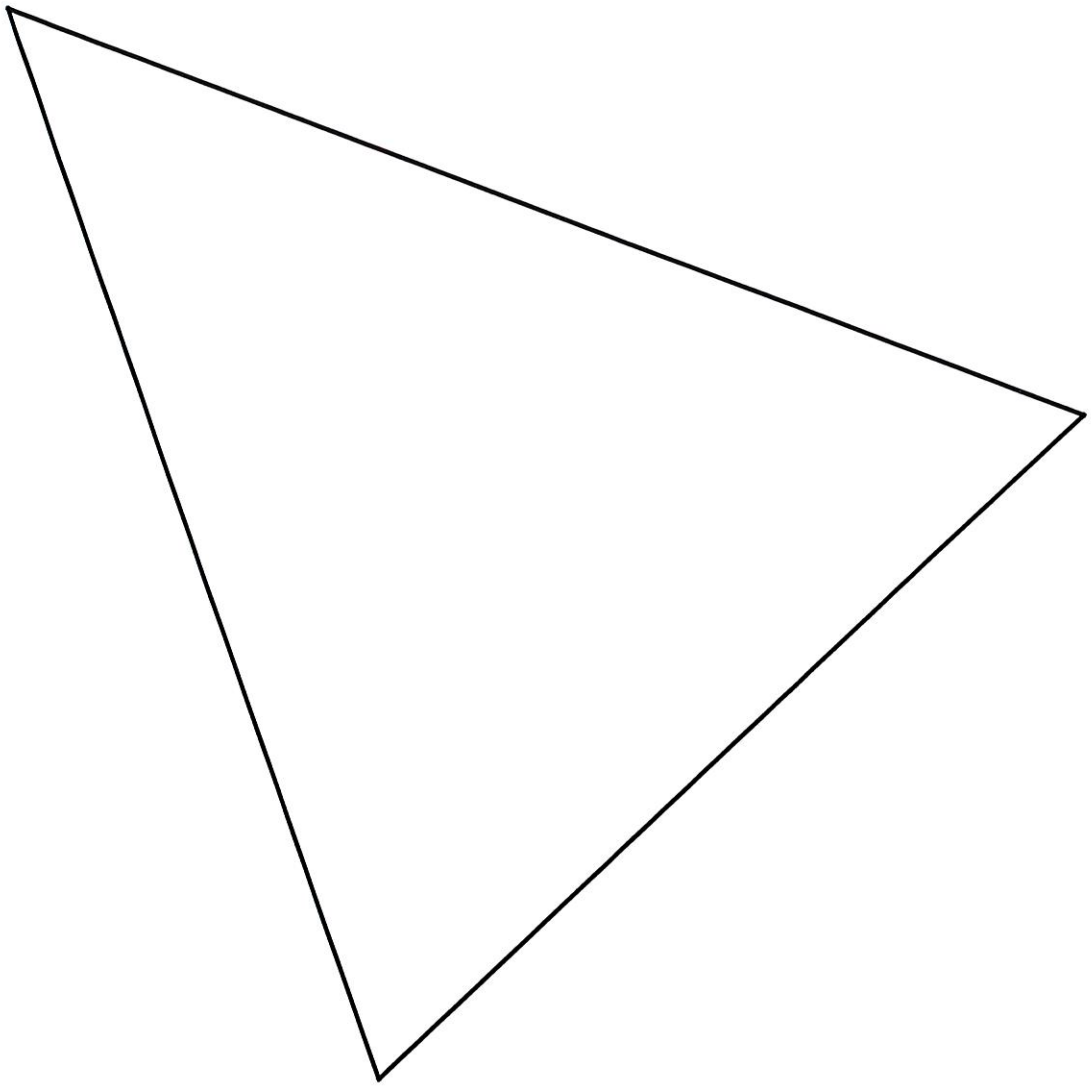




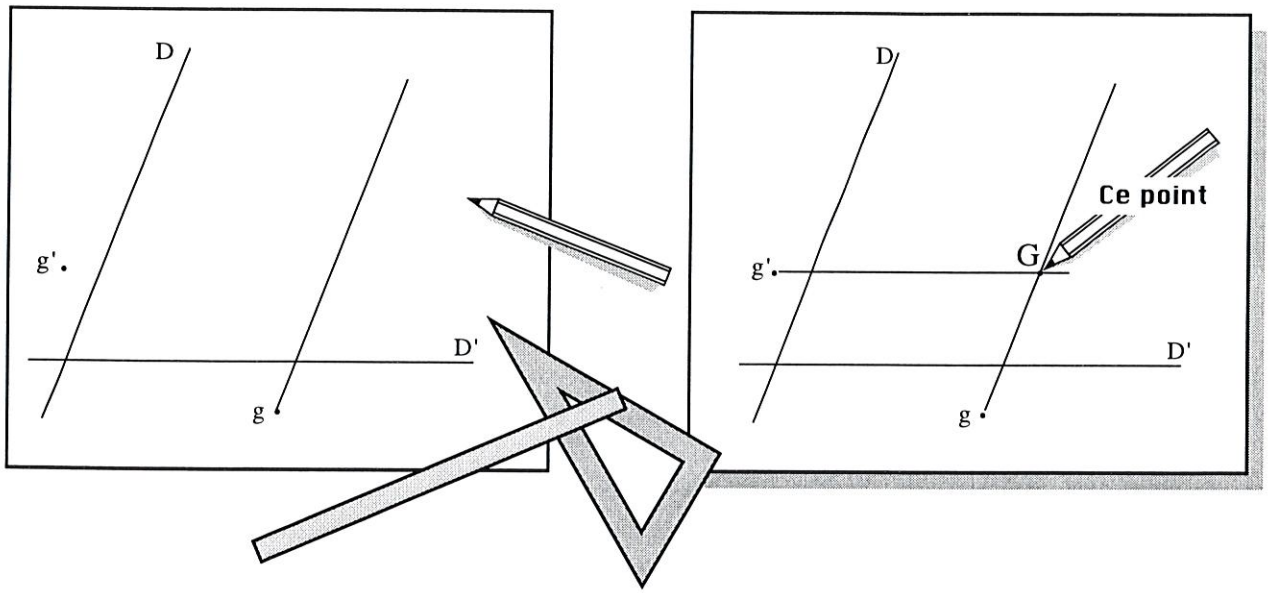


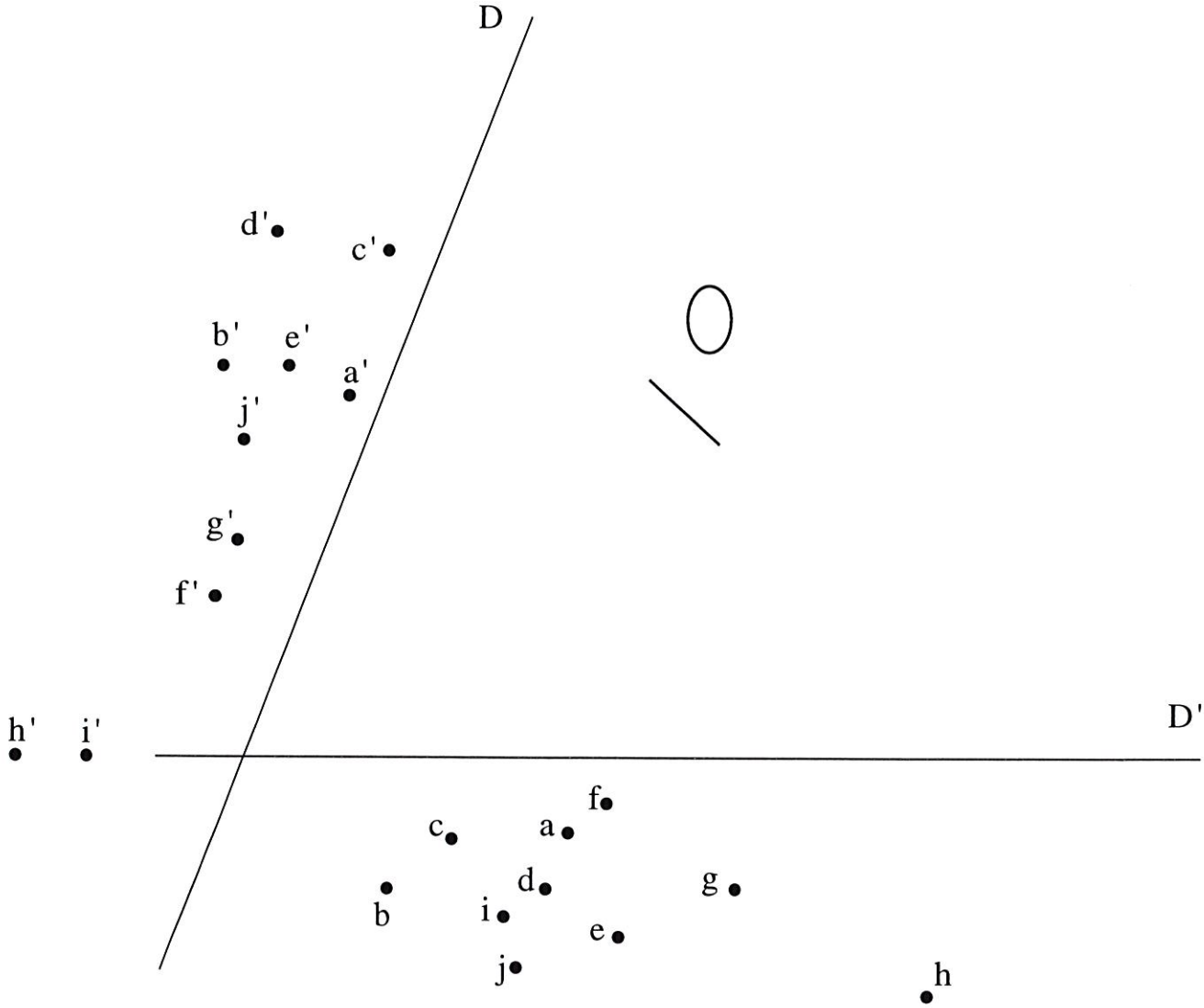




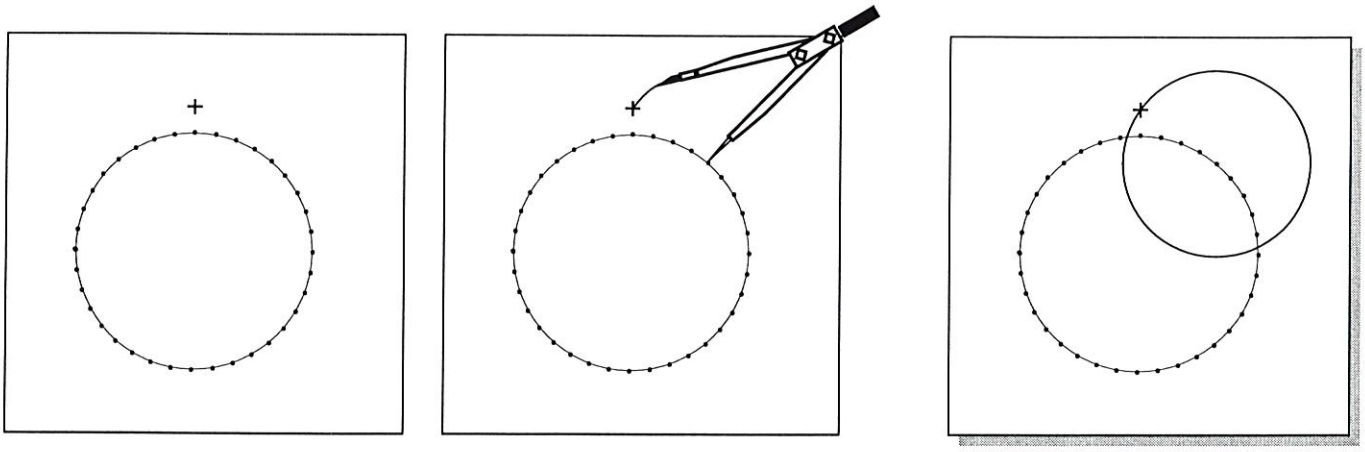


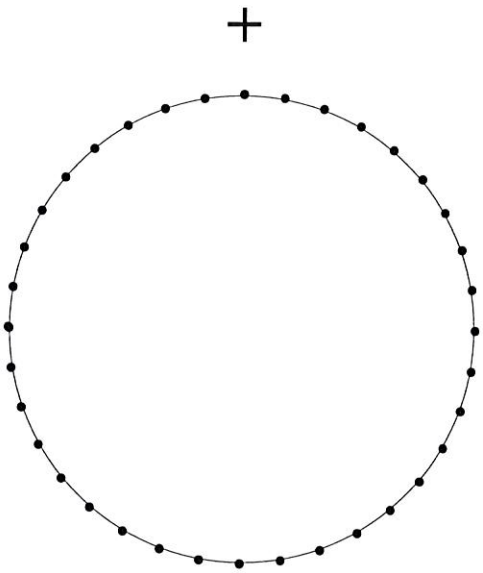
Choisis un point sur un côté de ce triangle et trace le circuit.

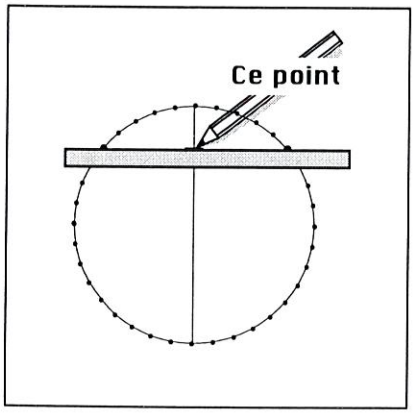


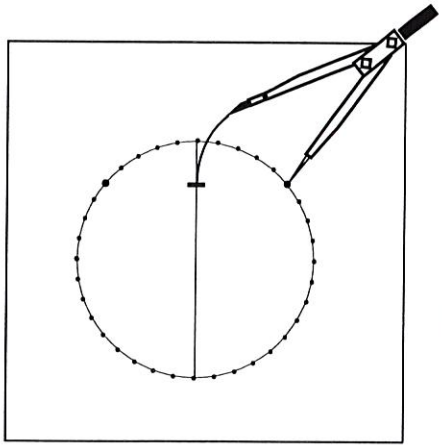


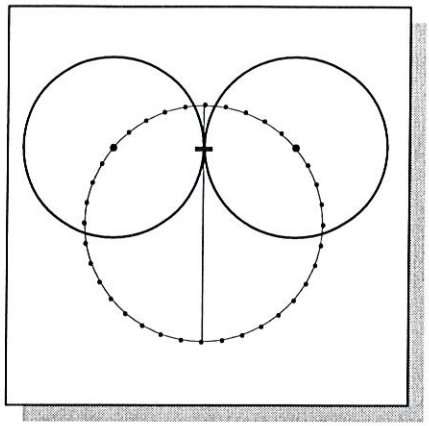
Place les points A, B, C, ... et trace la ligne brisée ABC.....J.

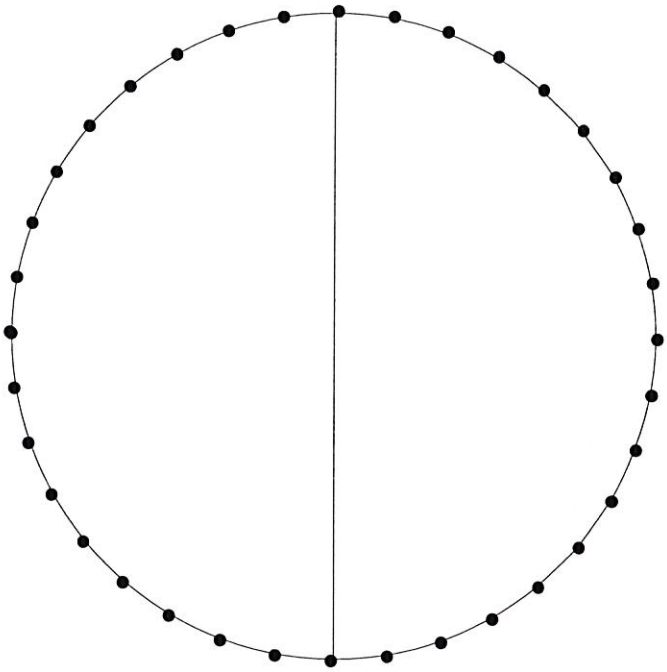


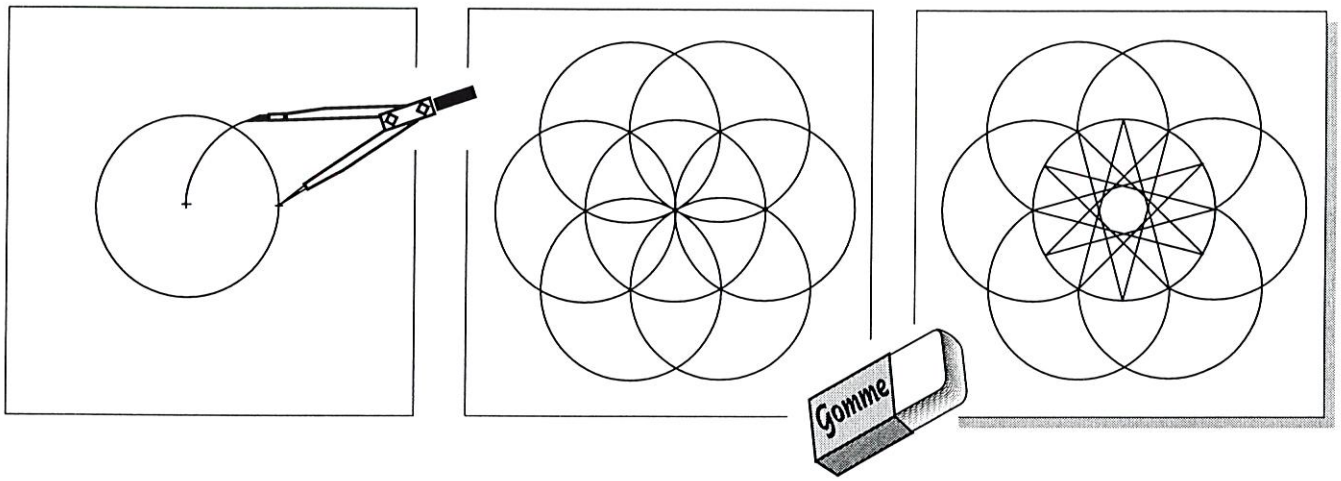


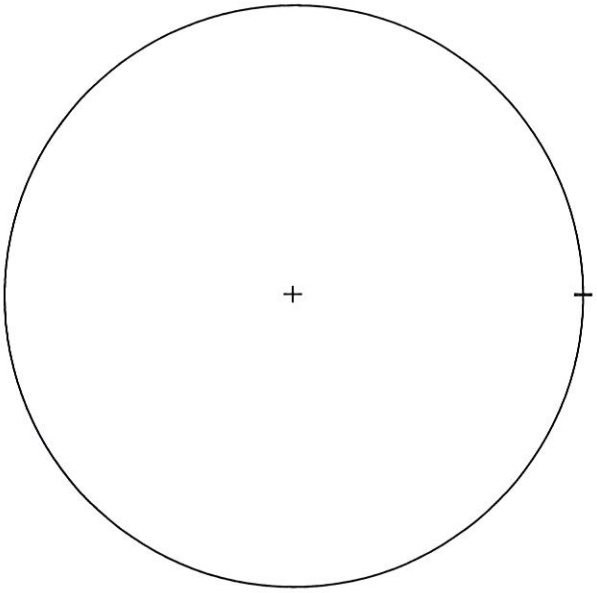

Ce point

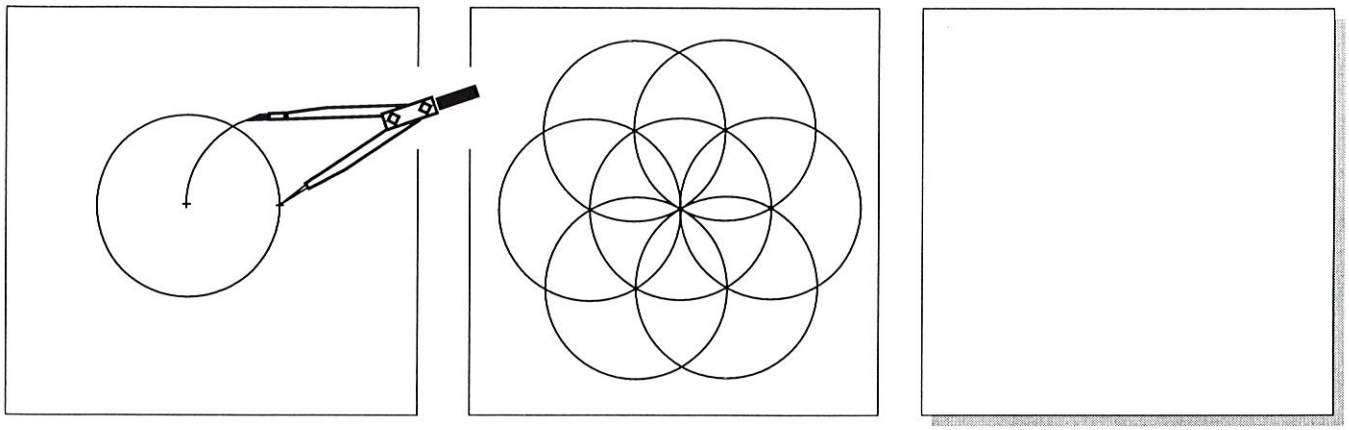


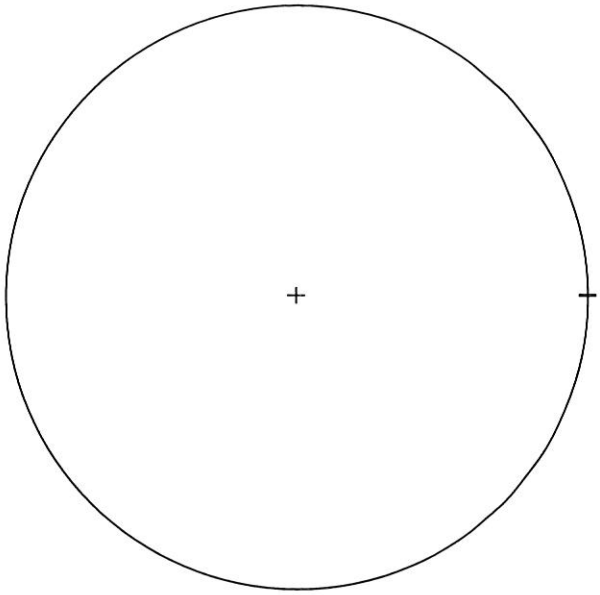


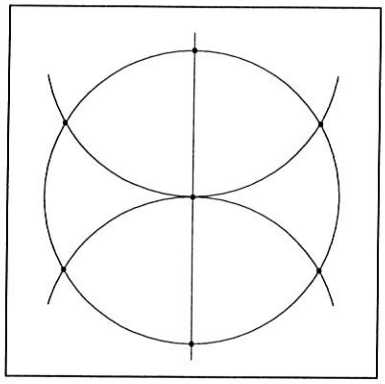


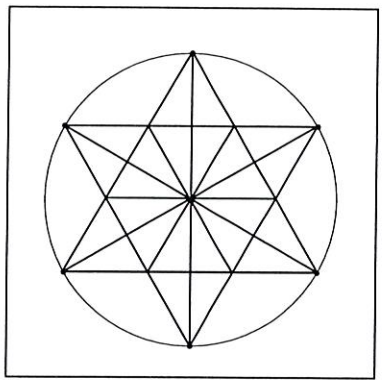

Gomme

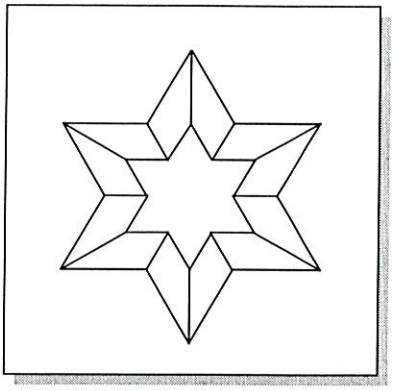


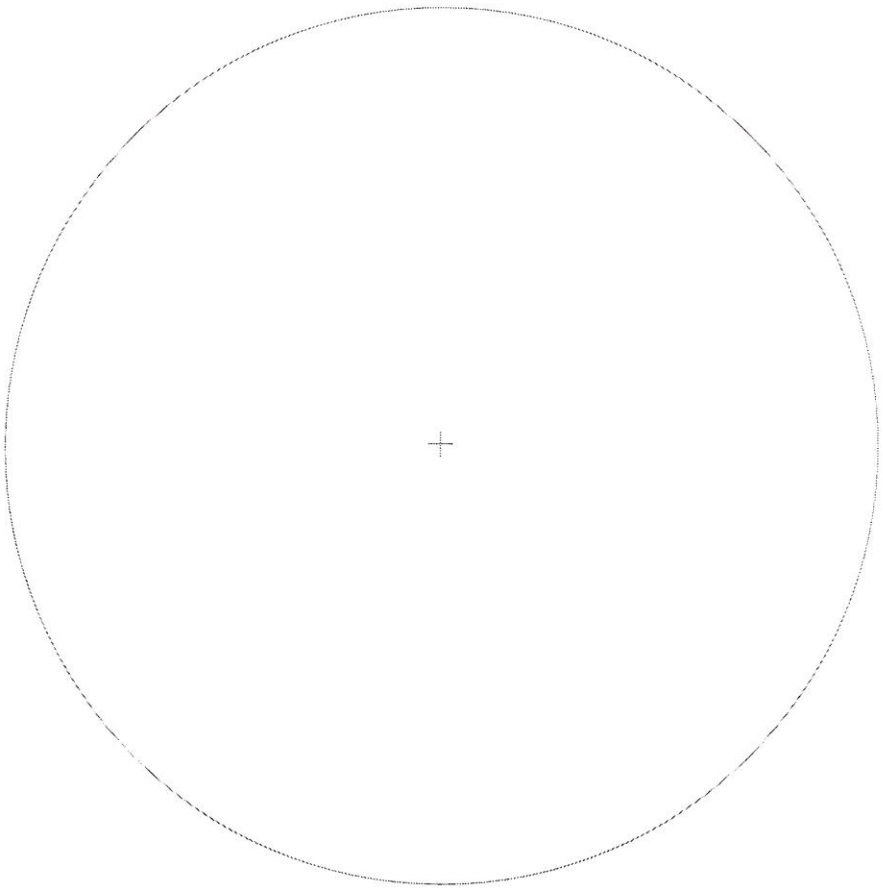


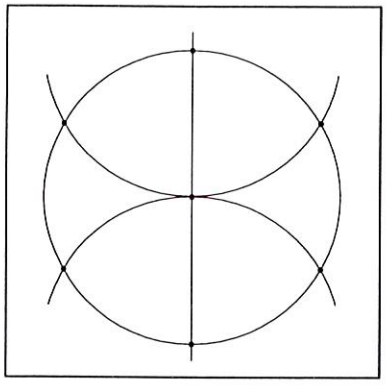


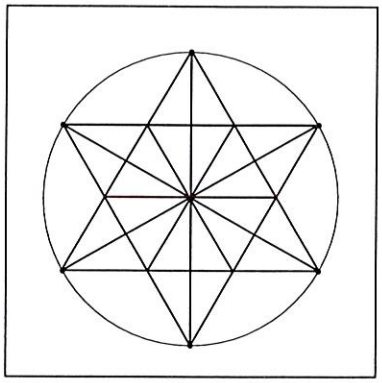


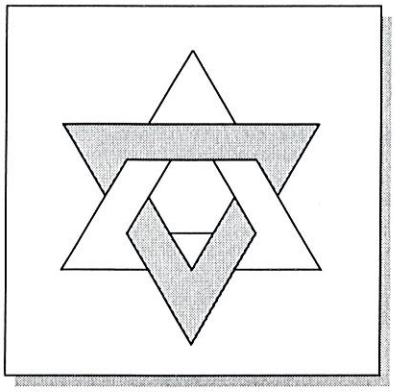


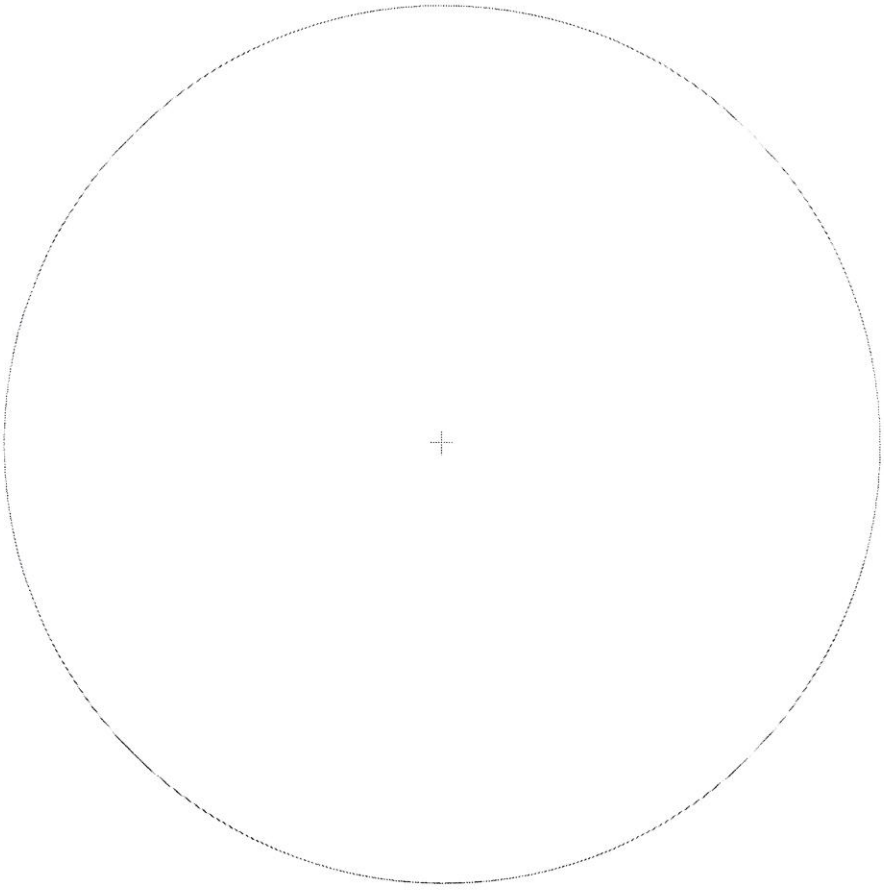






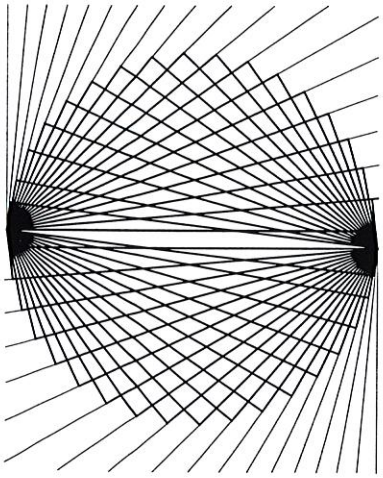




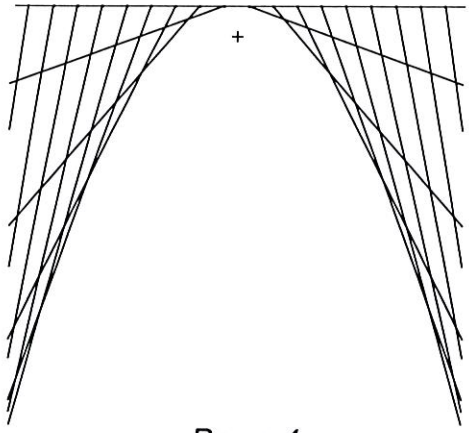


Annexes

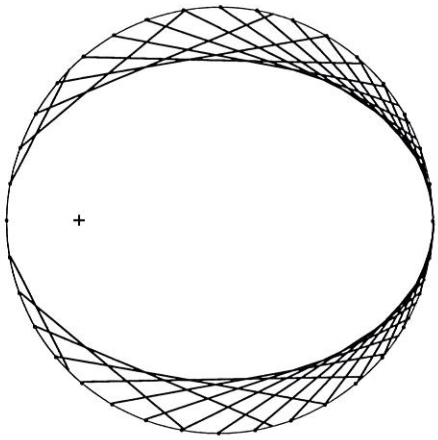
1. La règle et l'équerre pour tracer des perpendiculaires :



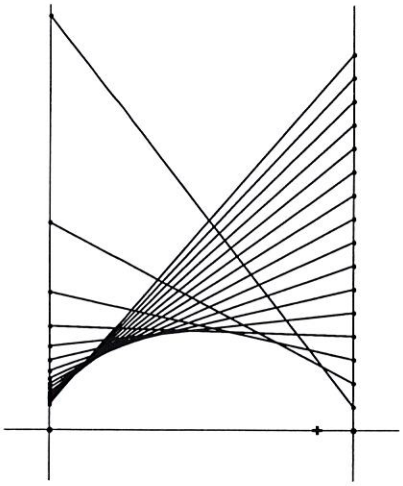
Page 3



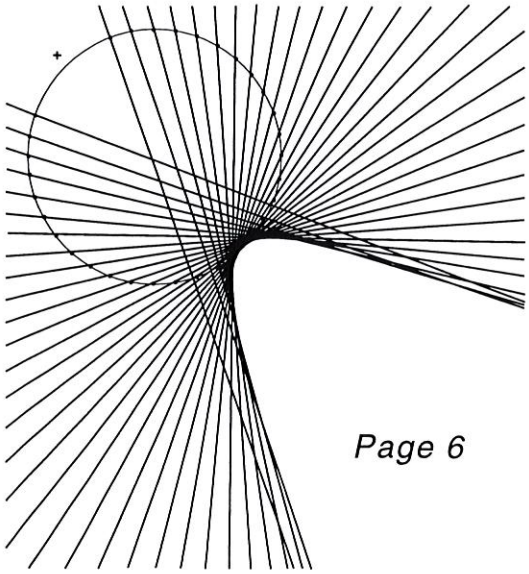
Page 4



Page 5



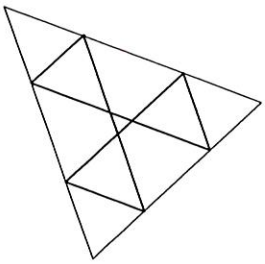
Page 7



Page 6

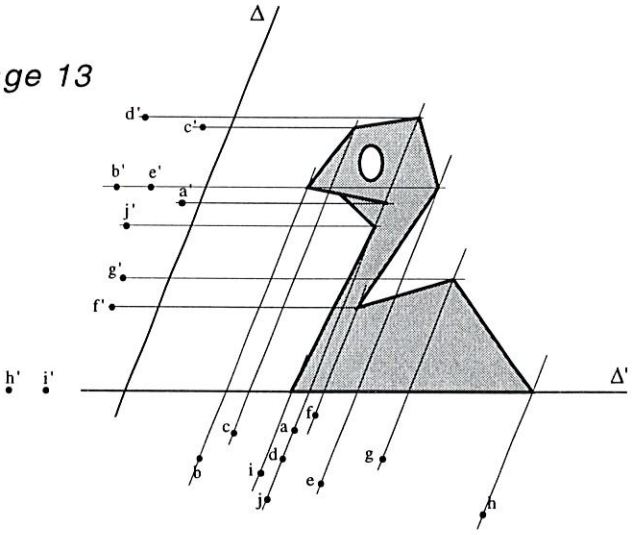
2. La règle et l'équerre pour tracer des parallèles :

Page 12



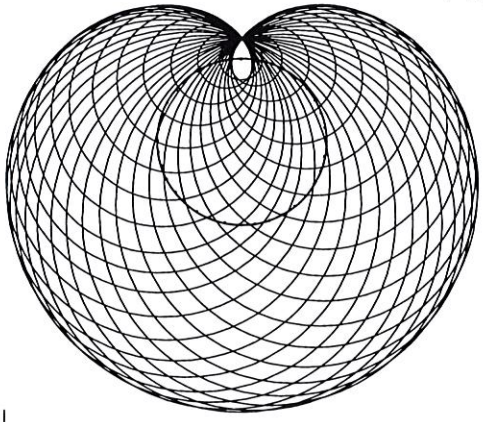
Les libres choix du point de départ et de la première direction permettent d'ouvrir un débat : fermeture du circuit, trajet minimum, ...

Page 13

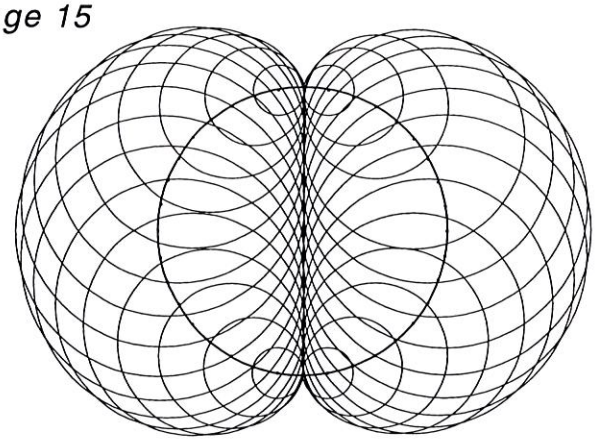


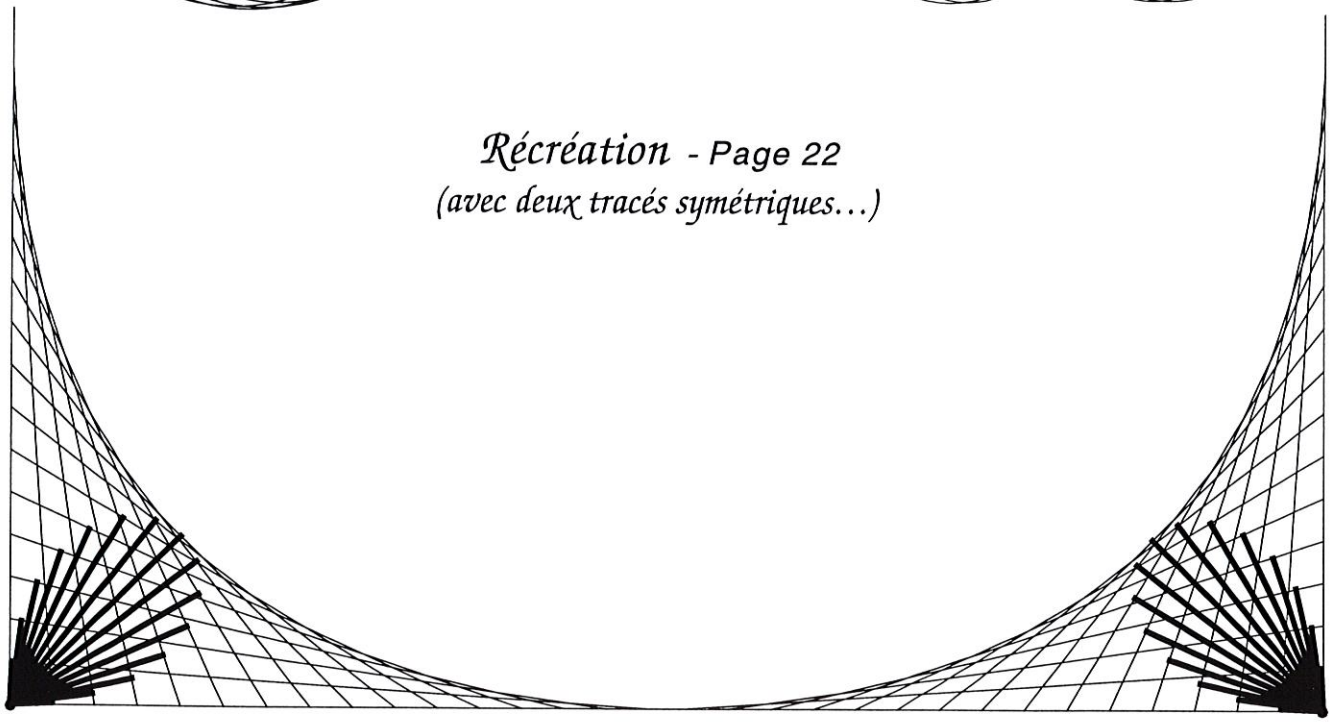
3. La règle et le compas :

Page 14



Page 15

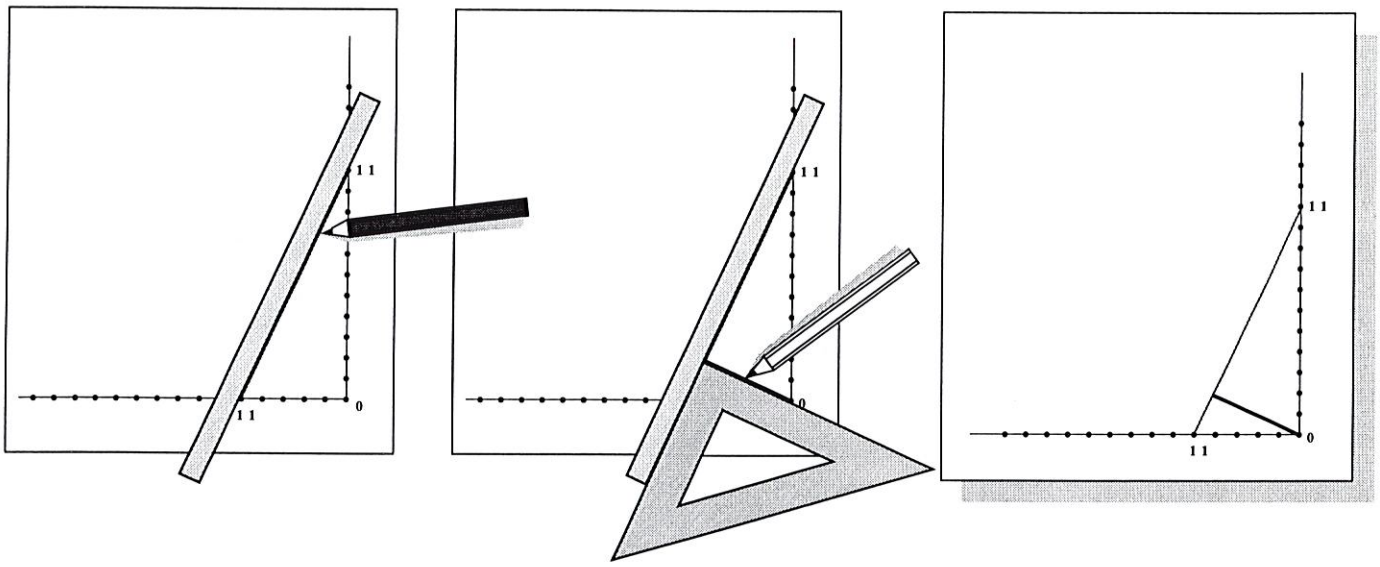


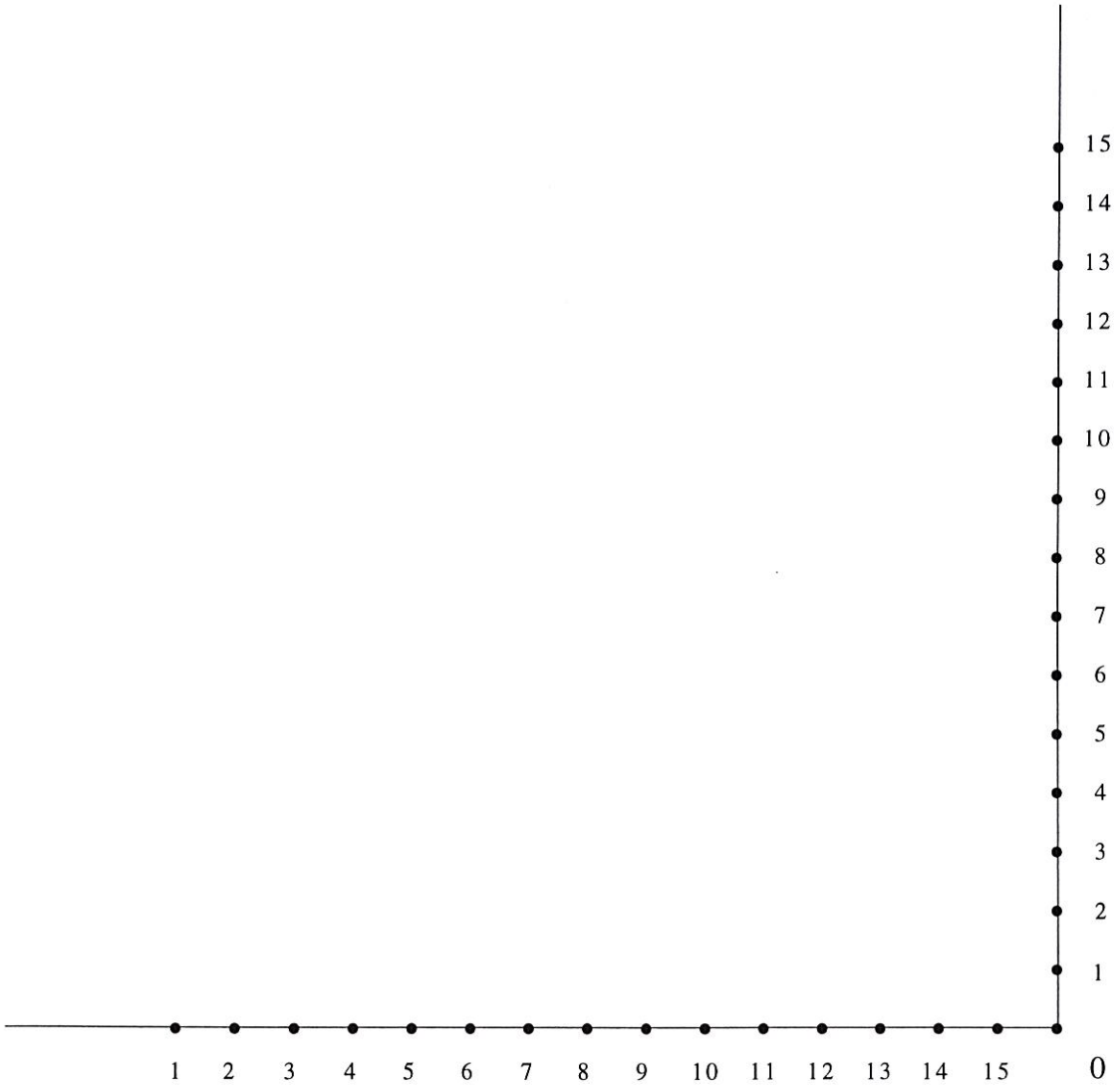


Récréation - Page 22

(avec deux tracés symétriques...)

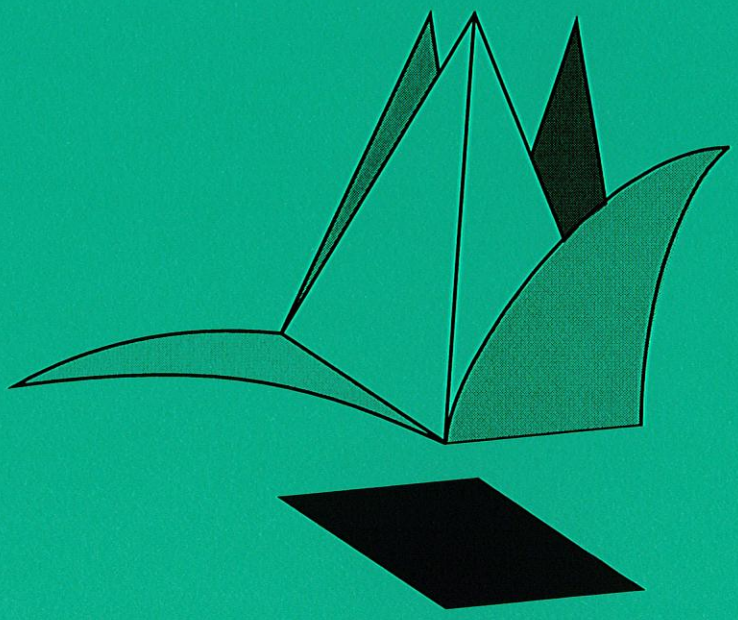
Récréation en **ROUGE** *et* **NOIR**





GEOMETRIE DANS L'ESPACE

PYRAMIDE



GEOMETRIE DANS L'ESPACE : PYRAMIDES

1 . Extraits des programmes de Quatrième (1996) :

A. TRAVAUX GÉOMÉTRIQUES

Contenu	Compétences exigibles
... 4. Pyramide et cône de révolution	Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule V = Bh/3.

Commentaires

L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la fabrication de patrons. Ces travaux permettront de consolider les images mentales relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité.
La recherche de l'aire latérale d'un cône de révolution peut être une activité de mise en œuvre de la proportionnalité. On pourra, à l'aide des formules d'aires ou de volumes, étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

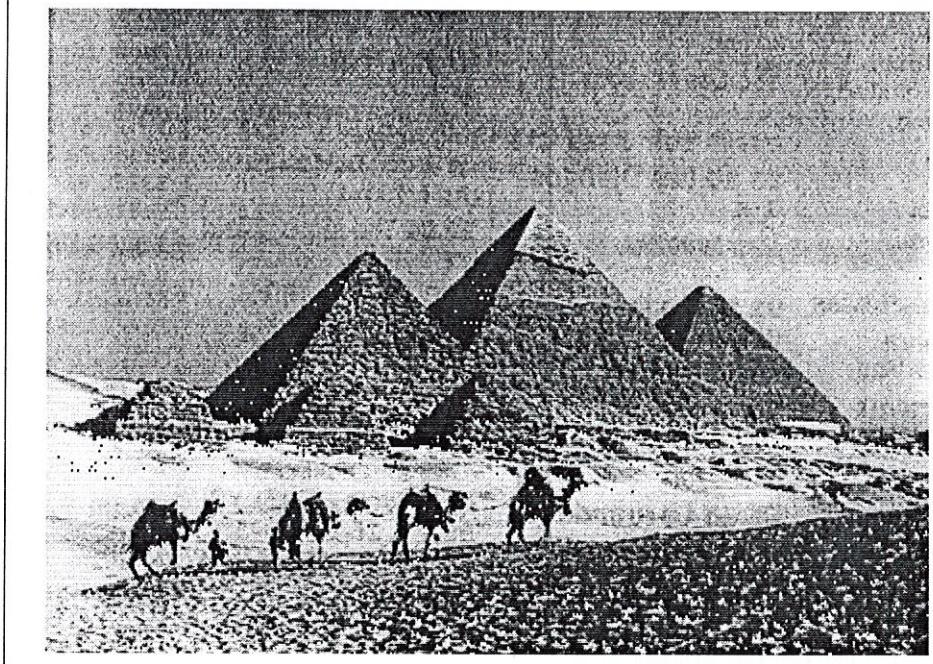
2 . Bibliographie :

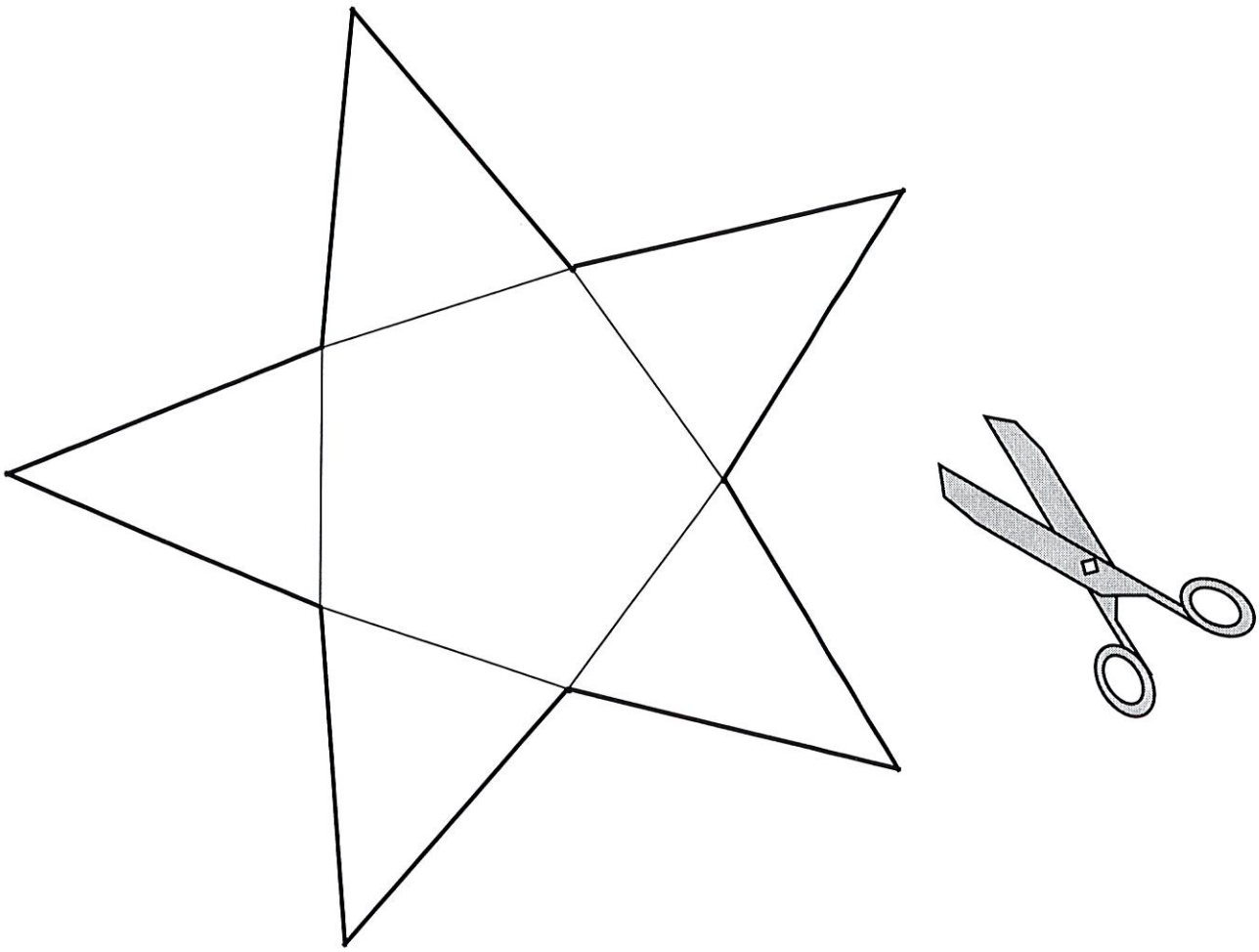
- GUIBERT J.; Suivi scientifique 5ème; Bulletin Inter-Irem Premier Cycle
- DELORD R. et MATHIAUD M.; Bulletin Inter-Irem liaison Collège- Seconde
- MATHERSHEAD L.; Investigation mathematics; Basil Blackwell - OXFORD
- Activités spaciales; *Irem Paris-Sud*
- Dessiner l'espace; *Irem de Lorraine*
- Dix fascicules pour vos élèves; *Galion thèmes*
- A. DELEDICQ - J.C. DELEDICQ - F. CASIN ; Jeux et découvertes mathématiques; ACL éd.
- Suivi scientifique 3 ème; Pyramide et cône; Bulletin inter-Irem Premier Cycle
- Document pour la formation des professeurs d'Ecole; Tome II; COPIRELEM PAU 92; *Irem de Bordeaux* éditeur
- HYPERCUBE; Editions Archimède N° 2 , (11/12/13) et 16

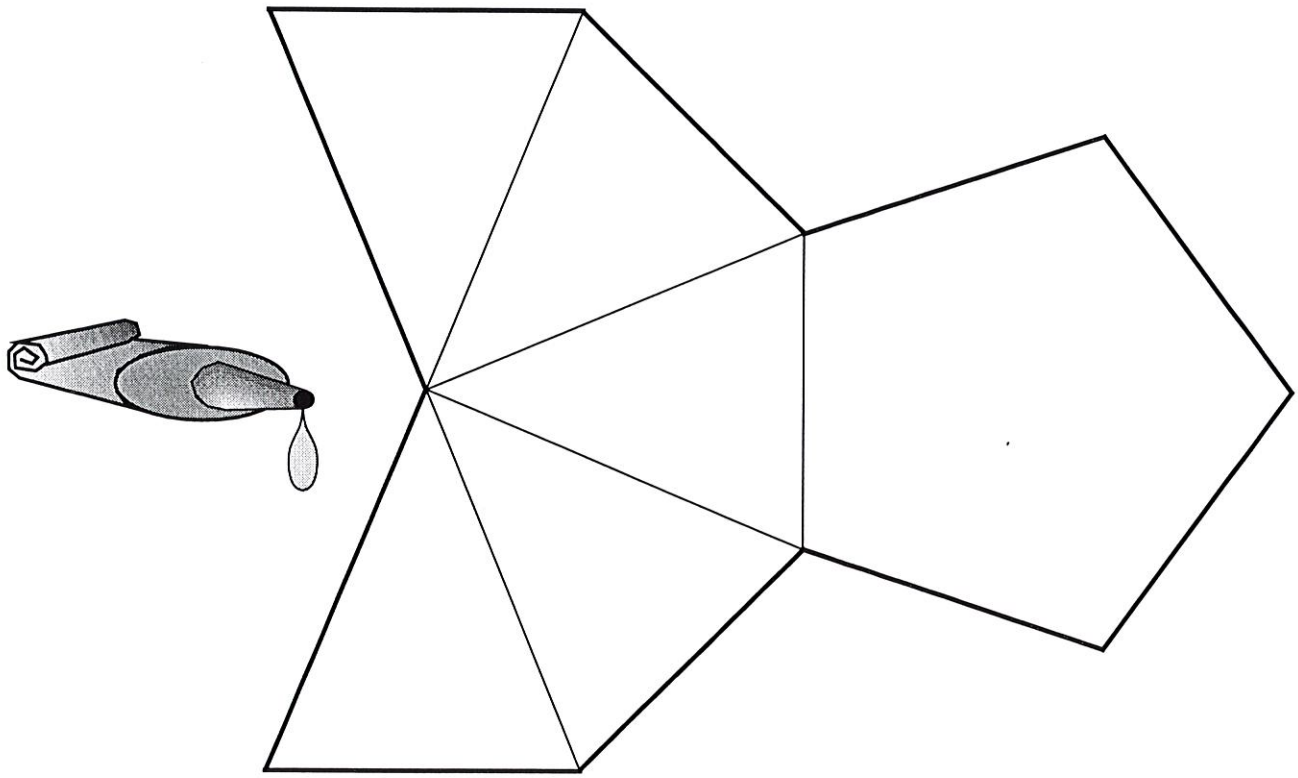
3. Points retenus

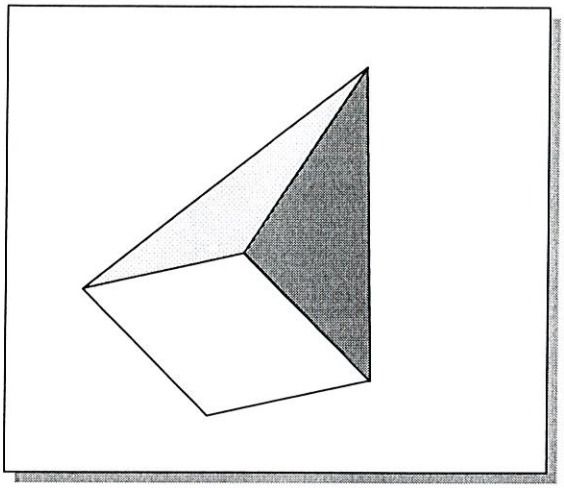
- Patrons de pyramides : constructions et conditions de réalisations (pages 3 à 11);
- Lecture de patrons, conservation des propriétés spatiales (pages 10 à 15)
- Propriétés de la perspective cavalière : plan frontal et vraie grandeur (pages 16 et 17)
- Correspondances : perspective ⟷ patrons (pages 18 à 21)
- Sections d'un cube : quelques pyramides particulières (pages 22 à 27)

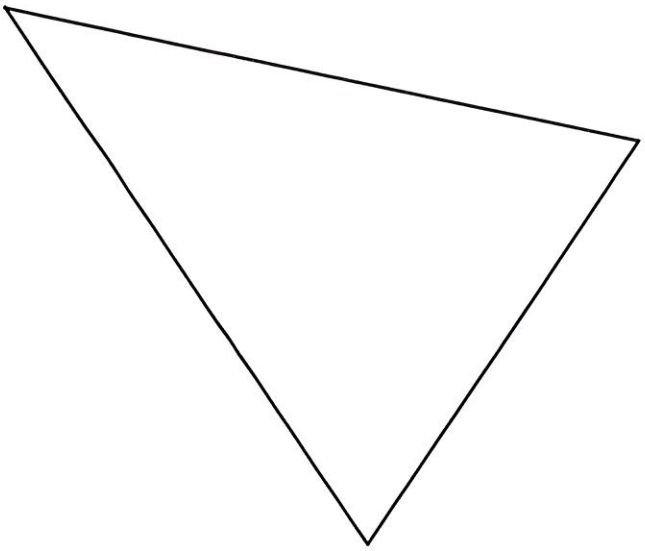
Pour des raisons de présentation, les objectifs et commentaires d'accompagnement des activités ont été placés en fin de chapitre (page 31)



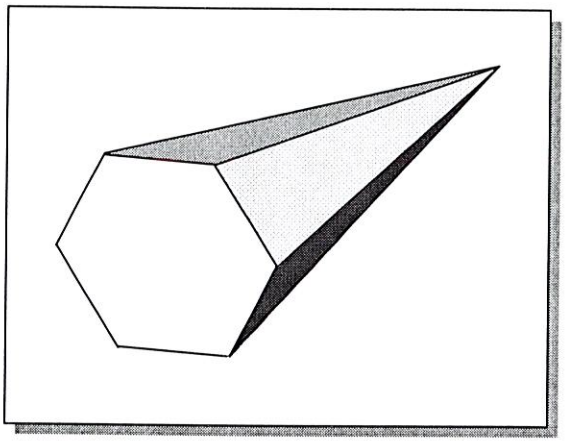


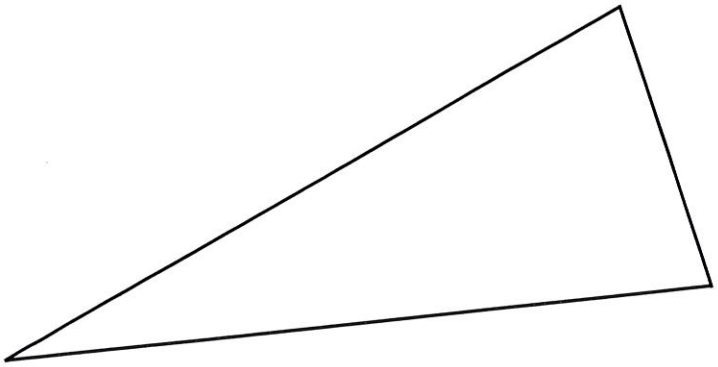




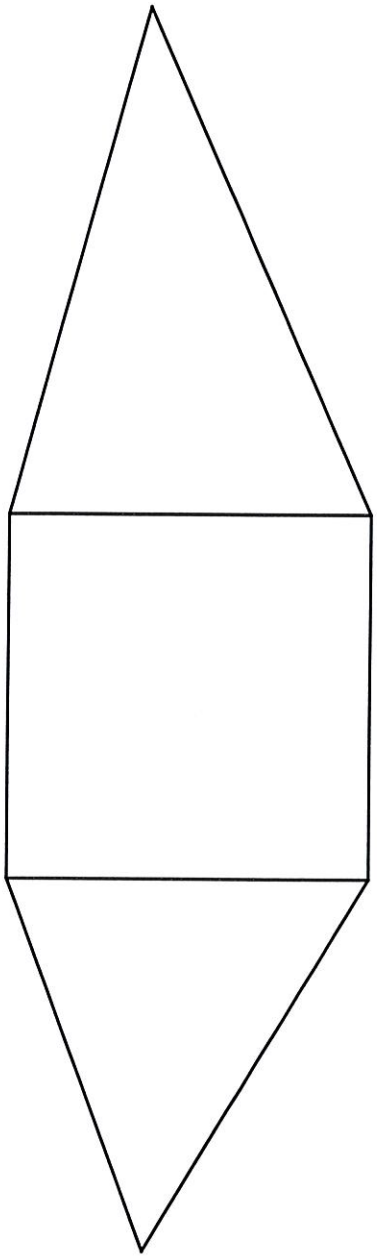


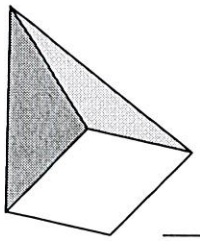
Trace un patron de la pyramide régulière à base carrée, à partir de la face donnée.



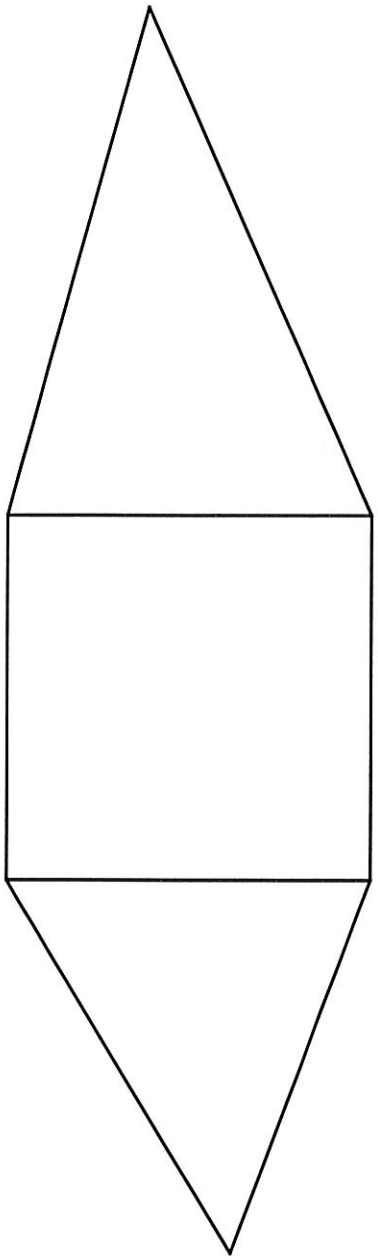


Trace un patron de la pyramide régulière à base hexagonale, à partir de la face donnée.

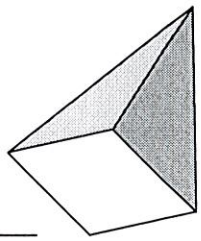


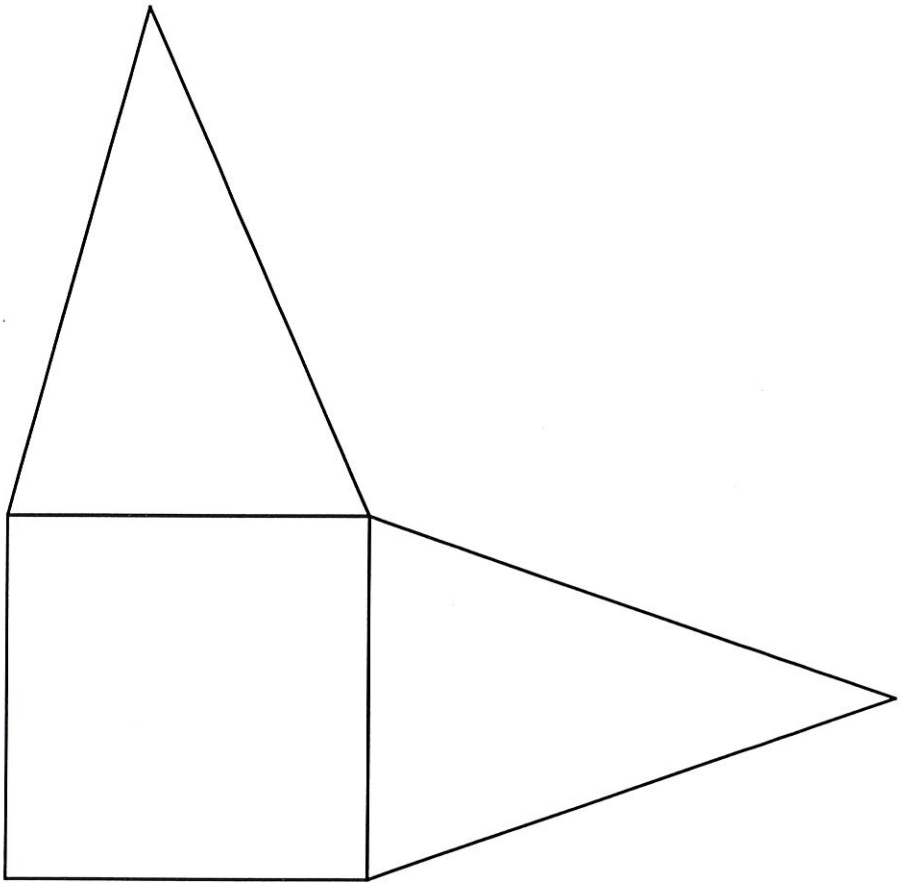


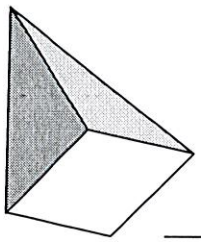
Peux-tu compléter le dessin pour obtenir le patron d'une pyramide à base carrée ?



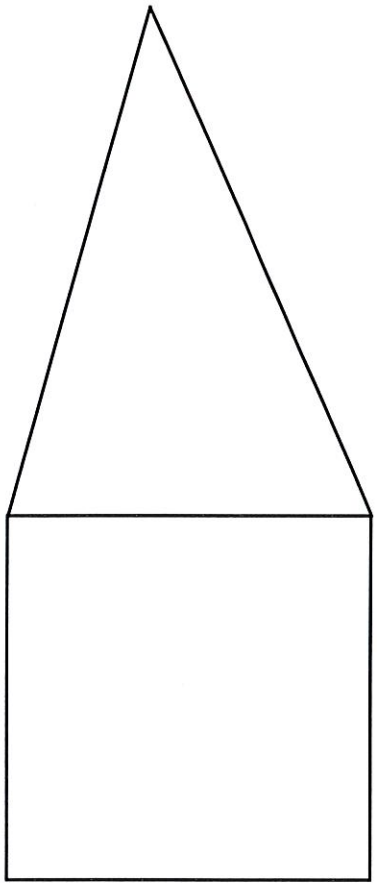
Peux-tu compléter le dessin pour obtenir le patron d'une pyramide à base carrée ?



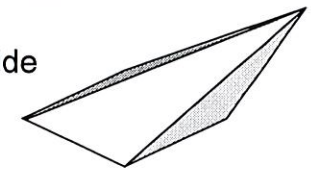


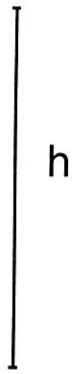


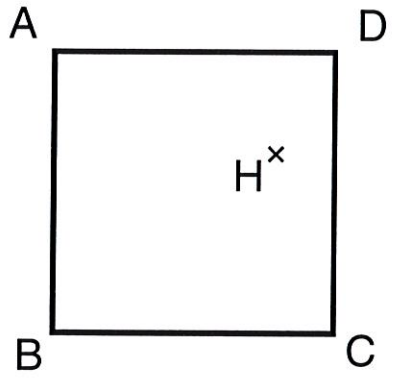
Peux-tu compléter le dessin pour obtenir le patron d'une pyramide à base carrée ?

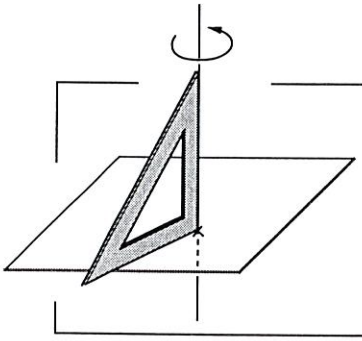


Peux-tu compléter le dessin pour obtenir le patron d'une pyramide à base carrée, telle que le projeté orthogonal de son sommet sur le plan de la base soit extérieur au carré ?

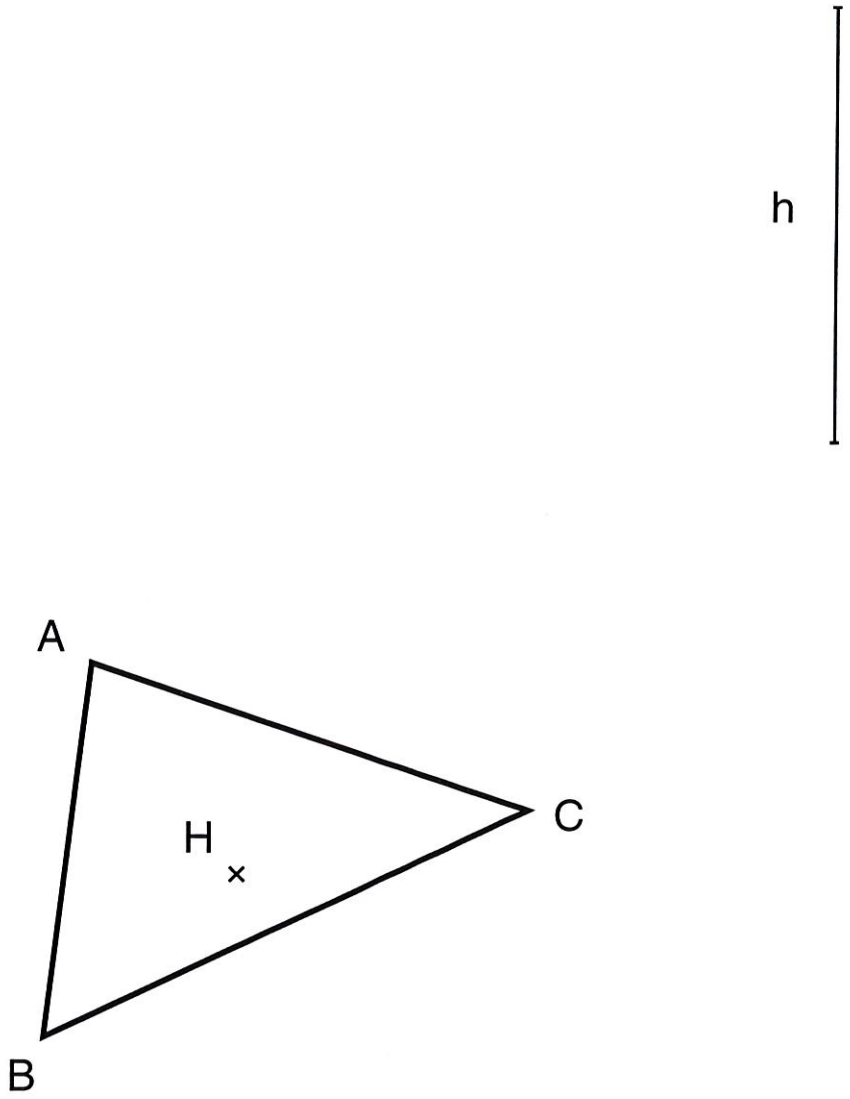




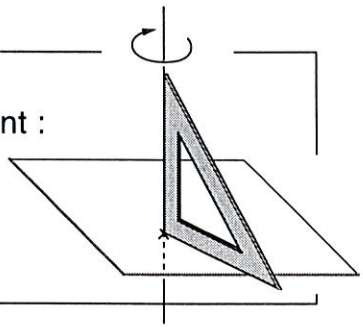


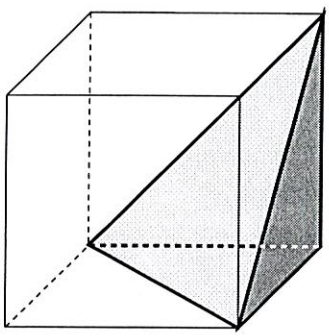


Construis le patron d'une pyramide à base carrée connaissant :
- la base ABCD,
- H le projeté orthogonal du sommet sur le plan de base,
- h la hauteur de la pyramide

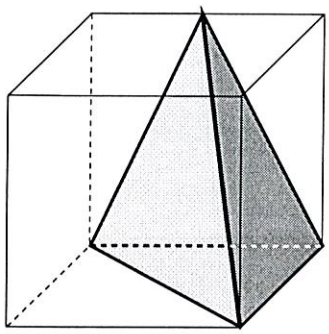


Construis le patron d'une pyramide à base triangulaire connaissant :
- la base ABC,
- H le projeté orthogonal du sommet sur le plan de base,
- h la hauteur de la pyramide

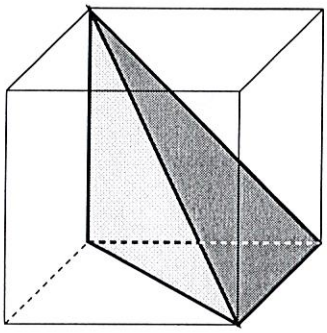




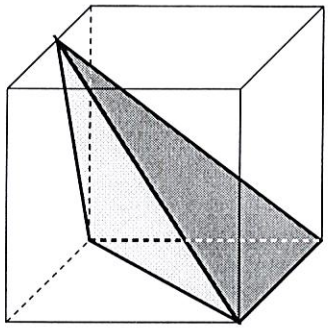
1



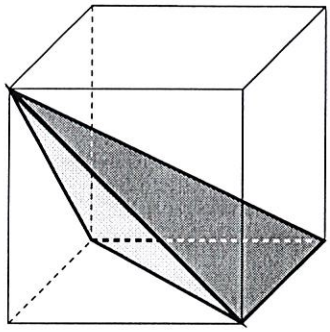
2



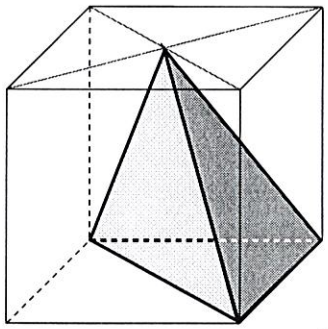
3



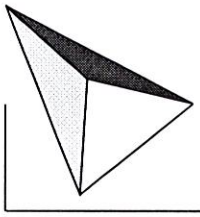
4



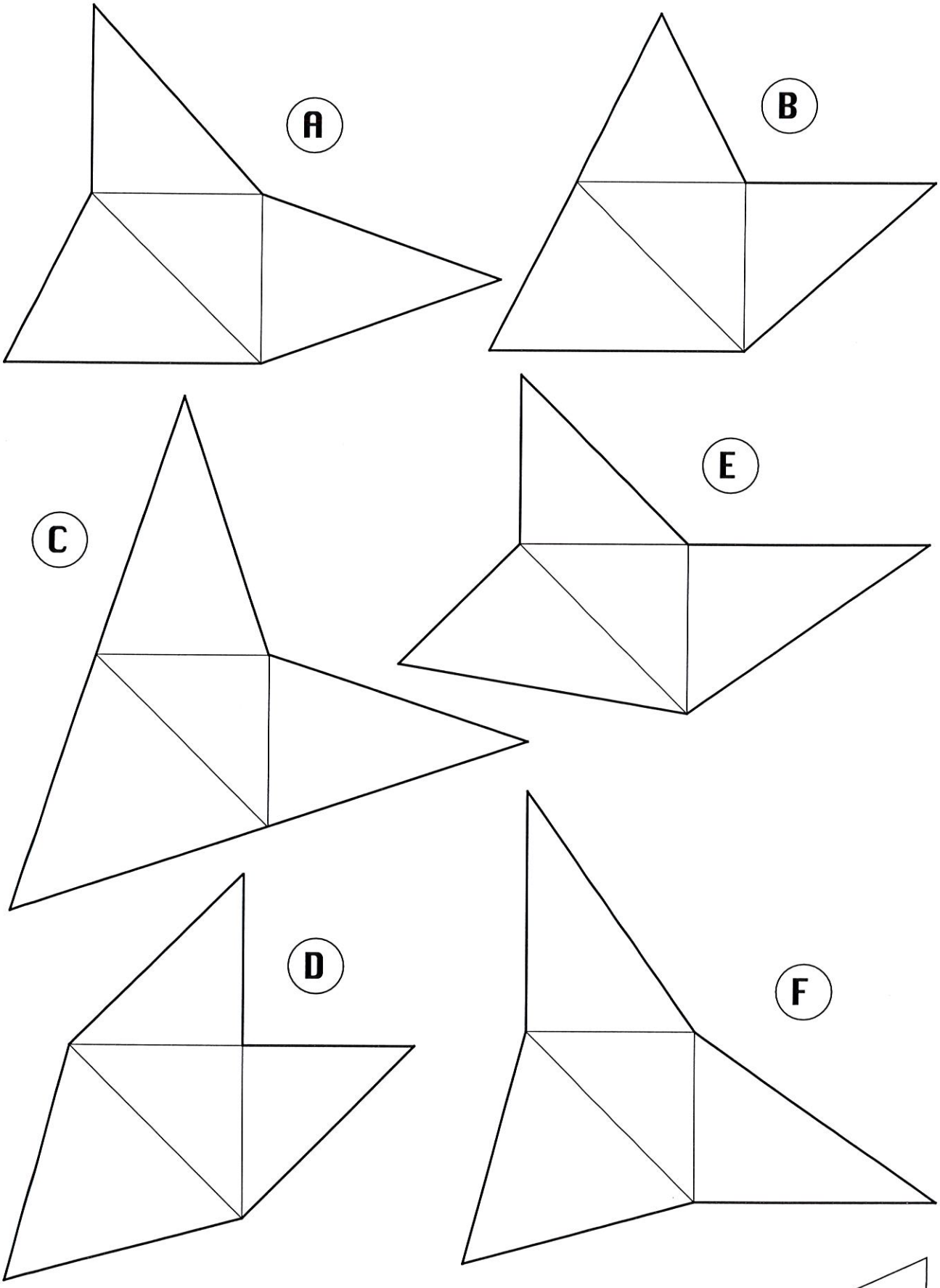
5



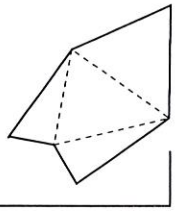
6

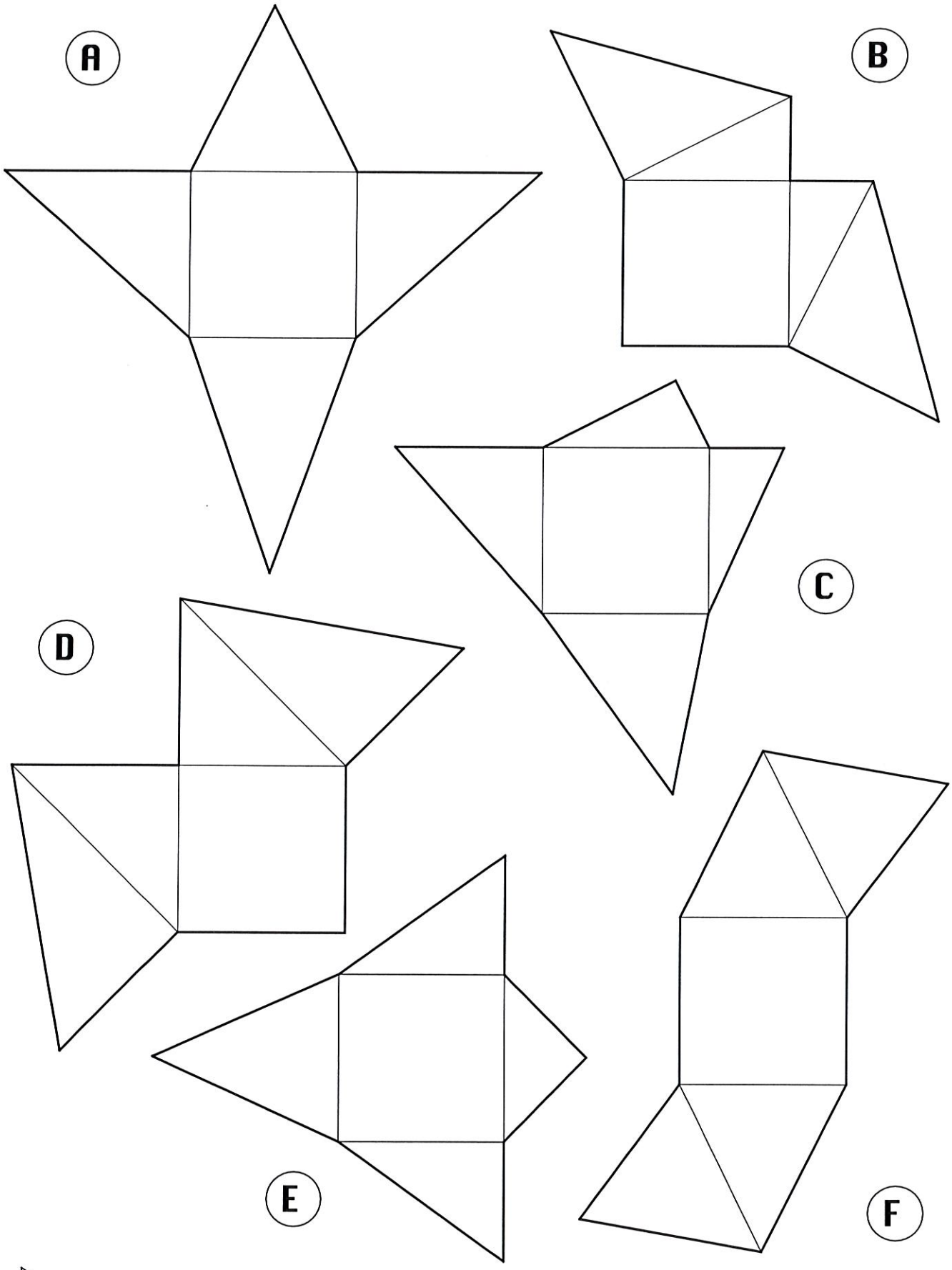


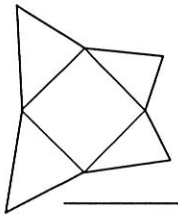
A chaque pyramide ...



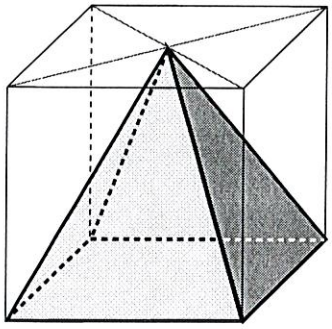
... son patron.



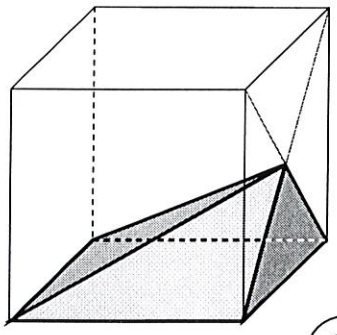




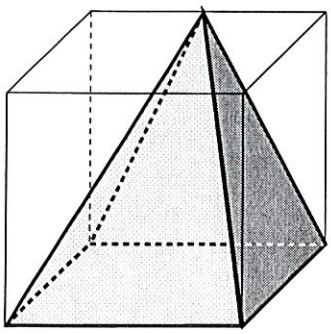
A chaque patron ...



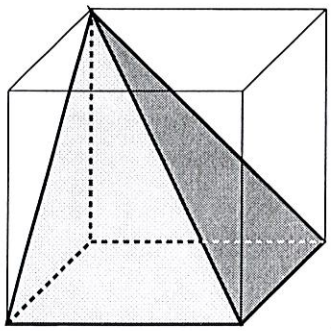
1



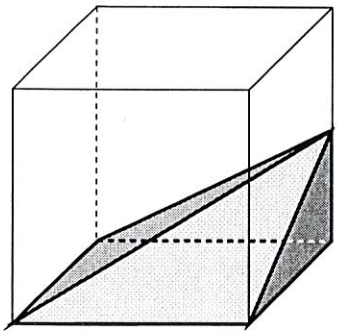
2



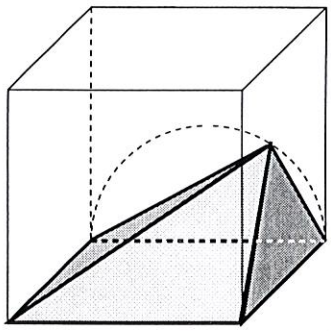
3



4

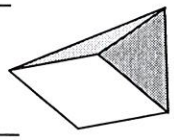


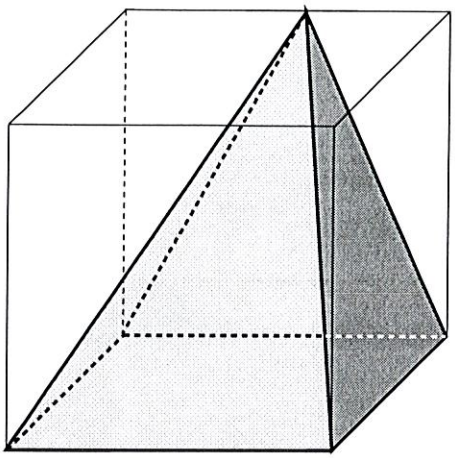
5

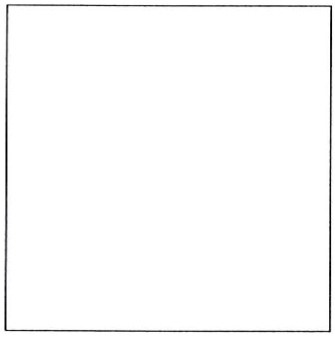


6

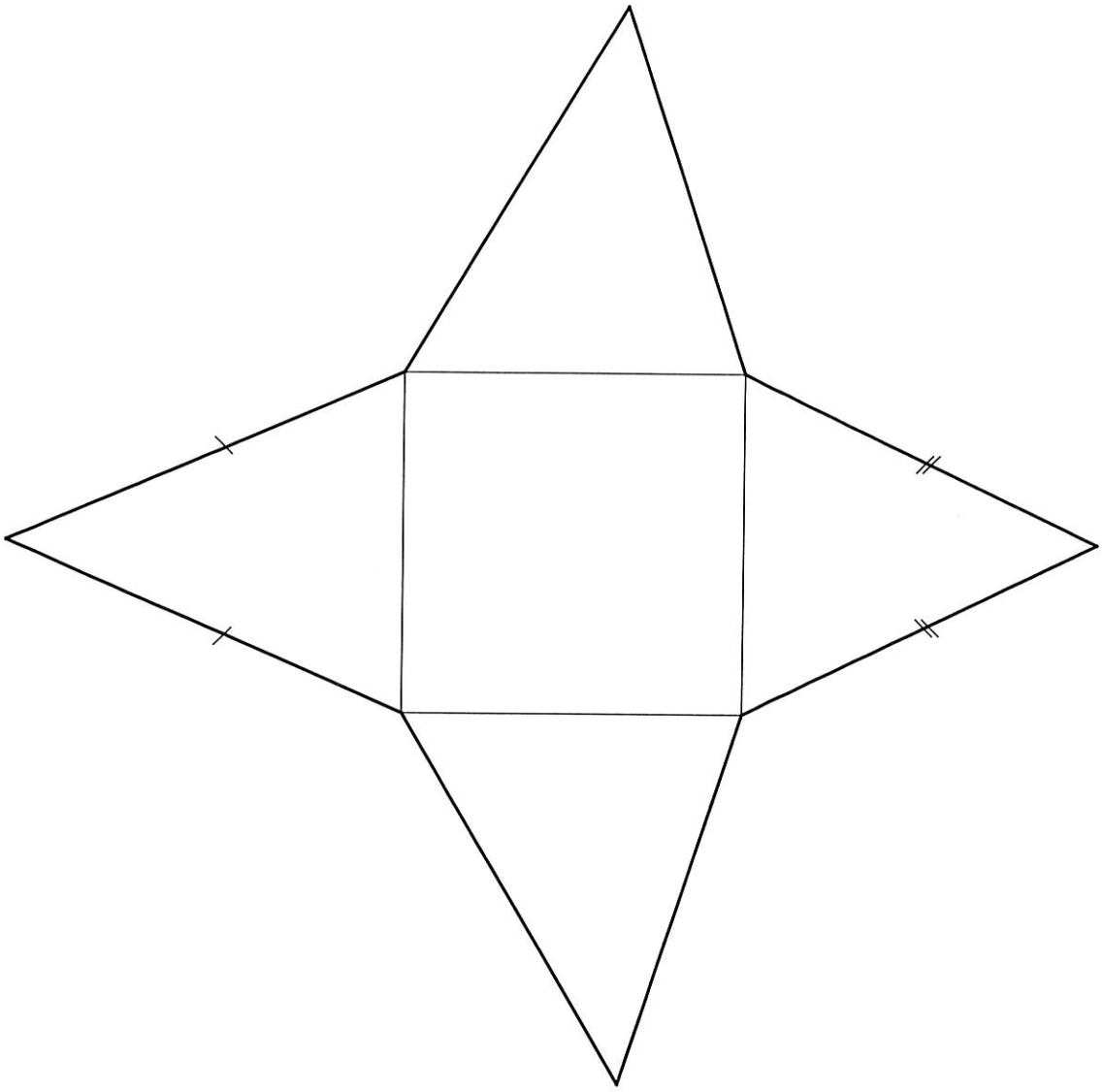
... sa pyramide.





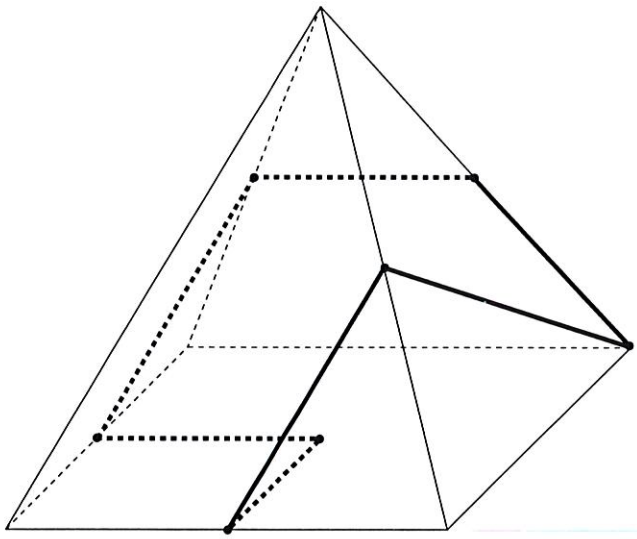


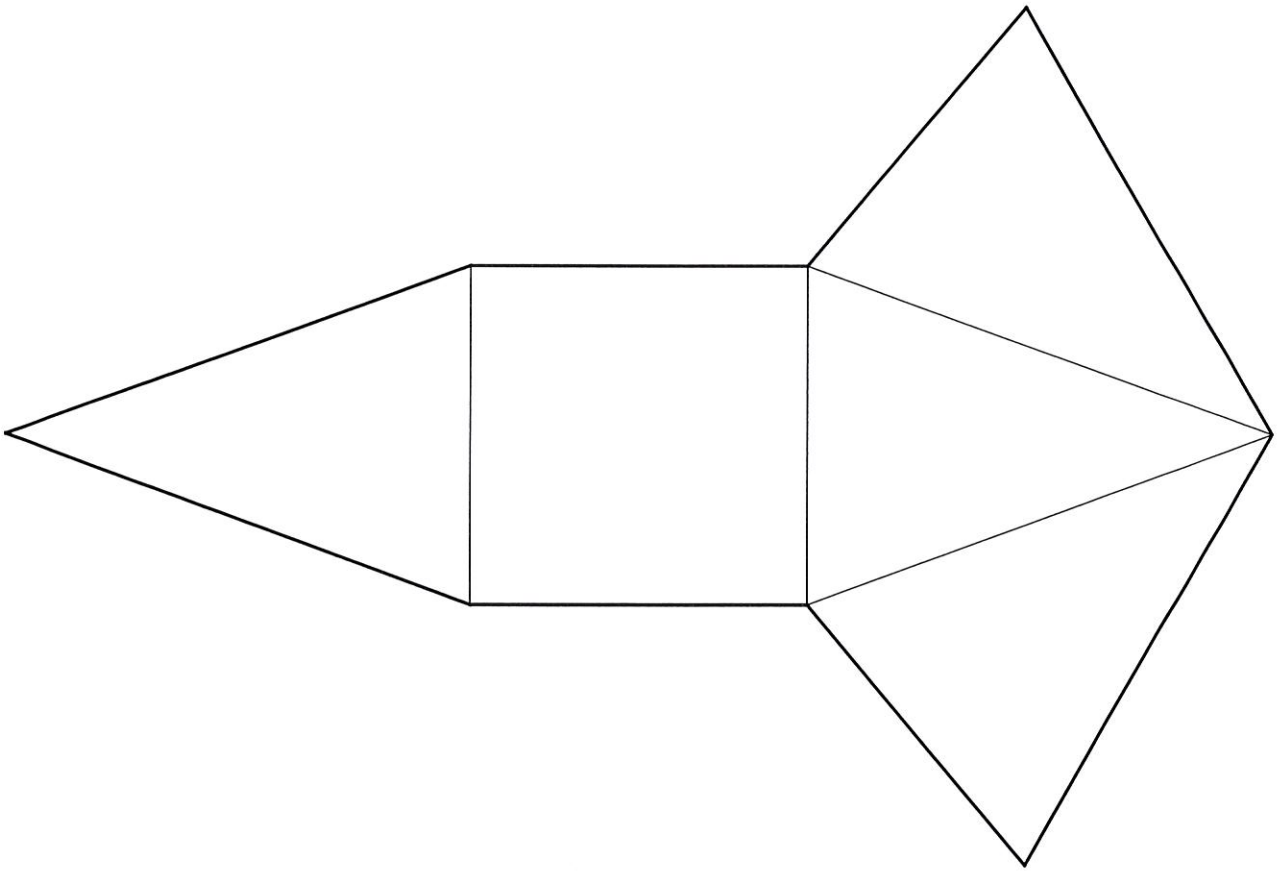
Trace un patron de la pyramide dessinée en perspective cavalière.

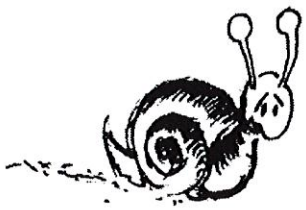


Dessine en perspective cavalière, à partir de la base déjà tracée,
la pyramide dont le patron est donné .

L'escargot



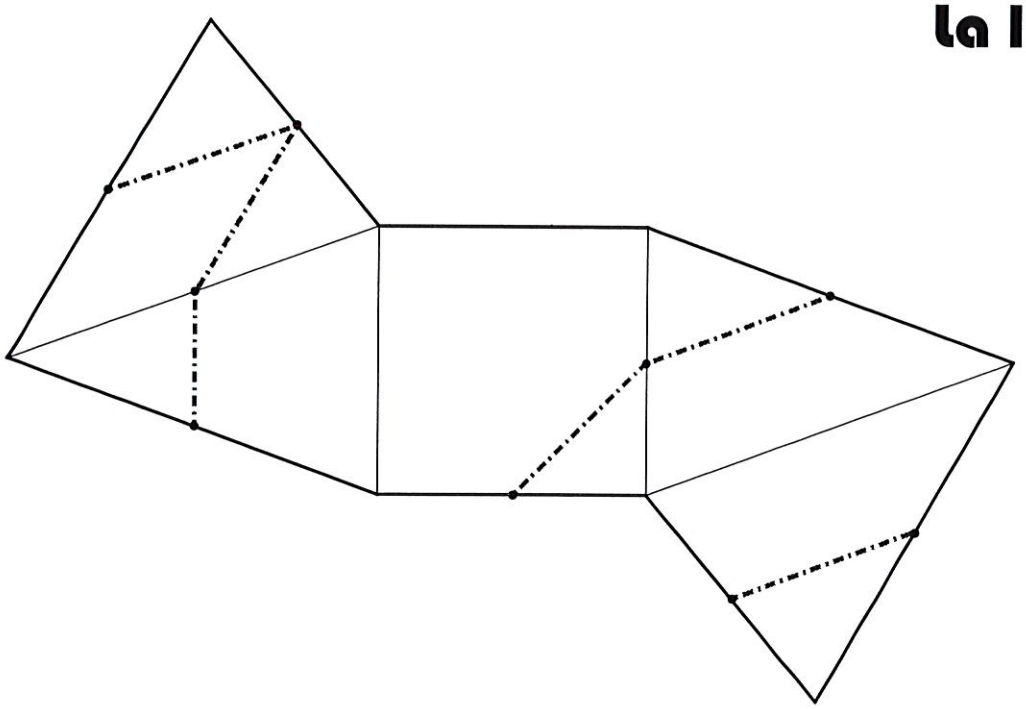


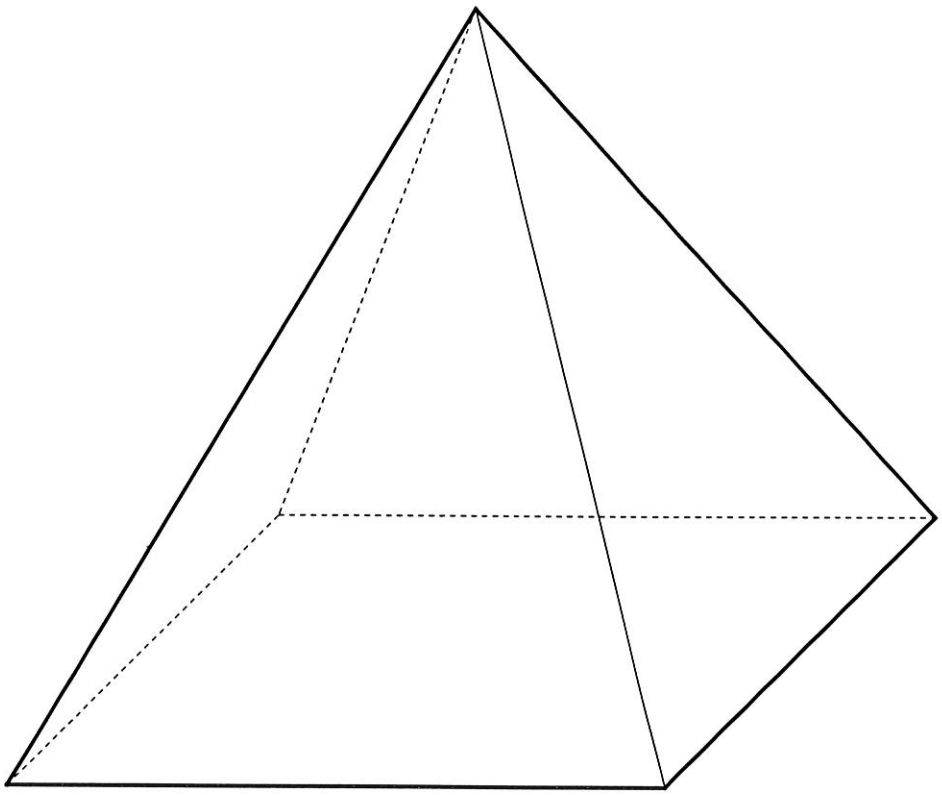


Dessine sur le patron la trace laissée par l'escargot en se déplaçant sur les faces de la pyramide.

N.B. les points particuliers sont des milieux d'arêtes.

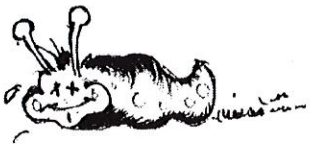
la limace





Trace sur le dessin en perspective de la pyramide le chemin suivi par la limace, d'après les traces qui apparaissent sur le patron.

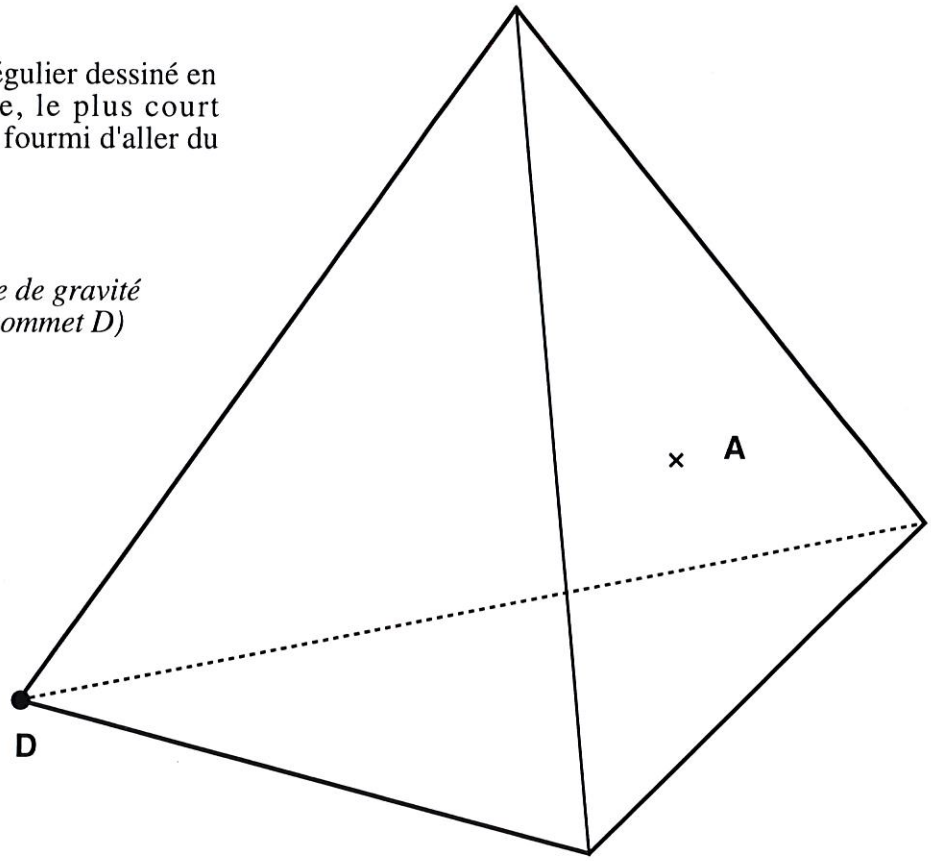
N.B. les points particuliers sont des milieux d'arêtes.

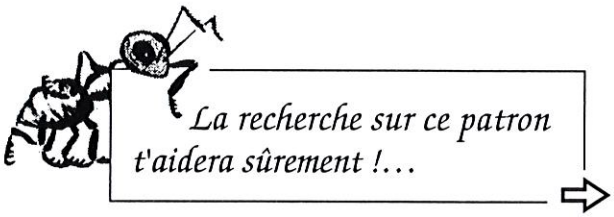


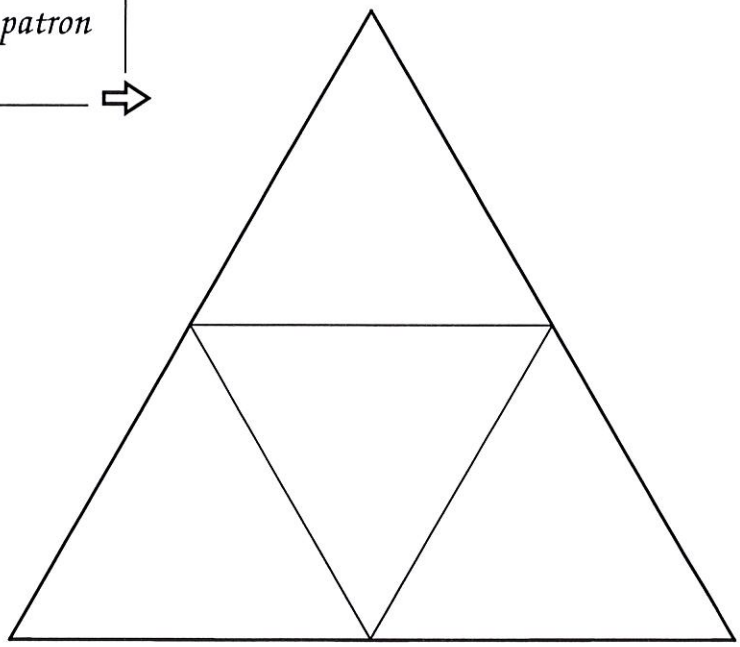
la fourmi

Trace, sur le tétraèdre régulier dessiné en perspective cavalière, le plus court chemin permettant à la fourmi d'aller du point D au point A.

(Le point A est le centre de gravité de la face opposée au sommet D)



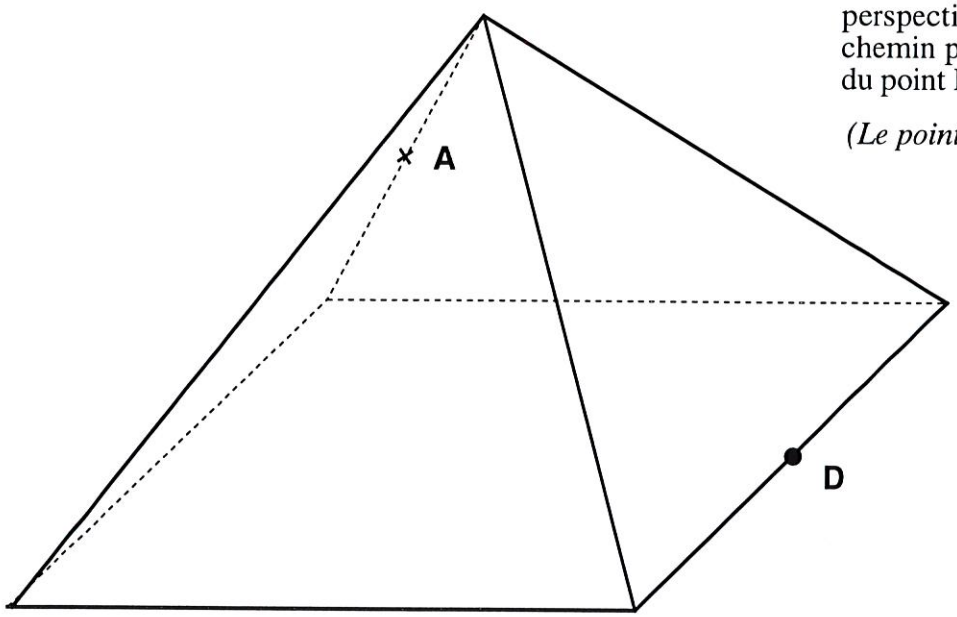


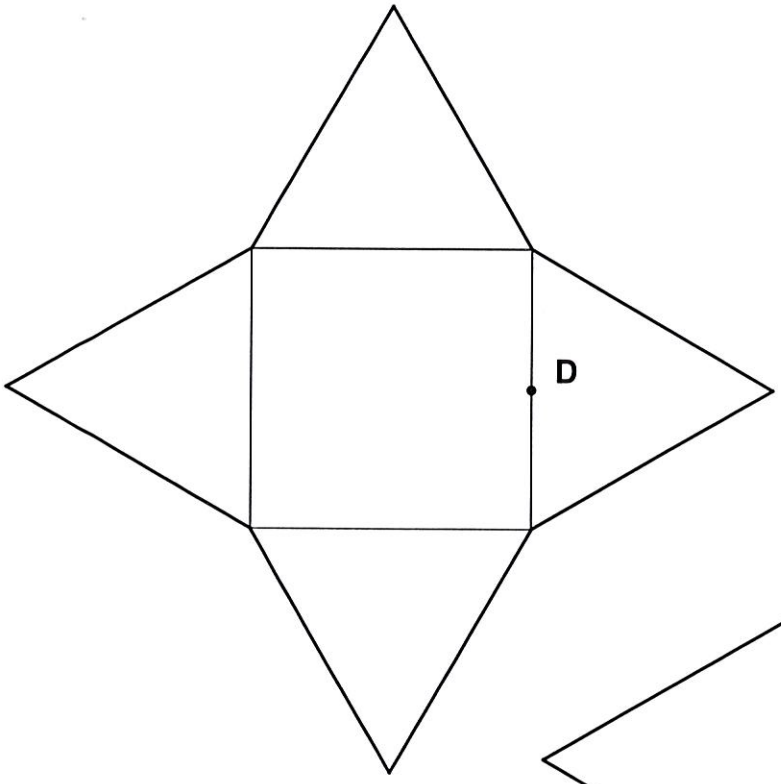


le mulot

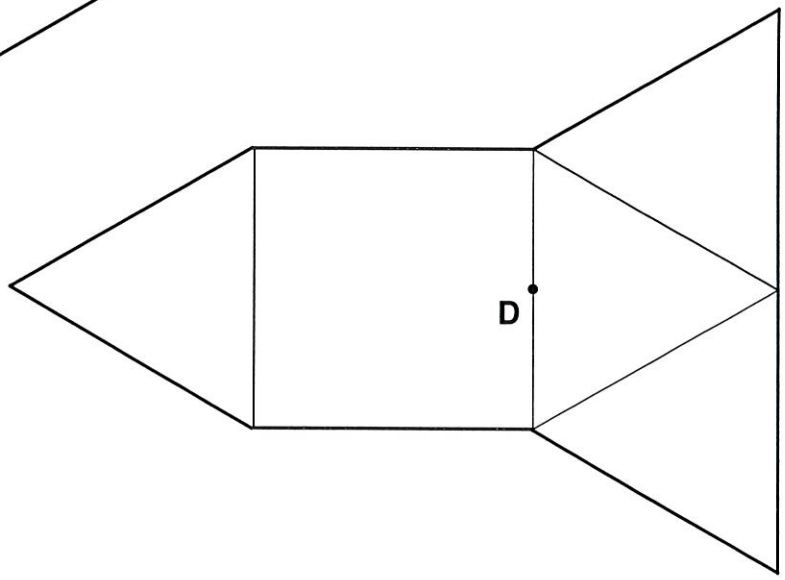
Trace sur la pyramide dessinée en perspective cavalière, le plus court chemin permettant au mulot d'aller du point D au point A.

(Le point A est le milieu de l'arête)

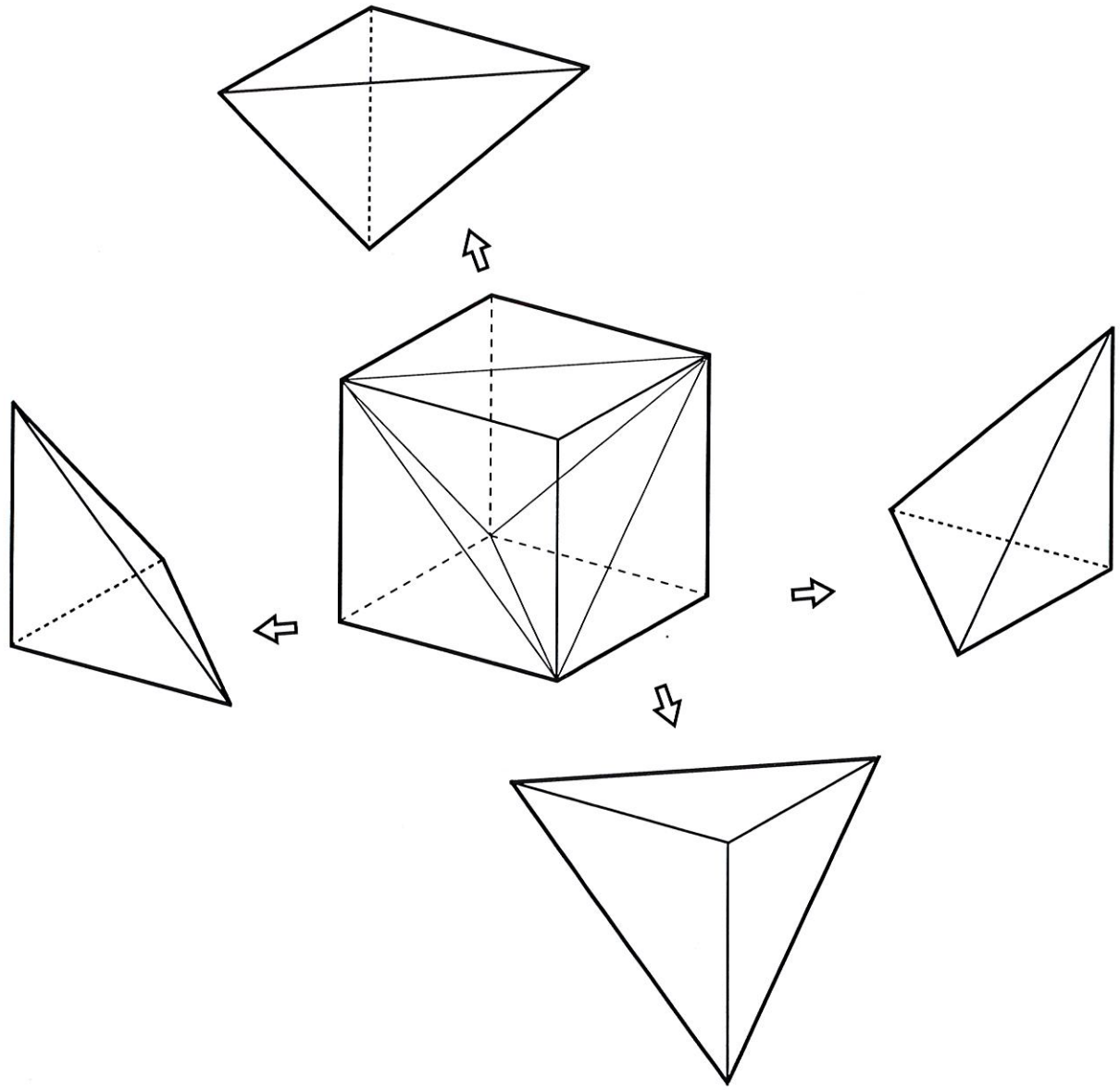


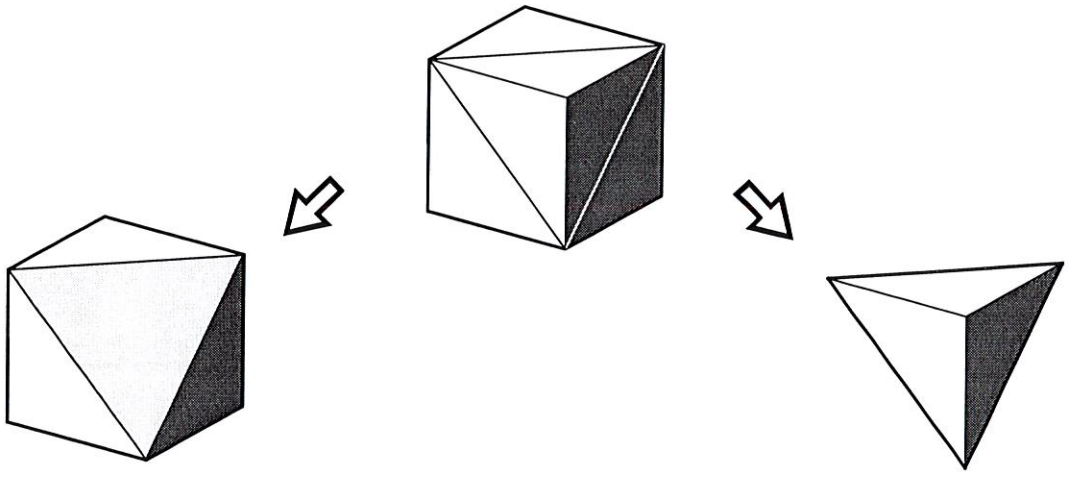


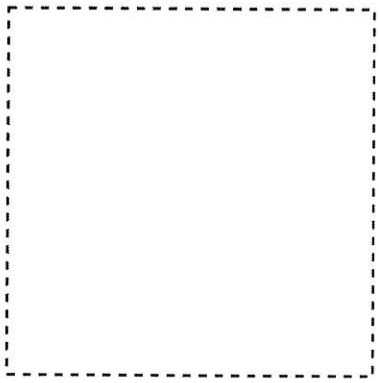
La recherche sur ces patrons t'aidera sûrement !...



5 pyramides pour faire 1 cube

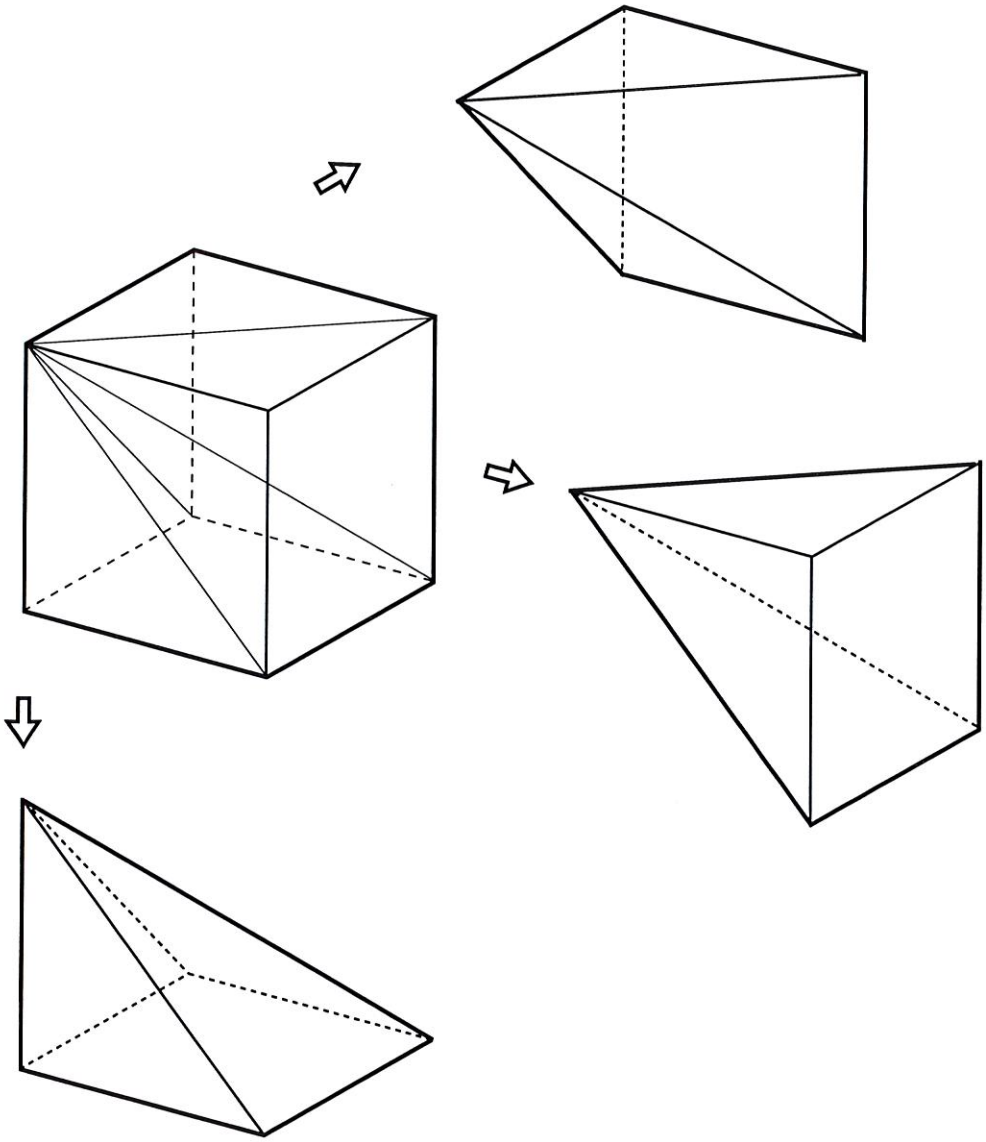


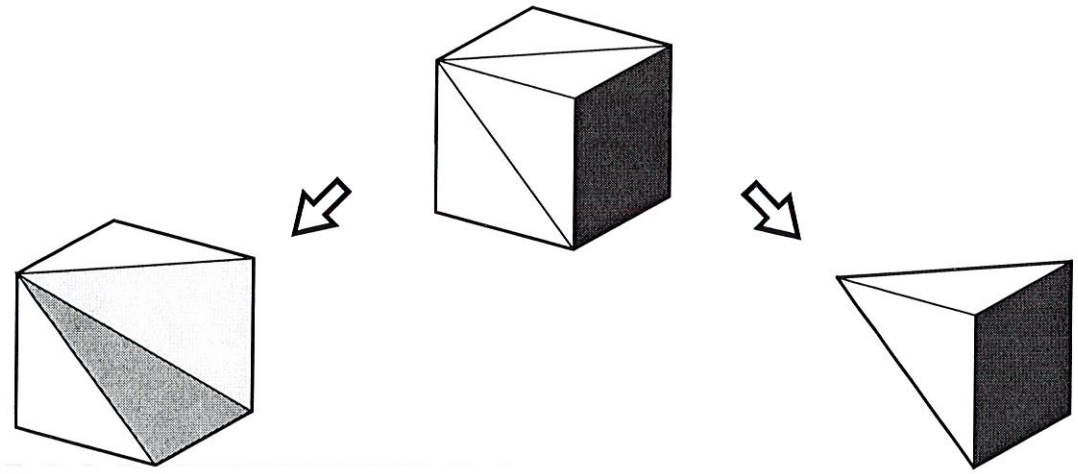




Trace un patron du tétraèdre à partir de la face donnée du cube.

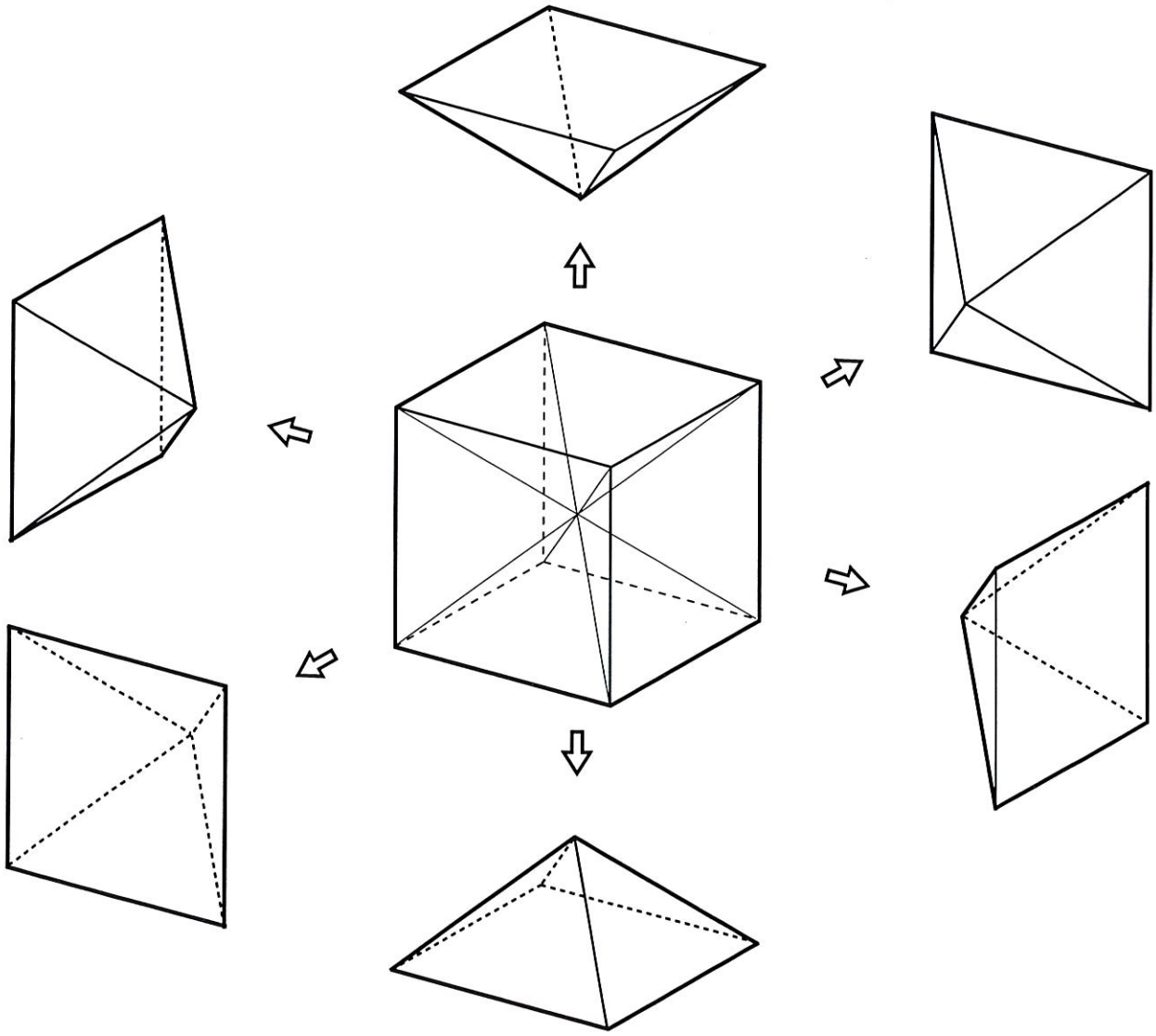
3 pyramides pour faire 1 cube

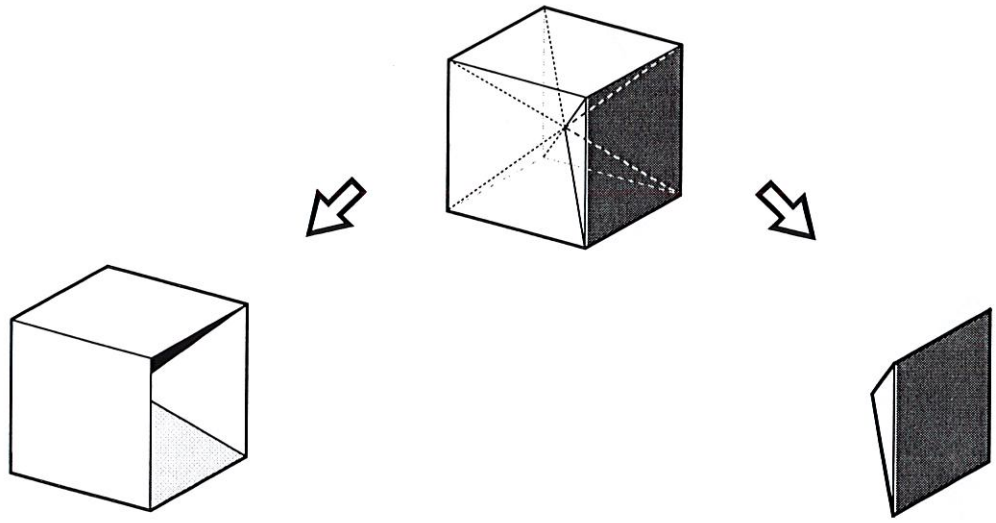


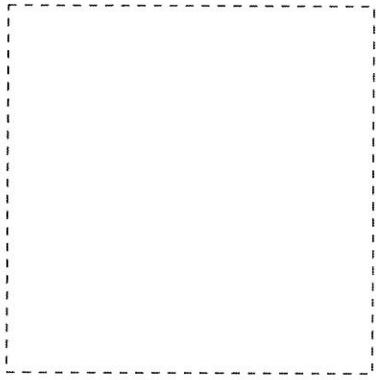


Trace un patron de la pyramide à partir de la face donnée du cube.

6 pyramides pour faire 1 cube

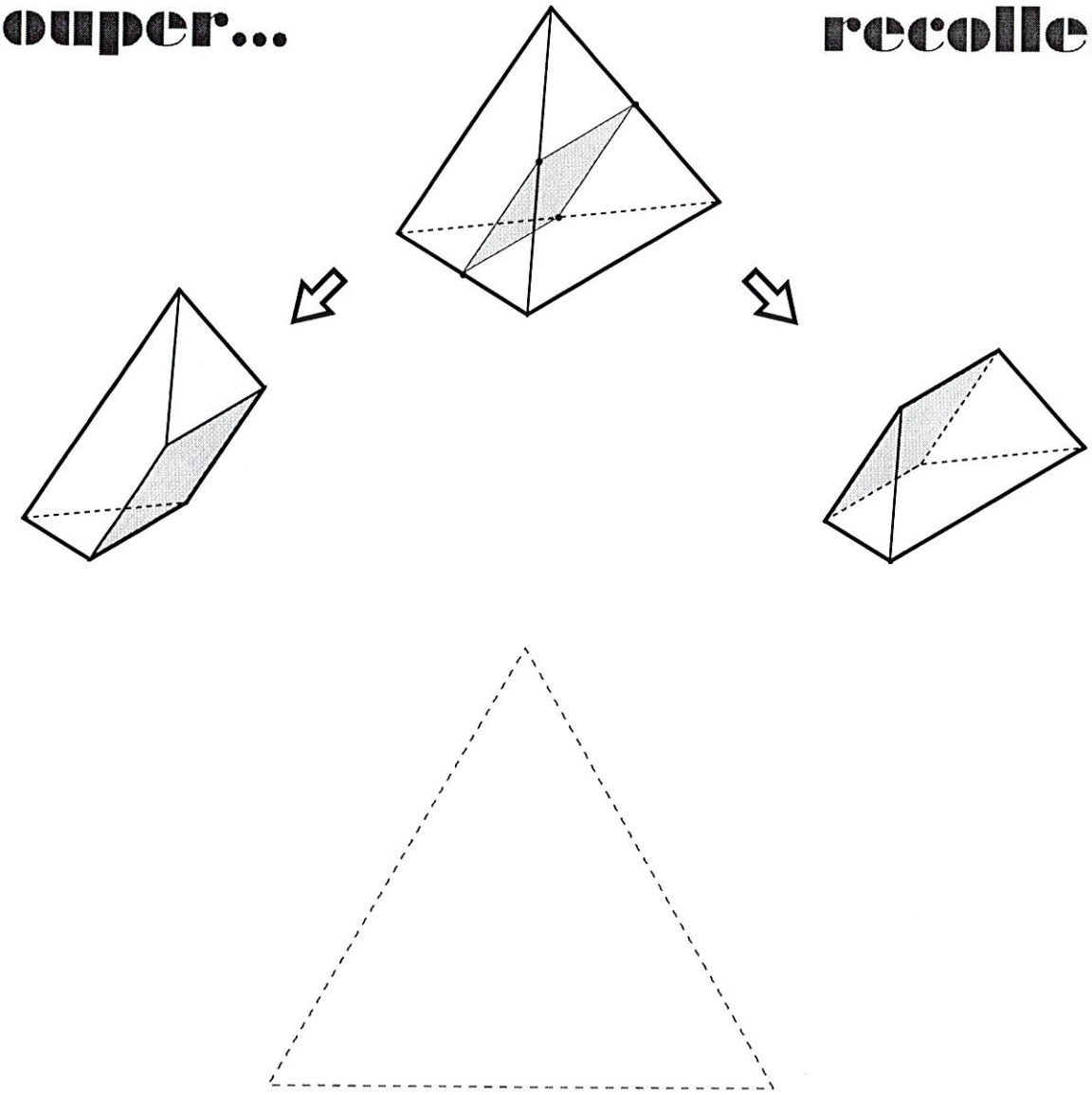






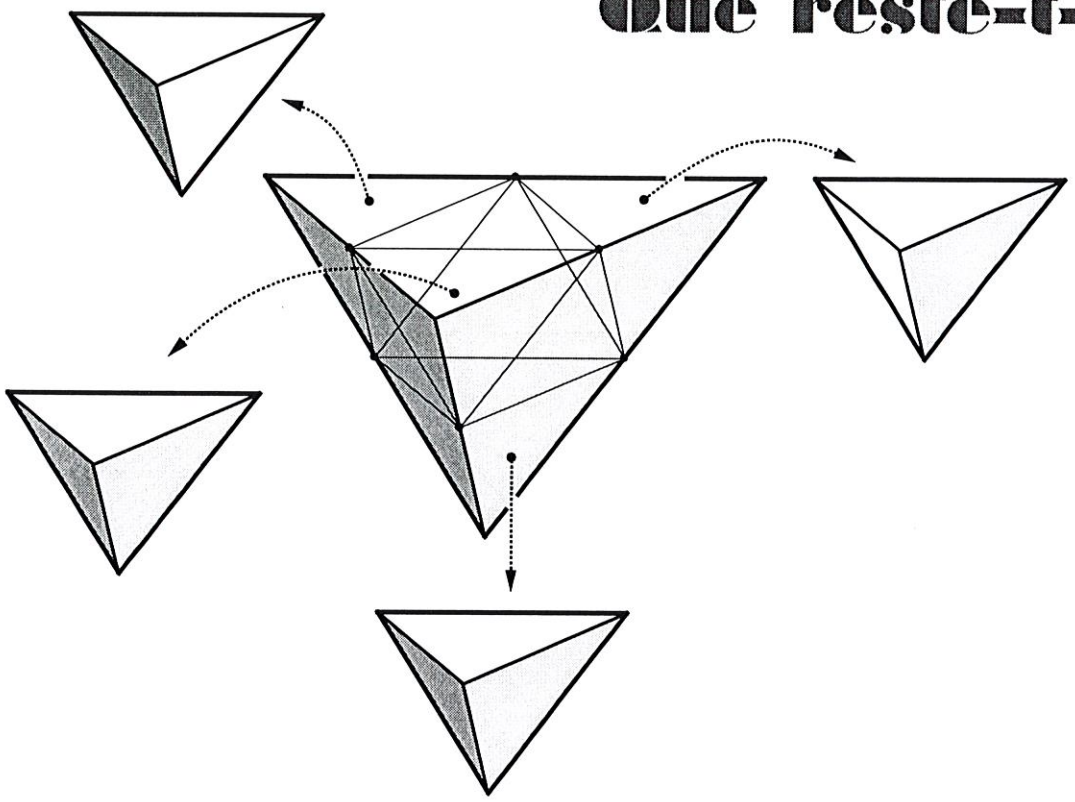
Trace un patron de la pyramide à partir de la face donnée du cube.

Couper... recoller



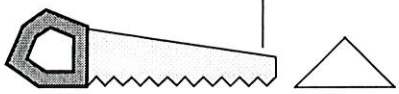
On coupe un tétraèdre régulier par un plan passant par les milieux de quatre arêtes. A partir d'une face de ce tétraèdre, trace un patron de l'un des deux solides.

Que reste-t-il ?

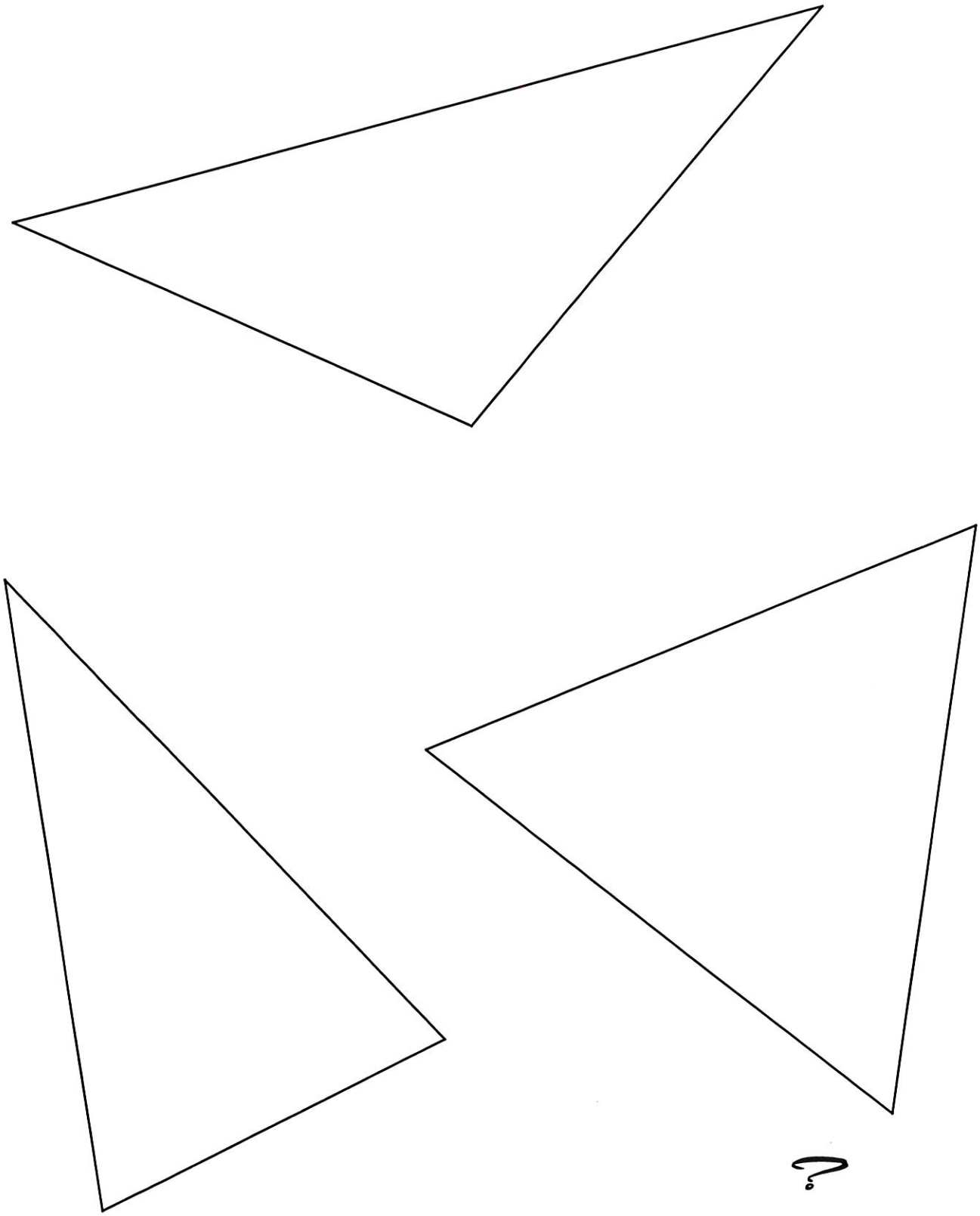


Un tétraèdre régulier de 6 cm d'arête, est coupé par 4 plans passant par les milieux des arêtes comme l'indique le schéma ci-dessus.

- Dessine un patron du solide qui reste lorsqu'on a enlevé les 4 petits tétraèdres formant les coins.
- Construis le solide et calcule son volume.



Récréation



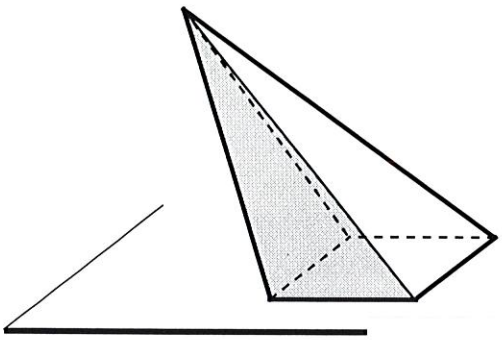
Chacune de ces figures peut-elle être le patron d'une pyramide à base triangulaire ?

Lorsque cela est possible trace les plis du patron et construis-la.

Activités pages :	Objectifs - Commentaires
3	On pourra ajouter des languettes de collage pour réaliser ces pyramides
4, 5	Contraintes de construction : le tracé du patron doit tenir dans l'espace laissé libre de la feuille, c'est-à-dire ne pas empiéter ni sur la fenêtre du modèle ni sur le bandeau de consigne.
6, 7, 8	Si l'activité de la page 6 met en évidence une condition nécessaire : l'égalité des longueurs des arêtes communes, l'activité de la page 7 montre qu'elle n'est pas suffisante; un essai de réalisation nous en convaincra. Le dessin de couverture fournit la clé du problème (!?). Dans l'activité de la page 8 on met en œuvre les deux contraintes.
9	Une pyramide qui penche d'un côté ... ou de l'autre.
10, 11	La réalisation avec CABRI-GÉOMÈTRE permet de jouer sur les paramètres choisis et ainsi de visualiser de nombreux patrons dont certains inattendus.
12, 13, 14, 15	Ces activités mettent en évidence l'orthogonalité dans l'espace, orthogonalité qui n'apparaît pas sur le dessin en perspective. A deux arêtes orthogonales issues d'un sommet correspondent deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle du patron.
16, 17	Ces activités, plus difficiles, utilisent des propriétés de la perspective cavalière : conservation des longueurs dans un plan frontal ou dans un plan parallèle à un plan frontal, conservation des milieux, ...
20, 21	Rechercher un plus court chemin sous-entend en tracer plusieurs sur les patrons proposés.
22 à 27	Planches et fiches d'activités sont complémentaires, elles peuvent être source de problèmes (calculs de longueurs, de volumes) mais aussi objet d'observation renvoyant l'une vers l'autre et confortant ainsi la perception de l'espace.
28	Différentes approches sont possibles pour faire découvrir que la section est un carré. En proposant deux solides ainsi construits à une personne non avertie transforme la reconstitution du tétraèdre en véritable casse-tête.
29	D'un tétraèdre régulier à une double pyramide à base carrée : une autre façon de découvrir l'octaèdre.
30	Il n'est pas interdit de couper coller pour constater que ça marche ... ou pas. Comme nous l'avons déjà vu pour les pyramides à base carrée, la condition portant sur l'égalité des arêtes (sur le patron) si elle est nécessaire n'est pas toujours suffisante.

Une question posée en stage :

"A quelles conditions une pyramide de base quelconque peut-elle basculer ? "
(pour un solide homogène)

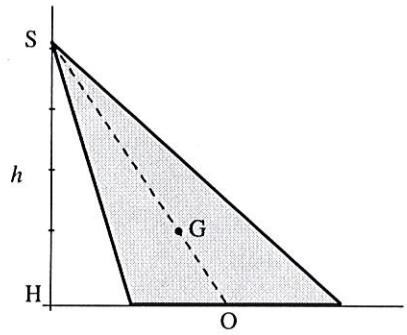


Une réponse :

Des lois : Les lois de la statique nous enseignent qu'un solide posé sur un plan horizontal est en équilibre stable si la projection orthogonale de son centre de gravité est à l'intérieur du polygone de sustentation (*polygone obtenu en joignant les points d'appuis les plus extérieurs du solide sur le plan)..*

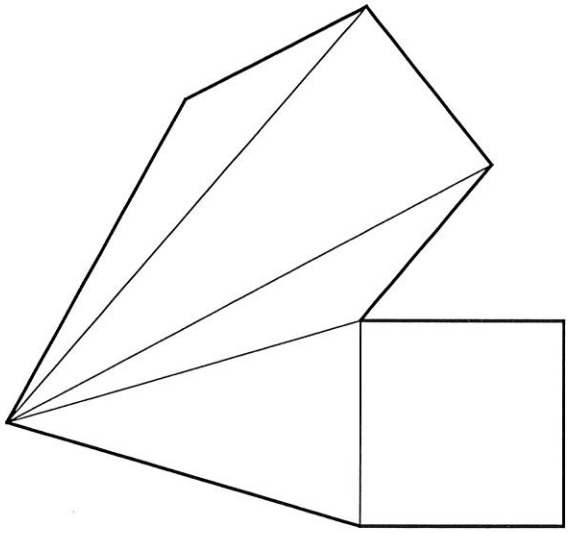
Un théorème : Le centre de gravité G d'une pyramide (ou d'un cône) dont la base admet un centre de symétrie O, est situé sur le segment [SO] tel que :

OG = 1/4 OS



Un exercice : Dans un matériau homogène, on réalise une pyramide à base carrée selon le patron ci-dessous.
Etudier sa stabilité si on pose sa base sur un plan horizontal.

(Outils autorisés : règle et compas).



Auteurs : Groupe Elémentaire - Collège

Bernard DA COSTA
Jacques ENGELHARDT
Nicole PANNETIER
Jean François JAMART

Editeur : IREM Paris-Nord

Date : Juin 1997

Niveau : Elémentaire - Collège

Mots clés : Géométrie - Activités géométriques - Collège - Espace - Pyramides - Dessin

Résumé : Ce document se présente sous forme de fiches, supports d'activités élaborées lors de stages programmés par la MAFPEN de Créteil. Il se situe dans le cadre d'une exploration de thèmes géométriques abordés au collège.

UNIVERSITE PARIS - NORD

IREM

Avenue Jean-Baptiste Clément
93430 VILLETANEUSE
☎ 49 40 36 40
Télécopie: 49 40 36 36