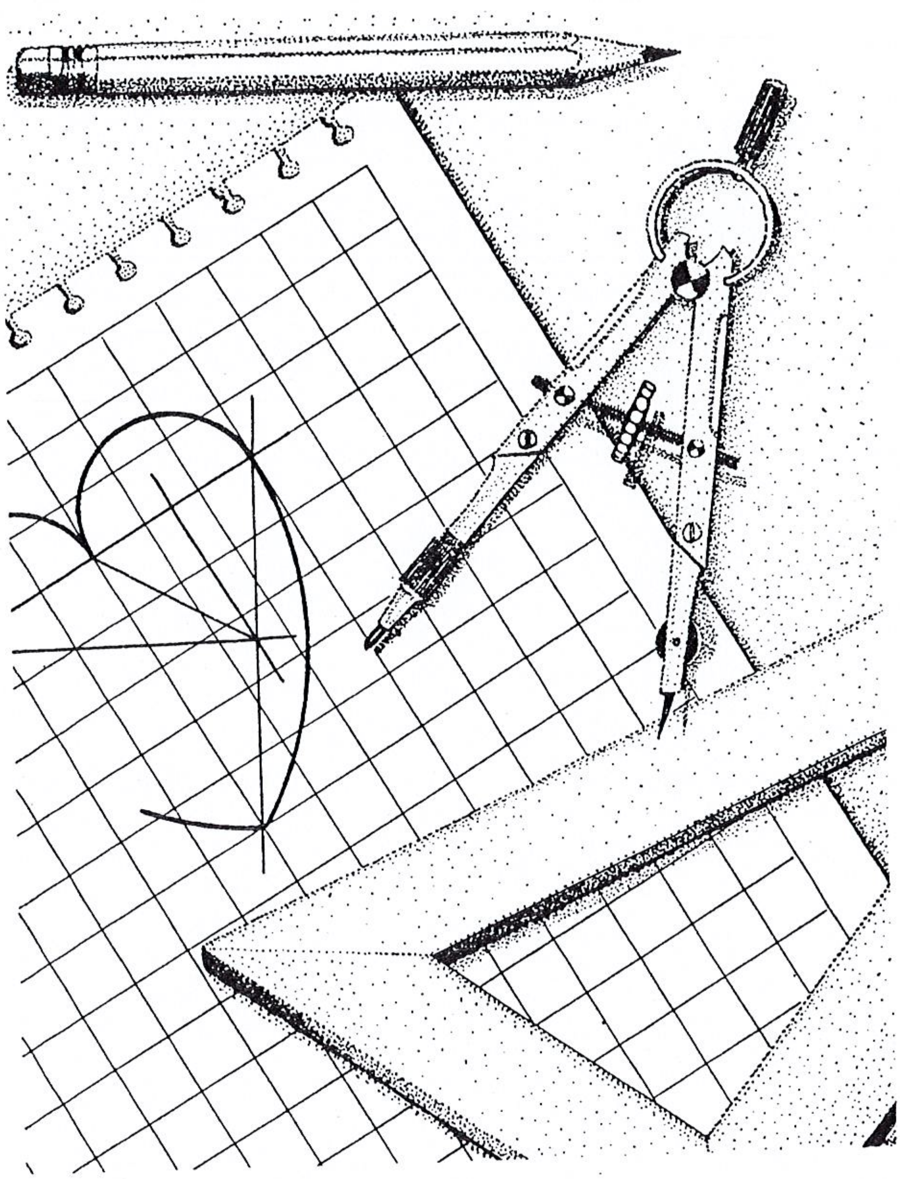
Carnets de stages

Activités mathématiques au Collège



Fascicule 1

IREM Paris-Nord

UNIVERSITE PARIS NORD - IREM

Carnets de stages

Activités mathématiques au Collège

Fascicule 1

60 pages, A4

ISBN 2 86240 105 5

Dépot légal: 2 ème Trimestre 1995

200 exemplaires

25,00 Francs

Avant-propos

Cette brochure témoigne du stage MAT 416 du plan académique de formation 94–95 de la MAFPEN de Créteil, proposé et animé par l'IREM Paris–Nord.

Sur le thème "Activités géométriques au Collège", les participants sont invités à élaborer des séquences d'enseignement sur des thèmes choisis par eux, en s'appuyant sur leur pratique enseignante et sur l'analyse critique des diverses publications existantes et disponibles à l'IREM.

Pour ce faire, différents outils sont mis en œuvre : dessins géométriques, situations–problèmes, logiciels informatiques ...

La finalité du stage est de produire des documents directements utilisables en classe.

Ce premier fascicule regroupe quelques unes des activités mises au point lors de l'étude des trois premiers thèmes abordés :

- Aire et périmètre
- Distance en quatrième
- Quelles activités géométriques à la maison ?

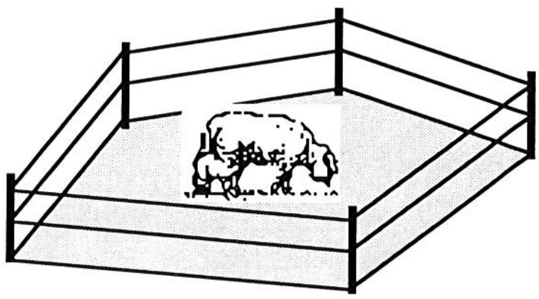
Il constitue le premier volet d'un dossier ouvert pour recevoir d'autres thèmes.

Afin de donner une certaine cohésion à l'ensemble, nous avons cru bon d'adopter une démarche type de présentation pour chacun des thèmes , à savoir :

- la place du thème dans les programmes et commentaires officiels,
- les éléments bibliographiques qui ont semblé les plus pertinents parmi toute la documentation relevée,
- les points retenus après analyse des articles et du vécu des participants,
- des activités éclairant ces points, en précisant l'objectif visé pour chacune d'elles.

Précisons enfin que cette modeste brochure ne saurait constituer un quelconque *rapport de stage*. Elle prétend simplement restituer le plaisir partagé d'une réflexion avec d'autres collègues l'espace d'un stage, en souhaitant qu'elle en inspire d'autres.

AIRES ET PERIMETRES



Aire et périmètre

1. Dans les programmes:

Ecole élémentaire:

CE1	CE2	
•	•	Écrire sous la forme d'une somme la mesure d'une ligne formée par 2 ou plusieurs segments. (ligne polygonale = notion de périmètre).
	•	Déterminer par «déroulement» le périmètre d'une ligne convexe polygonale ou non.
	•	Calculer le périmètre de quelques polygones: rectangle, carré, losange, hexagone régulier.

CM1	CM2	
•		Dégager la notion de longueur.
•		Déterminer la longueur d'une ligne polygonale.
•	•	Calculer le périmètre de polygones usuels (en particulier les polygones réguliers).
•		Dégager la notion d'aire à partir d'activités de classements et de rangements de surfaces.
•		Utiliser des unités pour mesurer des aires.
•	•	Calculer des aires de polygones réguliers, de surfaces formées de domaines juxtaposés.
	•	Déterminer l'aire du disque.
	•	Utiliser un formulaire pour calculer l'aire de figures géométriques.

Sixième:

Il s'agit de déterminer des aires à l'aide, soit de reports, de décompositions, de découpages et de recollements, soit de quadrillages et d'encadrements. Des travaux permettront de retenir, sous forme d'images mentales, le passage du rectangle au triangle rectangle ou au parallélogramme, et de mettre en place des calculs sur les aires à partir de l'aire du rectangle.	Évaluer, à partir du rectangle, l'aire du triangle rectangle.

Cinquième:

Les propriétés élémentaires de la symétrie centrale permettent aussi de relier l'aire du triangle et celle du parallélogramme.	Évaluer, à partir du rectangle, l'aire d'un parallélogramme, l'aire d'un triangle.

2. Bibliographie:

- Aires de surfaces planes
  Régine Douady et Marie-Jeanne Perrin
  Petit x n° 6
  Petit x n° 8

- L'aire et la mesure
  Marie-Jeanne Perrin-Glorian
  Petit x n° 24

- Difficultés rencontrées par des élèves en cinquième en ce qui concerne la dissociation Aire/Périmètre pour des rectangles.
  Paula Moreira Baltar et Claude Comiti
  Petit x n° 34

- Piquez-vous au jeu
  Le Jeune Archimède n°5

- Aire et périmètre
  Georges Combier Martine Philippon
  IREM de Lyon septembre 1994

- Aires et périmètres du cours moyen en seconde
  IREM de Poitiers avril 1986

- Géométrie plane en cinquième
  IREM de Poitiers décembre 1987

- Les Transformations
  Fascicule 1: Pour commencer
  IREM Paris-Nord

3. Points retenus:

La notion de périmètre apparaît au cours élémentaire, après celle de longueur présente depuis le cours préparatoire.

Le concept d'aire n'est abordé qu'au cours moyen et l'aspect calculatoire semble plus important que l'aspect géométrique.

Alors que de nombreuses manipulations ont permis de mettre en place la notion de longueur, les activités deviennent plus complexes en ce qui concerne la notion d'aire ce qui privilégie peut-être la mise en place de techniques calculatoires.

Les élèves ont une perception d'une figure qui englobe position, forme, contour, encombrement. Cette vision globale des caractéristiques d'un même objet peut entraîner:

- une identification encombrement-aire
- l'idée de grandeurs variant dans le même sens
- l'idée d'additivité des grandeurs aire et périmètre lors de la réunion de figures..

Nous avons retenu trois thèmes:

Aire et périmètre
Variation de l'aire, variation du périmètre
Additivité des aires, non additivité des longueurs

Aire et périmètre

Cette première partie présente trois activités qui doivent permettre de différencier, préciser des notions telles que forme, contour, encombrement, aire ...

L'intrus

Une recherche préalable des pentaminos[1] permettra d'aborder cette activité avec le pré requis nécessaire : par définition les pentaminos occupent cinq carreaux et ont donc la même aire. L'intrus sera donc à chercher selon un autre critère, sans doute le périmètre.

Pour ceux qui voient l'intrus comme étant muni d'un «nœud» intérieur, il sera possible d'évoquer la formule de Pick[2].

Pavage 1

On retrouve les pentaminos qui vont permettre de paver différentes figures et il faudra bien se demander pourquoi on ne peut pas recouvrir l'une d'elles.

Pavage 2

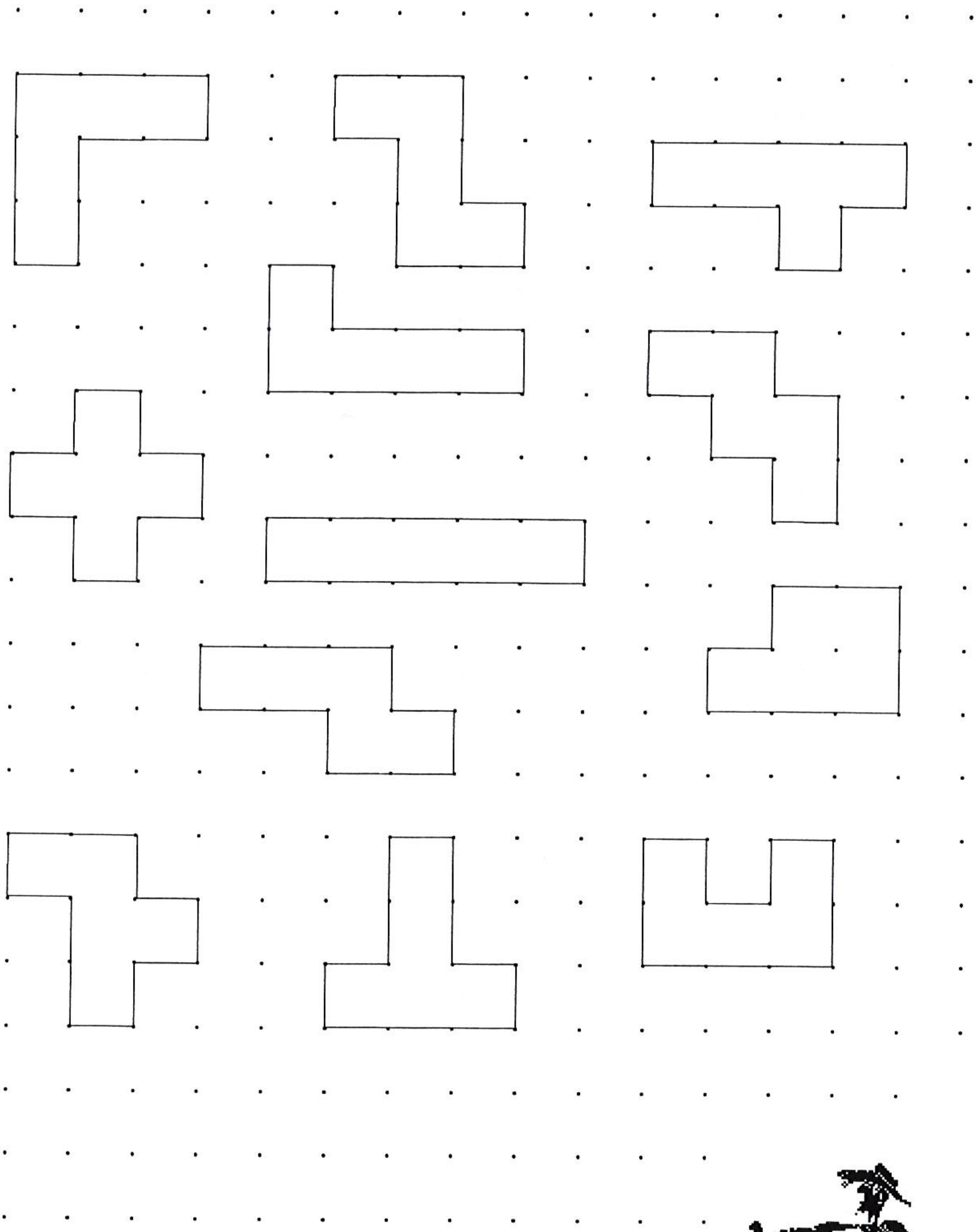
L'exercice est identique au précédent mais le maillage et les formes (hexamants[3]) ont changé.

1 *Les Transformations Fascicule 1: Pour commencer*

2 *Piquez-vous au jeu. Jeune Archimède n° 5*

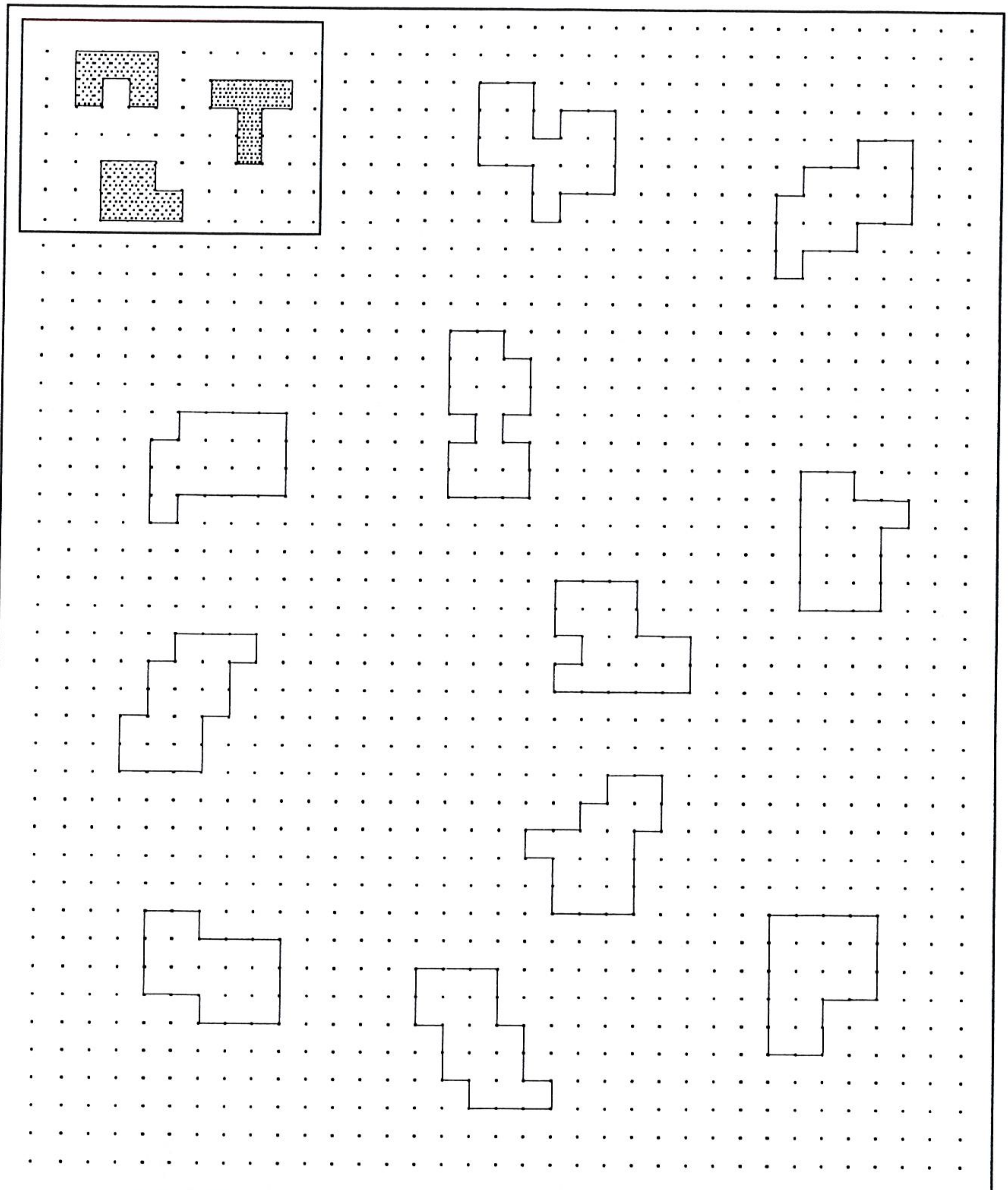
3 *Les Transformations Fascicule 1: Pour commencer*

L'intrus



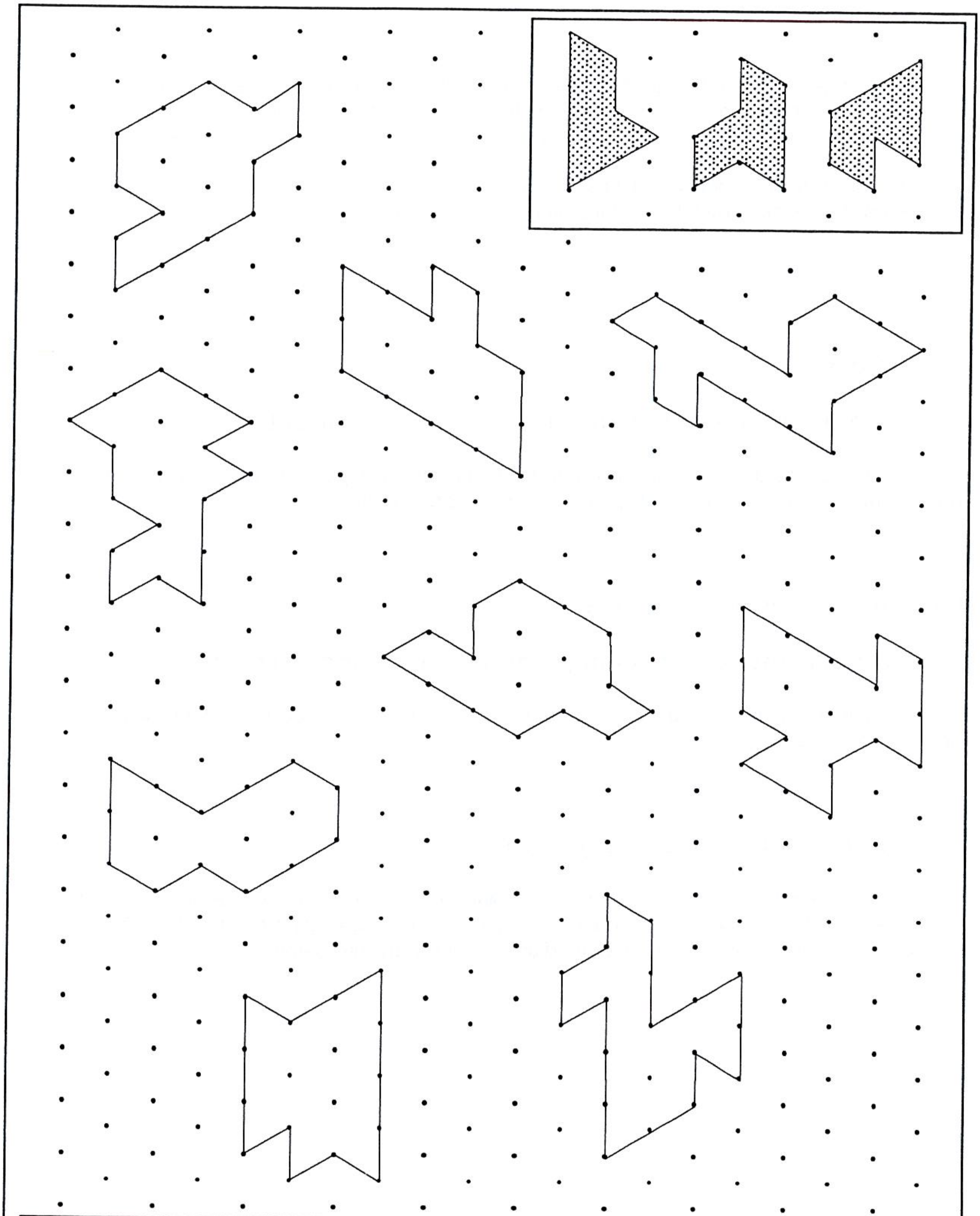
Cherchez l'intrus

Pavage 1



En utilisant les surfaces grisées, recouvrir chacune des surfaces données

P a v a g e   2



En utilisant les surfaces grisées, recouvrir chacune des surfaces données.

Variation aire-périmètre (1)

Une étude détaillée des résultats de l'évaluation à l'entrée en sixième et des tests proposés à un vaste public d'élèves de 6ème et de 5ème ont montré que beaucoup d'élèves entrant en collège pensent que périmètre et aire varient conjointement.

Cette première série d'activités sur les variations aire-périmètre veut montrer que le périmètre peut rester constant alors que l'aire varie.

Le berger

"à périmètre constant, l'aire peut augmenter"

Cette activité doit être accompagnée d'un bilan de ce type sous peine de n'en faire qu'un aimable divertissement plaisant mais sans profondeur.

Déformer un carré

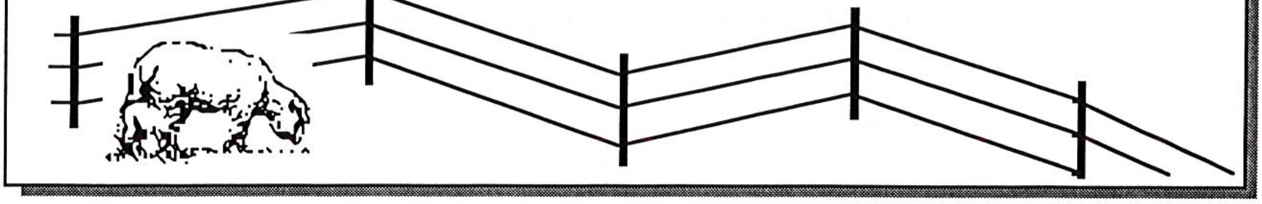
"à périmètre constant, l'aire peut aussi diminuer"

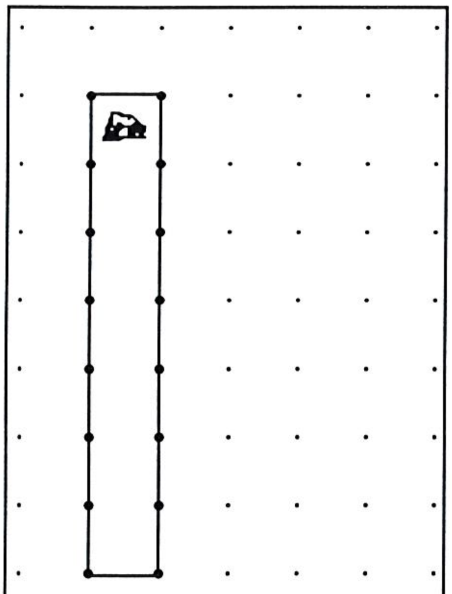
Deuxième activité, deuxième bilan. Ces deux premières activités sont liées et doivent conduire au but fixé.

Déformer un hexagone

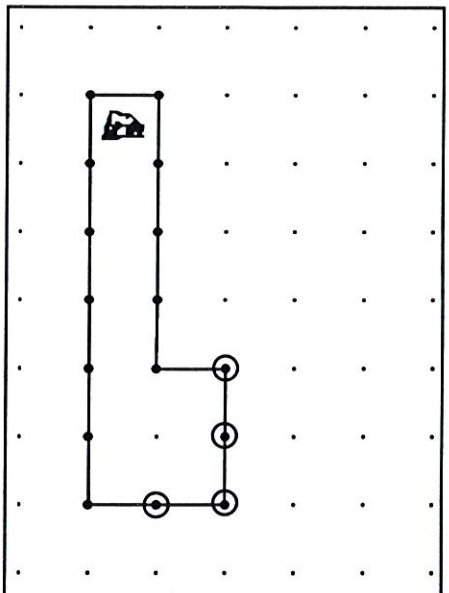
C'est le même exercice que le précédent mais un maillage différent. Il peut le remplacer ou le compléter. Changer le maillage favorisera ultérieurement la bonne compréhension de la nécessité du choix d'une unité de mesure d'aire.

Le problème du berger

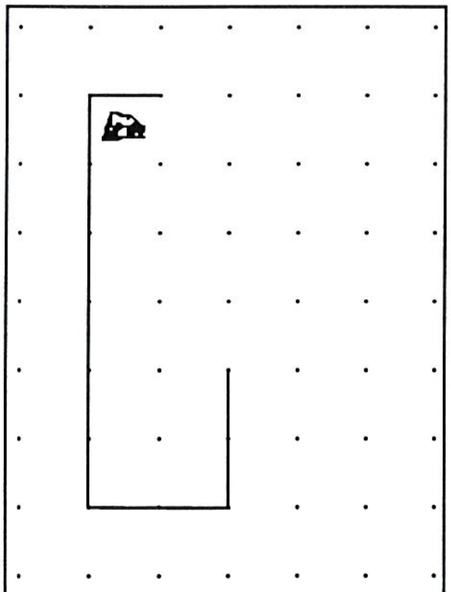




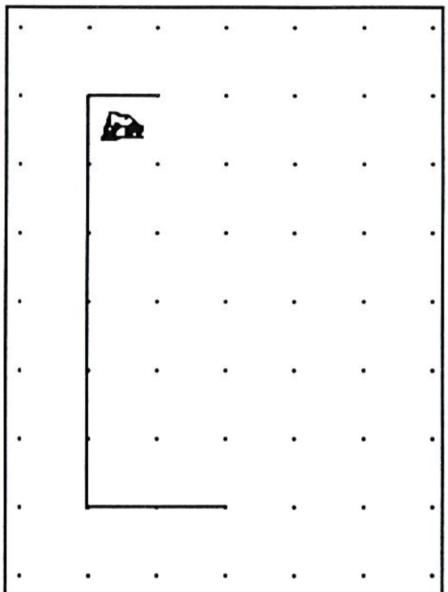
Jour 1



Jour 2 : 4 piquets déplacés



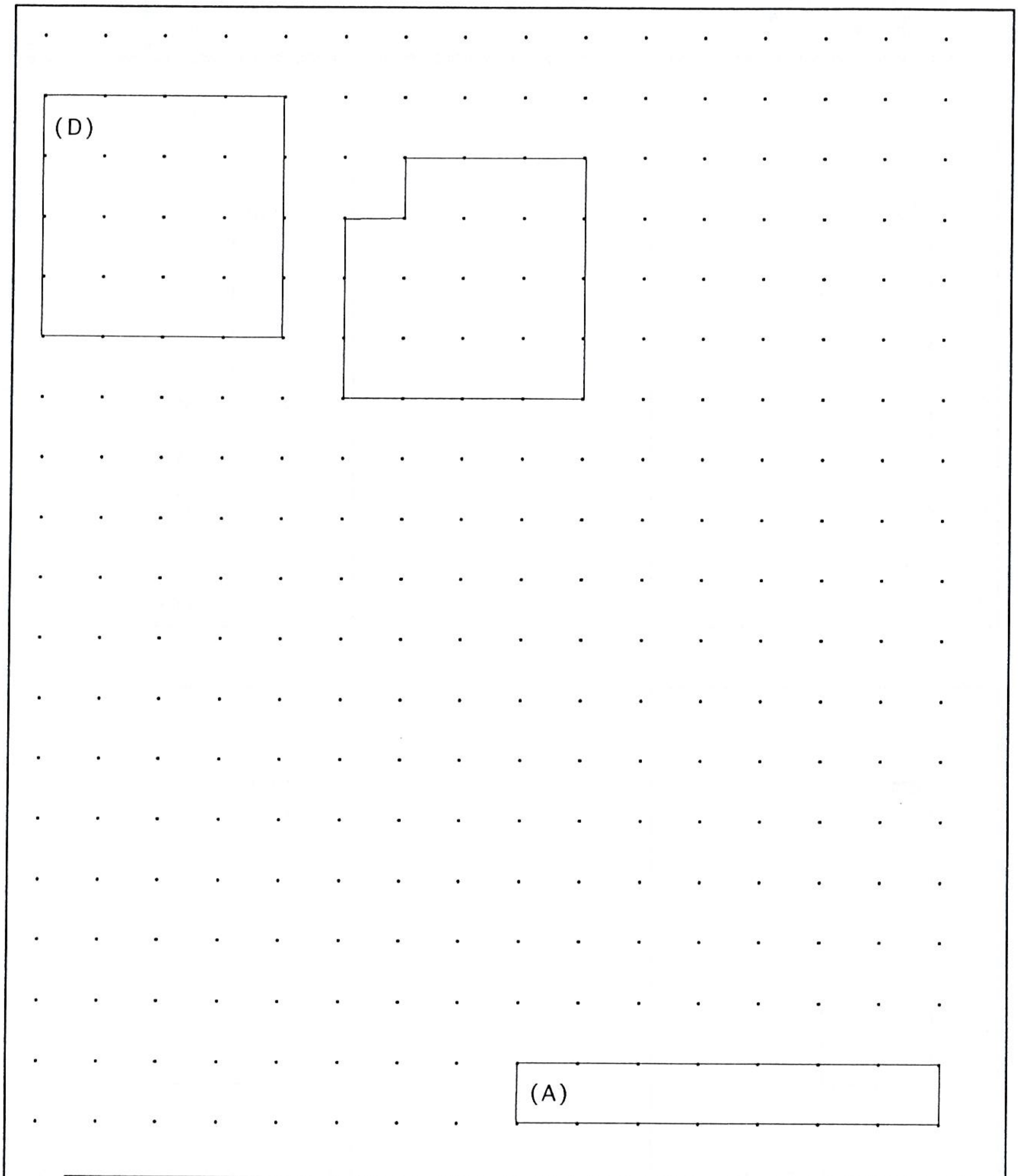
Jour 3 un piquet déplacé



Jour 4 : un piquet déplacé

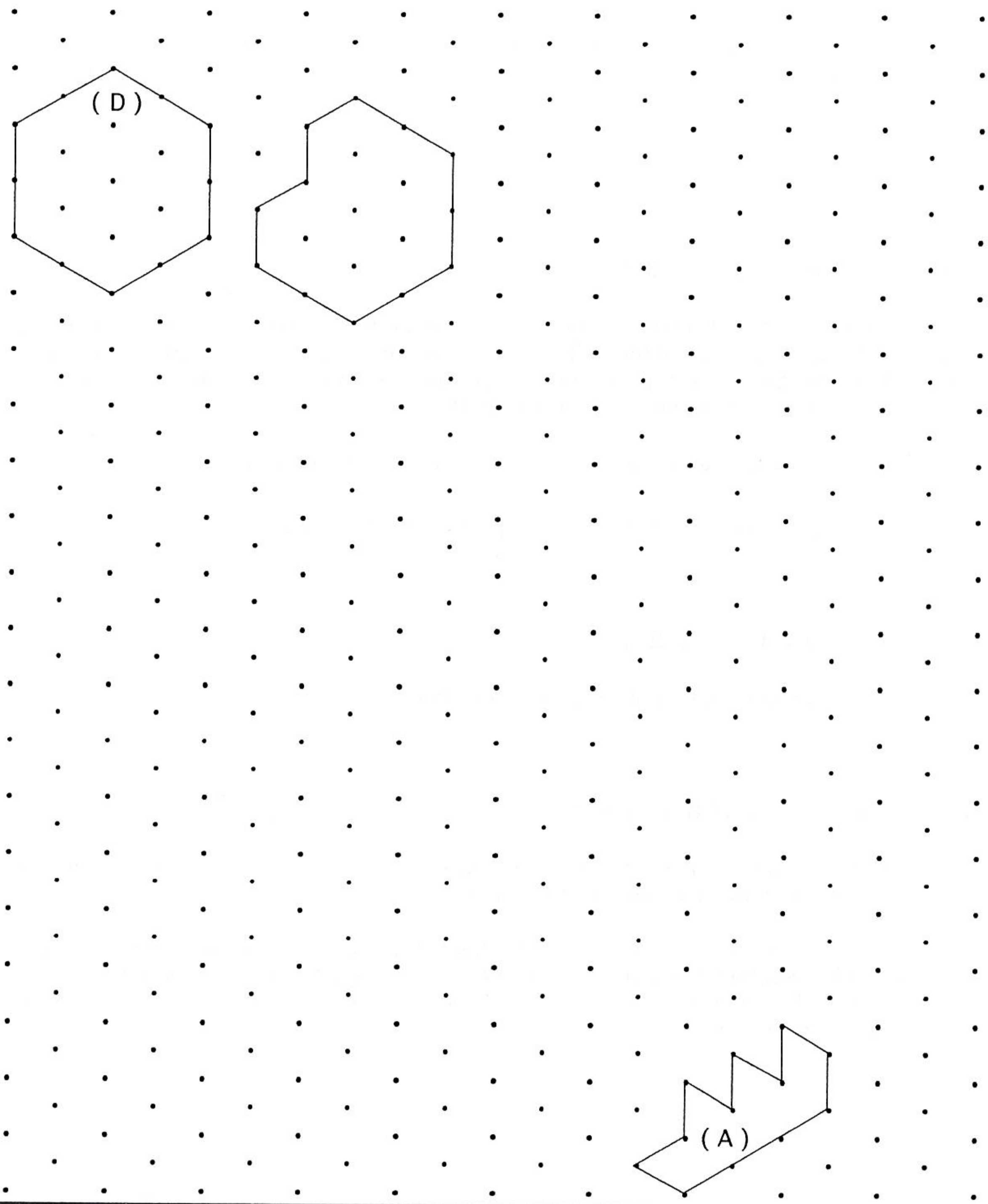
Le berger aimerait que ses montons aient chaque jour un peu d'herbe fraîche à brouter mais son enclos est constitué d'éléments fixes articulés entre eux.

Déformer un carré



Dessiner les différentes étapes faisant passer de la figure de départ (D) à la figure d'arrivée (A).
Chaque figure a le même périmètre que la précédente mais occupe un carreau de moins.

Déformer un hexagone



Dessiner les différentes étapes faisant passer de la figure de départ (D) à la figure d'arrivée (A).
Chaque figure a le même périmètre que la précédente mais occupe une maille de moins.

Variation aire-périmètre (2)

Toujours pour briser l'idée de variations conjointes de l'aire et du périmètre, on peut cette fois trouver deux activités où le périmètre varie alors que l'aire est constante.

La solitaire (1)

Comme dans « **L'intrus**», le constat qui peut se faire assez rapidement de l'égalité des aires de ces figures doit permettre d'orienter la recherche en fonction d'un autre critère qui pourra être le périmètre bien sûr mais aussi le nombre de «noeuds» intérieurs (et nous retrouvons la formule de Pick).

Là encore cette activité doit conduire à une constatation du type

"quand l'aire est fixe, le périmètre peut varier ".

La solitaire (2)

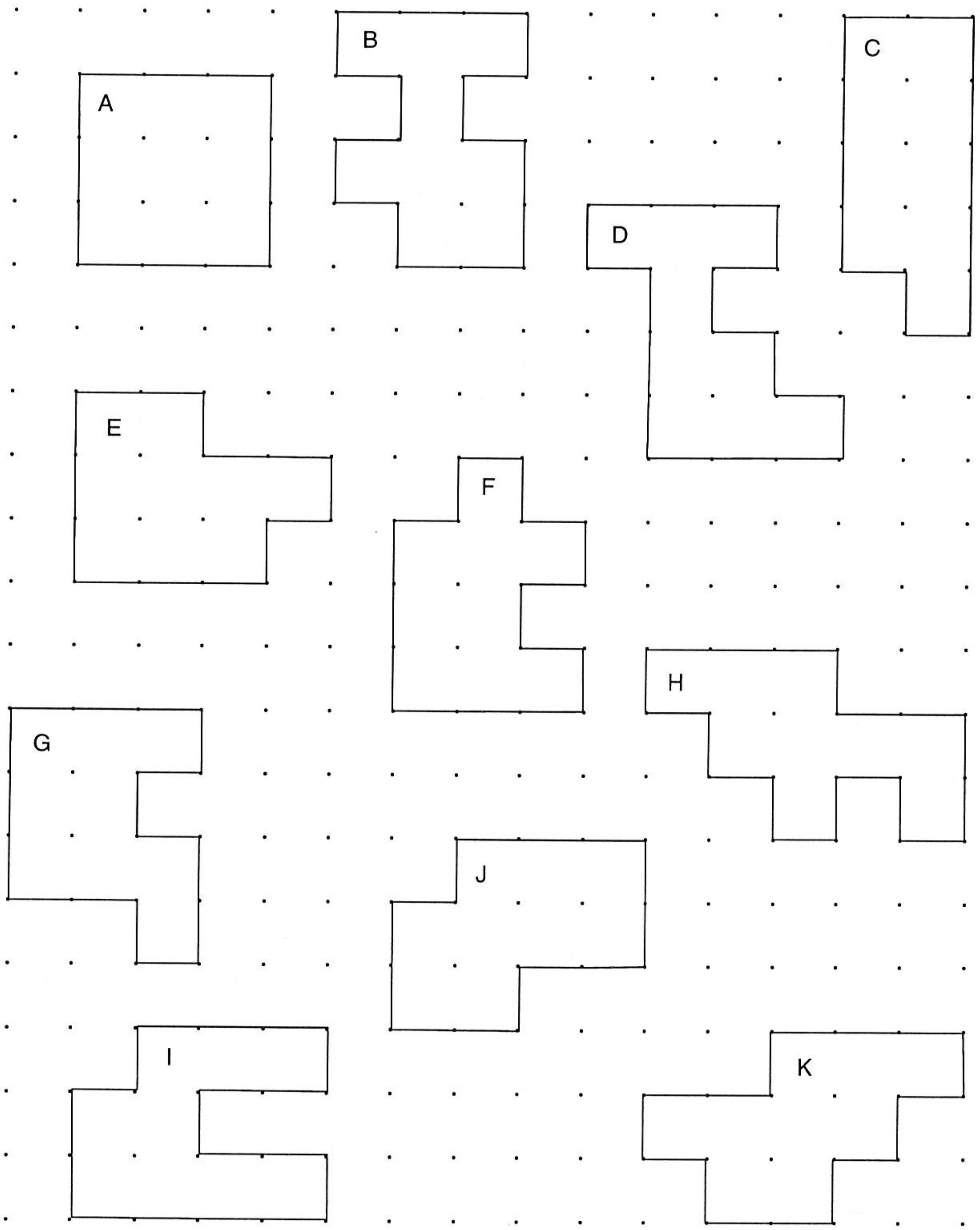
Même consigne, même objectif, autre maillage.

Tout peut changer

Il paraît inutile de préciser ce qu'on appelle un «morceau de figure» dans cet exercice; le sens usuel fera sans doute l'affaire.

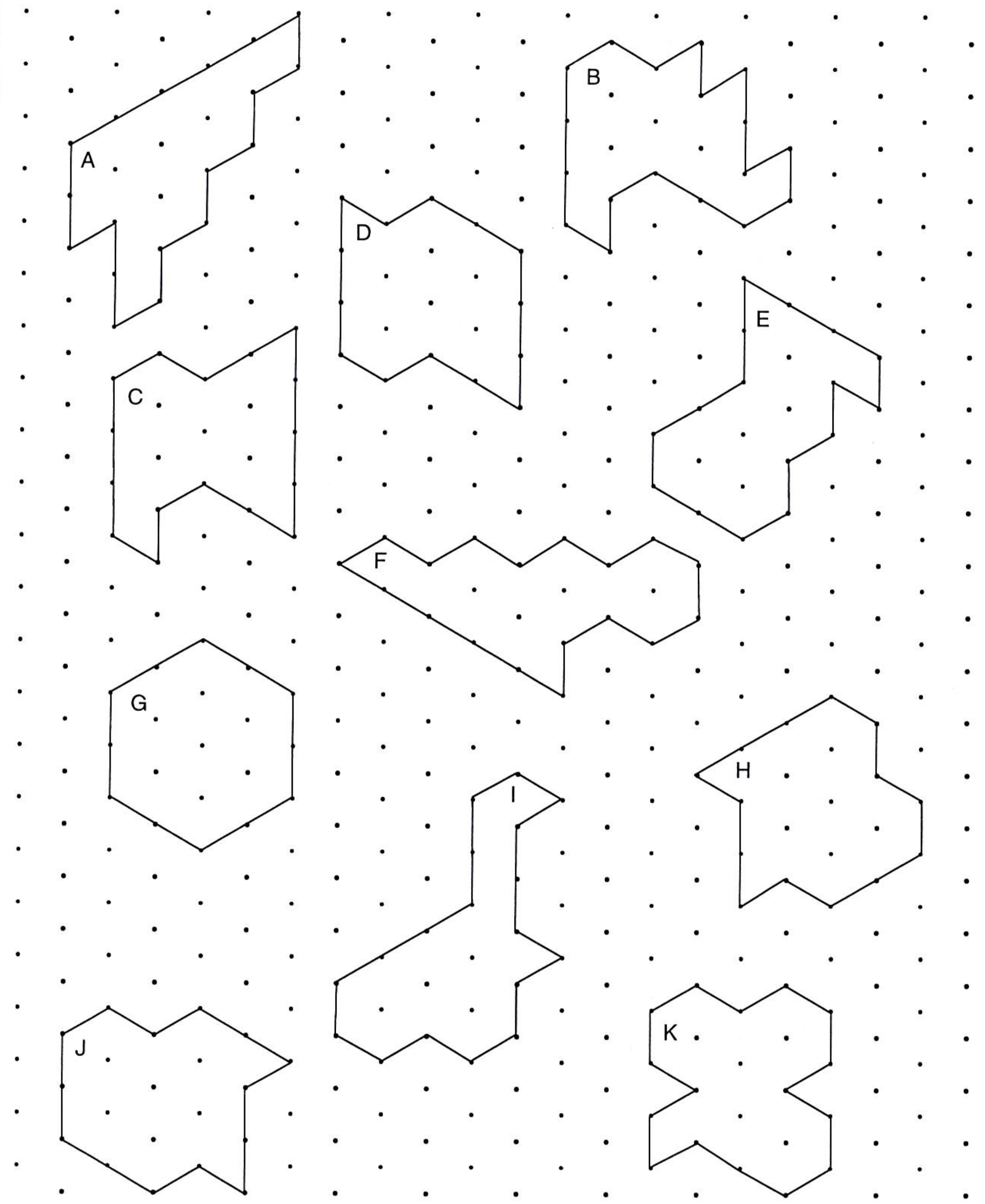
Faire préciser, dans chacun des cas, les valeurs de l'aire et du périmètre paraît une précaution souhaitable pour que l'élève puisse identifier numériquement les variations. Les unités choisies seront les unités «naturelles»: carreau pour l'aire et côté du carreau pour le périmètre.

La solitaire 1



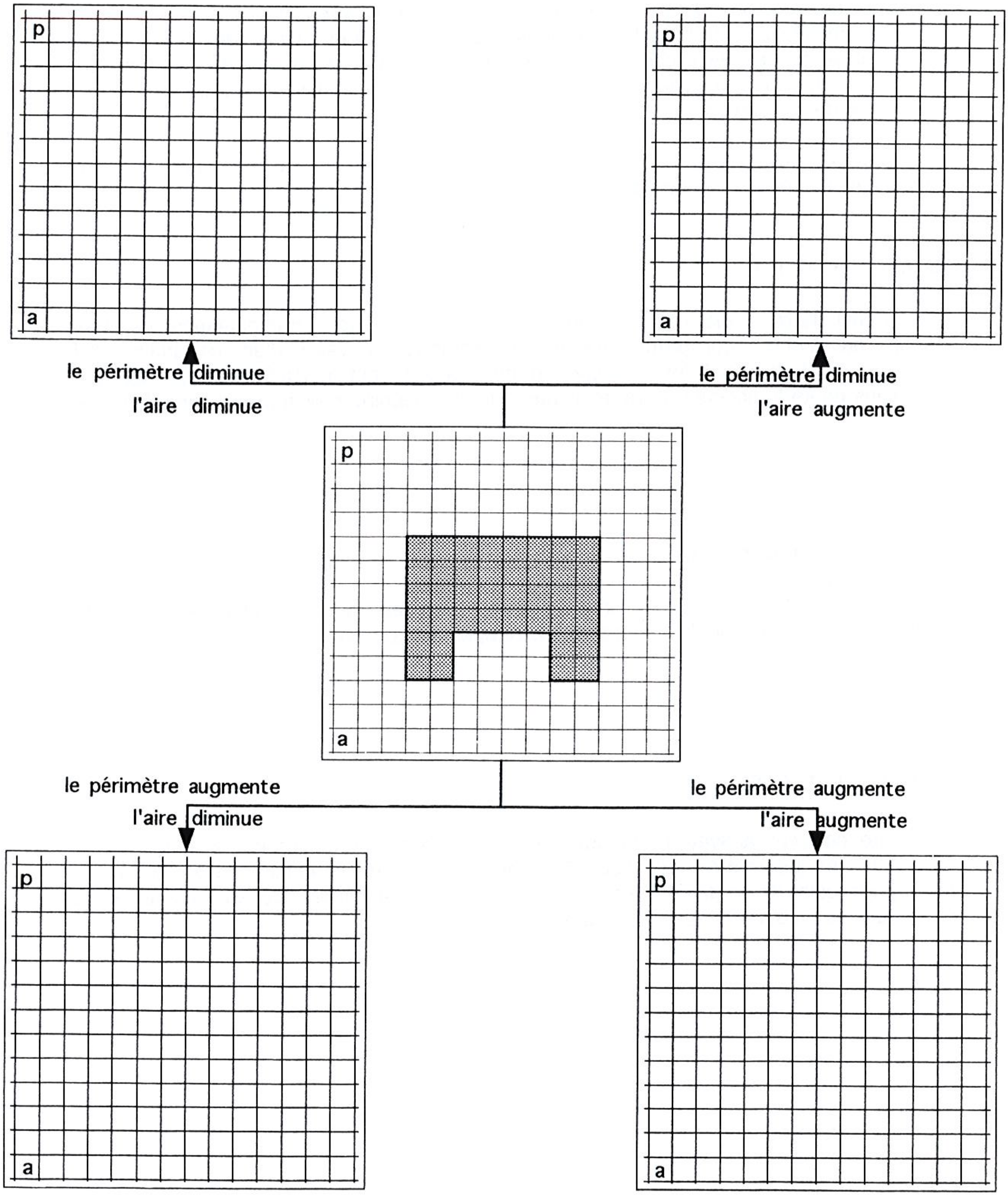
Regrouper ces figures.
Une reste isolée, laquelle? pourquoi?

La solitaire 2



Regrouper ces figures.
Une reste isolée, laquelle? pourquoi?

Tout peut changer



Si c'est possible, modifier la figure initiale en lui ôtant ou en lui ajoutant un «morceau» pour que les consignes proposées soient respectées.

Additivité ou non ?

L'absence de consignes écrites sur les feuilles d'activité de cette partie permettra aux enseignants de moduler leur demande en fonction du niveau de leurs classes. En effet, dans ce cas, la progression choisie induira des formulations très variées des consignes. L'indication visuelle accompagnant chacune des activités permet à la limite de se passer de ces consignes.

Pour ces activités on utilisera les unités "naturelles" : carreau pour l'aire et côté du carreau pour le périmètre.

Couper coller

Evaluer l'aire d'une figure complexe en explicitant les manipulations de type "couper" ou "coller" qui permettent de se ramener à l'aire d'un rectangle offre l'avantage de fournir à l'élève un support concret à la notion d'additivité des aires et écarte sans doute le concept d'aire de l'idée trop calculatoire que peuvent s'en faire les élèves.

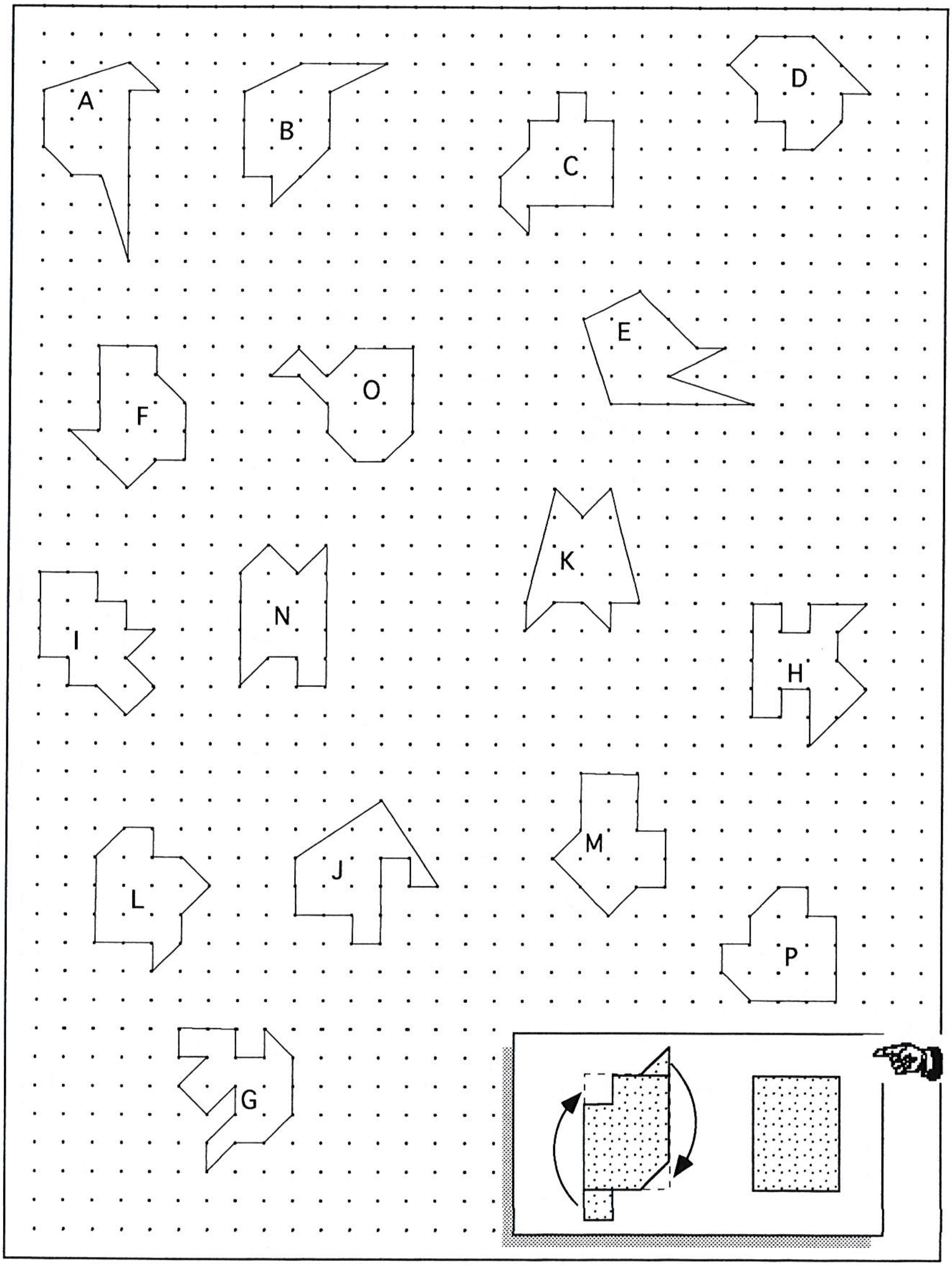
Tout augmente

Le choix des figures est l' élément important de cette activité. Toutes sont en effet obtenues par recollement de rectangles et triangles rectangles.

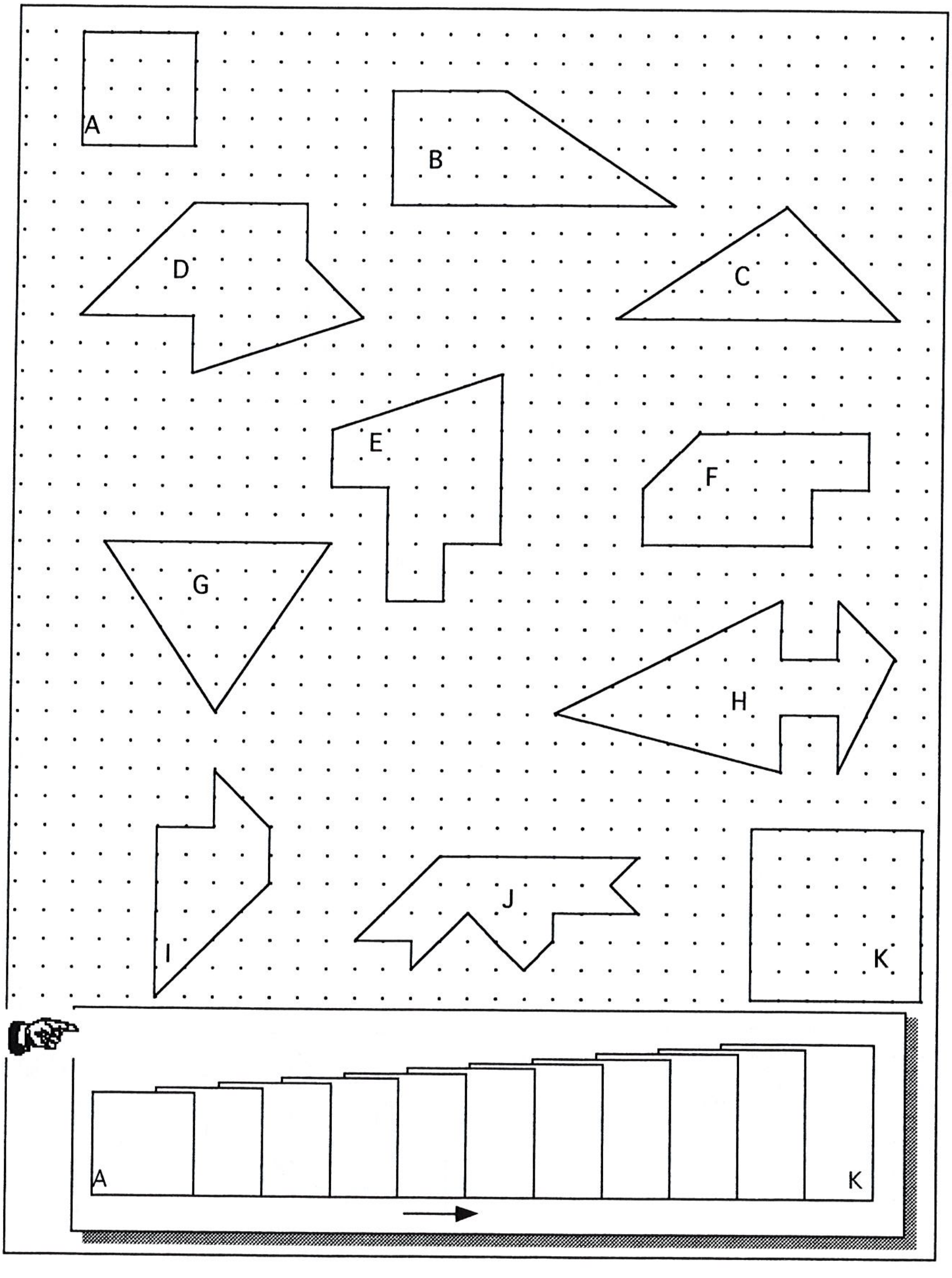
Contraintes

Cette dernière activité permettra de montrer sur des exemples simples qu'effectivement les périmètres ne s'additionnent pas lorsqu'on recolle deux figures. Il suffira pour cela de le faire constater et d'institutionnaliser le fait en faisant écrire par les élèves une remarque l'affirmant.

Couper-coller



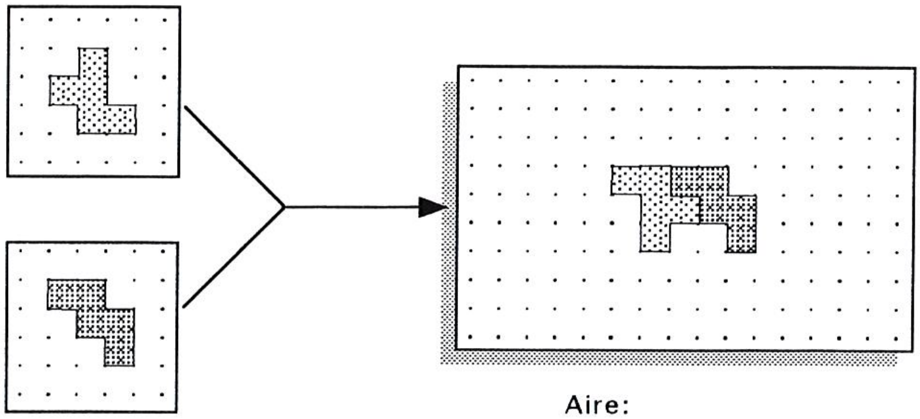
Tout augmente



Contraintes

Aire:
Périmètre:

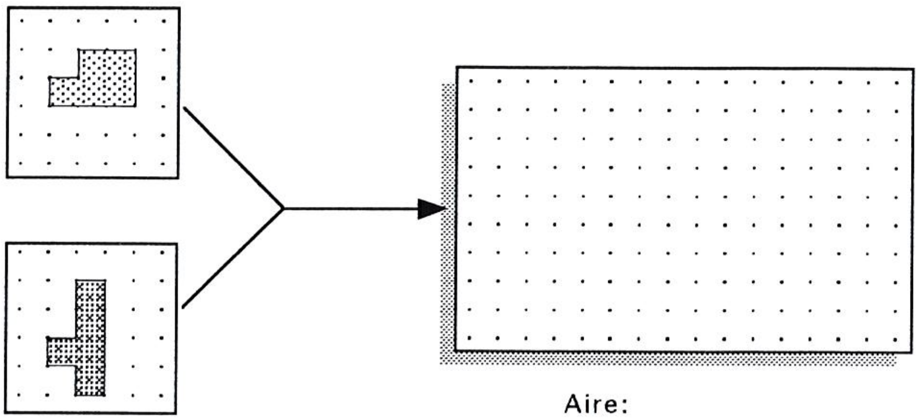
Aire:
Périmètre:



Aire:
Périmètre:

Aire:
Périmètre:

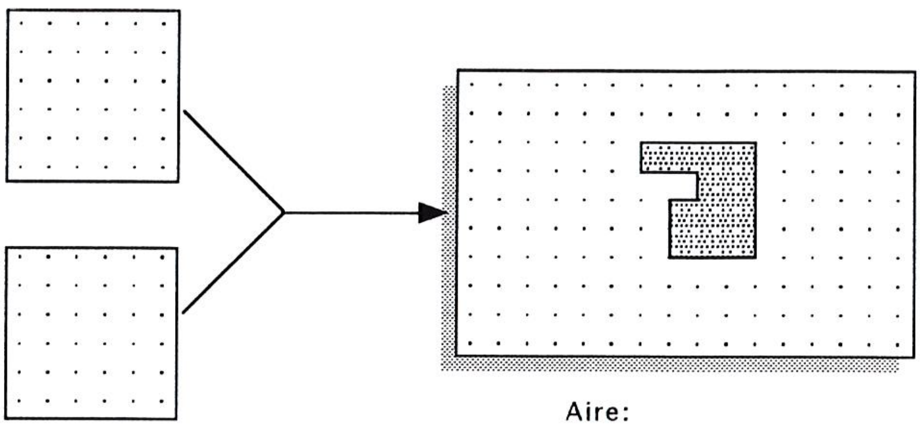
Aire:
Périmètre:



Aire:
Périmètre: 16

Aire:
Périmètre: 12

Aire: 7
Périmètre:



Aire:
Périmètre:

DISTANCE EN QUATRIEME

Distance en quatrième

1. Dans les programmes:

2. Problèmes de plus courte distance:
inégalité triangulaire;
distance d'un point à une droite

Les activités se placeront dans le cadre des différentes rubriques du programme.
La pratique des tracés de figures mettant en jeu des triangles ou des cercles montrera l'intérêt de l'inégalité triangulaire et permettra de préciser dans quel cas on obtient l'égalité.
La distance d'un point à une droite sera utilisée en particulier dans des calculs d'aires planes. On étudiera l'ensemble des points situés à une distance imposée d'une droite donnée.

Connaître et utiliser la propriété pour chaque côté d'un triangle d'être inférieur à la somme des deux autres.
Connaître le régionnement du plan par la médiatrice.
Reconnaître la position relative d'une droite et d'un cercle.
Tracer, reconnaître la tangente à un cercle en l'un de ses points.

2. Bibliographie:

Le secret de Léonhardt
REPERES n° 8

Vérité des axiomes et des théorèmes en géométrie
Petit x n° 37

L'enseignement des mathématiques par situations-problèmes
IREM Pays de Loire

Mathématiques dynamiques
Annie Berté
Nathan Pédagogie 1993

Est-ce bien normal?
J. Lubczanski Tangente n° 42

3. Points retenus:

La lecture des différents textes proposés dans la bibliographie ci-dessus montre que le vrai problème de cette partie de cours n'est ni de trouver une progression ni de surmonter des difficultés parfaitement repérées mais plutôt de donner un statut mathématique à une notion qui parait naturelle et proche de l'idée communément admise. Aussi avons nous choisi des problèmes permettant de mettre en oeuvre les outils rencontrés pendant le cours ou mieux encore d'être initiateurs de ces outils.

Les activités proposées pourraient illustrer une démarche du type cours-exercices d'application au sein d'une progression très classique (tableau 1) ou une approche moins traditionnelle (tableau 2)

DISTANCE ENTRE DEUX POINTS
- Placer un point
- Le jeu de boules
- Trois solutions?

MÉDIATRICE D'UN SEGMENT
- Le triangle isocèle
- Les motards
- Où camper?

CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE
- Le centre
- Ont-ils le même centre?
- La tache

RÉGIONNEMENT DU PLAN
- L'usine

INÉGALITÉ TRIANGULAIRE
- L'étourdi

DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE
- Où était-il?
- La plus grande aire

Tableau 1

DISTANCE

- Distance entre deux points
  - Placer un point
  - Le jeu de boules
  - L'étourdi
- Distance d'un point à une droite
  - Où était-il?
  - L'usine
  - La plus grande aire

EQUIDISTANCE

- Équidistance à deux points
  - Le triangle isocèle
  - Les motards
  - Trois solutions?
- Équidistance à trois points
  - Le centre
  - Ont-ils le même centre?
  - La tache
- Équidistance à deux droites
  - Où camper?
- Équidistance à deux cercles
  - Les camions

Tableau 2

Cette approche, moins liée à une progression, offre une plus grande liberté dans la construction des outils et l'apprentissage des compétences. Elle permet une exploration plus complète et moins technique de la notion de distance.

Il est clair que ces activités ne sont que quelques-unes de celles qui sont nécessaires à une leçon complète et nous ne prétendons pas qu'elles suffiront à une totale assimilation de cette partie du cours de quatrième.

Distance entre deux points

Cette première partie ne nécessite que des pré requis très élémentaires (mesure de longueur, tracés de base).

Placer un point

Il est nécessaire que la définition du cercle soit clairement comprise, il peut être utile de la rappeler si les premières recherches se font trop "à tâtons". On peut pour cela demander de tracer un puis deux, trois , quatre .... points situés à 4 cm de A.

Cette activité qui propose une première approche de l'inégalité triangulaire nous aidera par la suite; par exemple en étudiant plus spécialement le cas du point D (solution unique) qui correspond à la difficulté principale : équivalence de l'égalité et appartenance du point au segment.

Le jeu de boules

La recherche de toutes les solutions possibles n'est peut-être pas indispensable dans un premier temps. On pourra se contenter de quelques unes, quitte ensuite à y revenir lorsque sera installée le régionnement du plan par la médiatrice.

On sera peut-être amené à rappeler les règles (pour les gens du nord!)

L'étourdi

L'objectif ici est d'utiliser l'inégalité triangulaire. Il faudra que l'élève en comprenne l'intérêt et sache manipuler correctement les inégalités qui y sont liées.

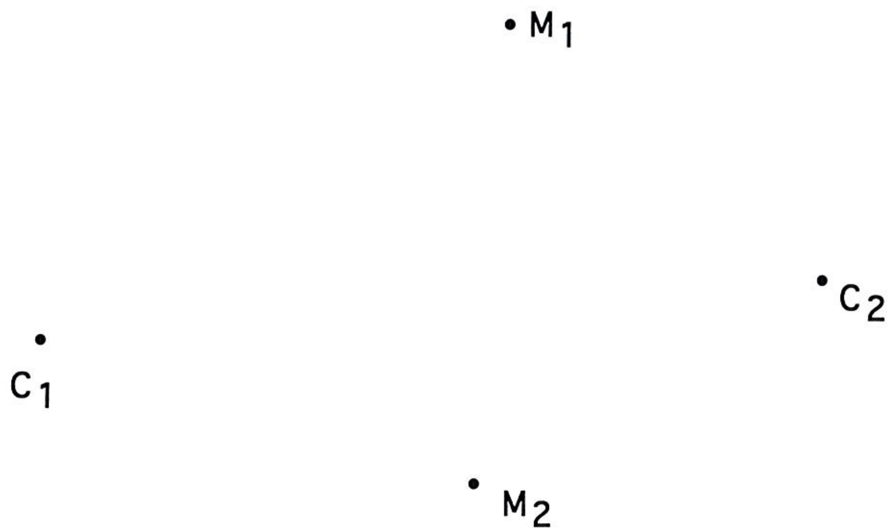
Cette activité ne saurait suffire à cette tâche.

Placer un point

A ·   · B

Placer un point C situé à 4 cm de A et à 7 cm de B.
(y a-t-il plusieurs solutions?)
Placer un point D situé à 2 cm de A et à 7 cm de B.
(y a-t-il plusieurs solutions?)
Placer un point E situé à 1 cm de A et à 7 cm de B.
(y a-t-il plusieurs solutions?)

Le jeu de boules



Marius et César sont partis se désaltérer en laissant leurs boules sur le terrain. Pendant leur absence, un enfant a déplacé le cochonnet. Marius se souvient avoir marqué deux points.

Sauriez-vous retrouver où pouvait être le cochonnet?

L'étourdi

Jean a noté l'énoncé de son devoir mais a «oublié» quelques détails:

• Tracer un triangle ABC, de périmètre 15 cm, de côté [AB] mesurant 5 cm *(il se souvient en plus que les deux autres côtés sont mesurés , en cm, par des nombres entiers).*

• Tracer un triangle DEF, de périmètre 80 cm, de côté [DE] mesurant 25 cm et de côté [DF] mesureant 14 cm.

• Tracer un triangle GHI, de périmètre 21 cm dont un côté mesure 6 cm. *(il se souvient qu'un côté est double de l'autre).*

Saurais-tu, comme lui, faire quand même ce devoir?

Distance d'un point à une droite

Cette deuxième partie doit permettre d'installer la distance d'un point à une droite et surtout mathématiser une notion si intuitive pour les élèves qu'elle peut perdre de l'intérêt dans le cadre du cours de mathématiques. Elle peut être introduite de manière très élémentaire, comme plus court chemin; ces activités ne font que proposer des applications de la définition.

Où était-il?

Cette activité permet une utilisation simple et directe de la définition .

On pourra aussi rechercher d'autres points situés à égale distance de la route et du puits sans toutefois aller jusqu'à déterminer l'ensemble de tous ces points.

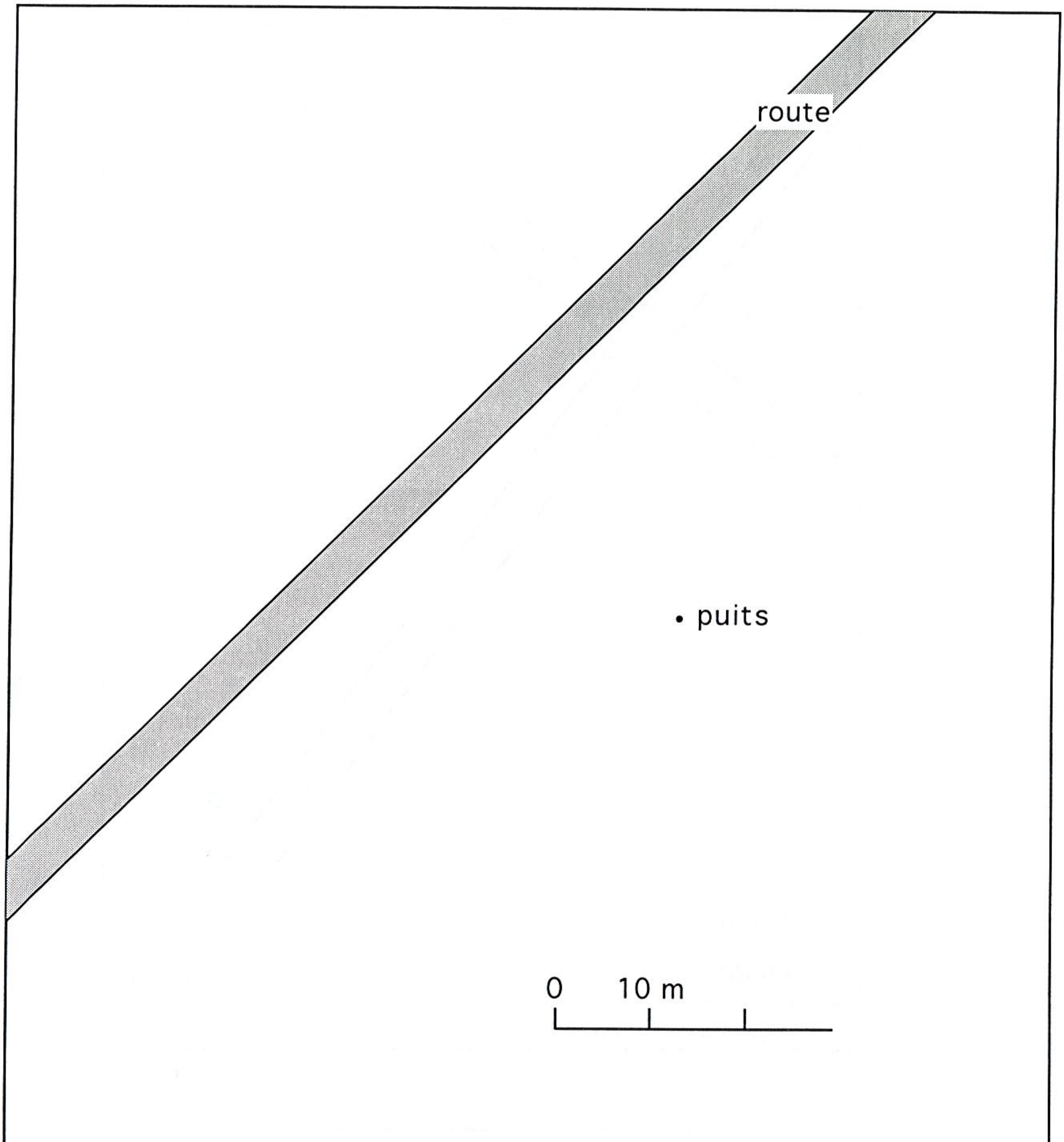
L'usine

On introduit dans cette activité l'ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite par analogie à l'ensemble des points situés à une distance donnée d'un point.

La plus grande aire

Cette activité est une utilisation fine de la comparaison oblique-perpendiculaire. La propriété aura été établie au préalable (en utilisant l'inégalité triangulaire) et trouvera ici un exemple d'utilisation non élémentaire.

Où était-il?

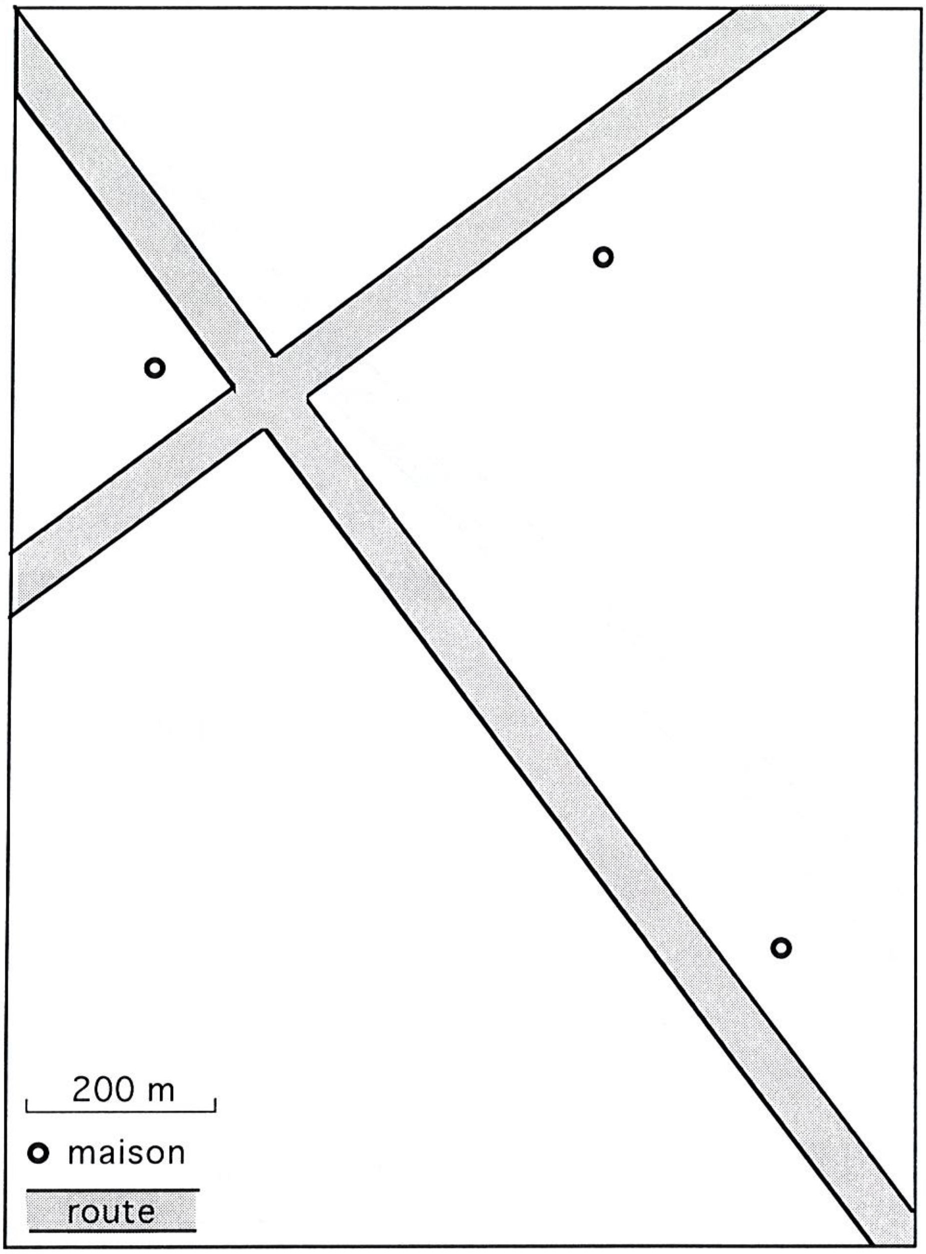


Assis au bord de la route, Jean se lève et marche à travers champ perpendiculairement à la direction de la route.

Après avoir marché 20 mètres, il s'arrête et remarque alors qu'il est à la même distance de la route et du puits.

Retrouver l'endroit où il était assis.

L'usine



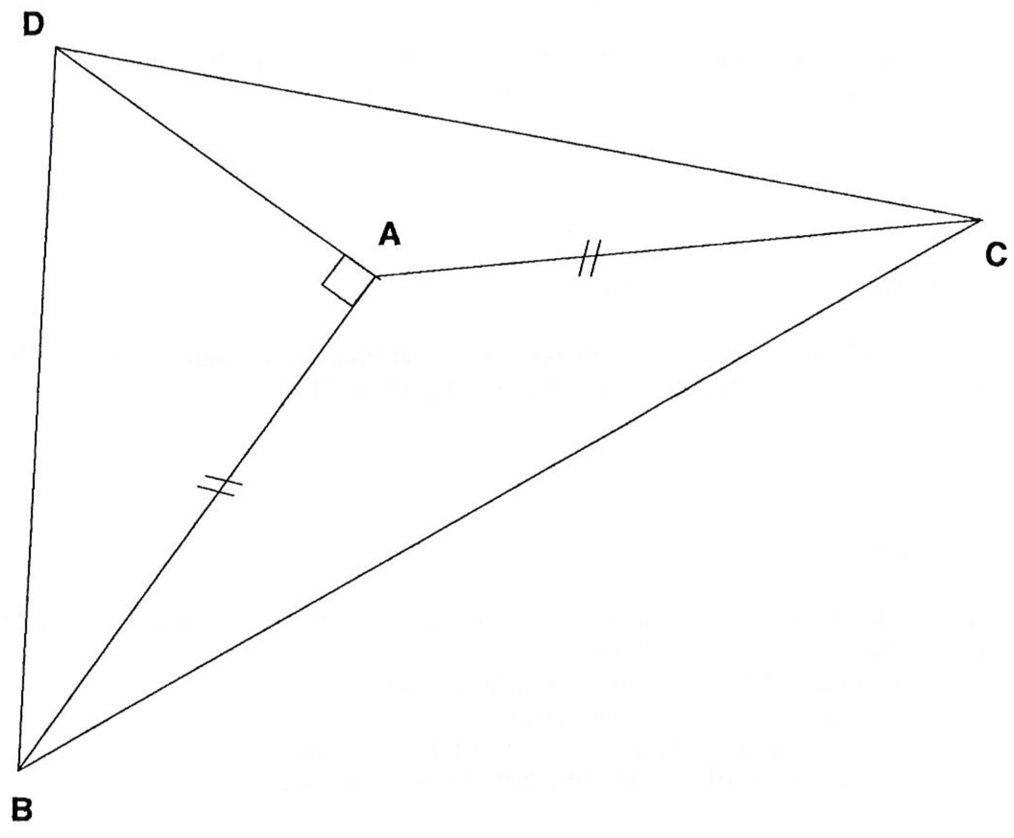
Une entreprise envisage de créer une usine à la campagne.
Cette usine ne peut être située:

- à moins de 400 m d'une maison
- à plus de 200 m d'une route.

Voici le plan de la région qui a été choisie.

Trouver les endroits où l'on peut envisager d'installer cette usine.

La plus grande aire



ABC est un triangle isocèle en A.

ABD est un triangle rectangle en A.

Lequel des deux triangles ABD et ACD a-t-il la plus grande aire?

Equidistance à deux points

La médiatrice connue depuis la classe de sixième comme axe de symétrie d'un segment, doit se voir affirmer (ou confirmer) son statut d'ensemble des points équidistants aux deux extrémités du segment.

Une introduction du type : trouver un, deux , des ... points situés à la même distance de deux points donnés peut être utilisée dans ce but.

Le triangle isocèle

Cette utilisation directe ne présente de difficulté que dans la recherche de toutes les solutions, recherche suggérée par la présentation.

Les motards

Noyer un problème simple dans un flot d'informations inutiles à la résolution est une technique utilisée couramment.

C'est un problème de construction, pas de calcul ...

On peut envisager d'autres variantes:

- l'un des motards se dirige directement vers la route
- les deux motards se dirigent directement vers la piste

Trois solutions?

Là encore ce qui fait l'intérêt de l'exercice est la recherche des différentes solutions et la discussion concernant la réalité de ces solutions. On pourra peut-être même envisager l'existence de trois solutions confondues en une seule, quant à la valeur correspondante de BD ...

Le triangle isocèle

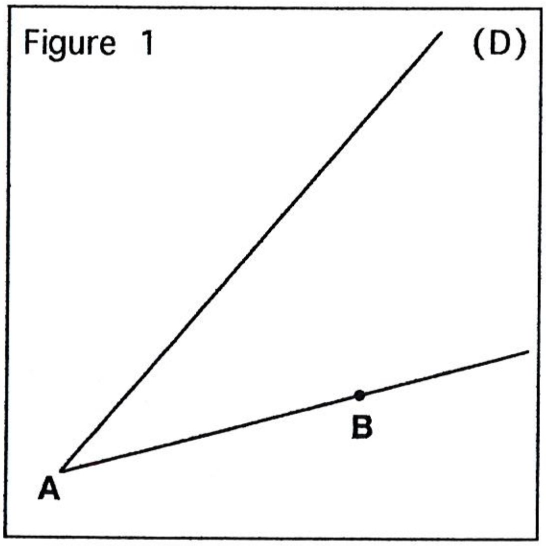


Figure 1

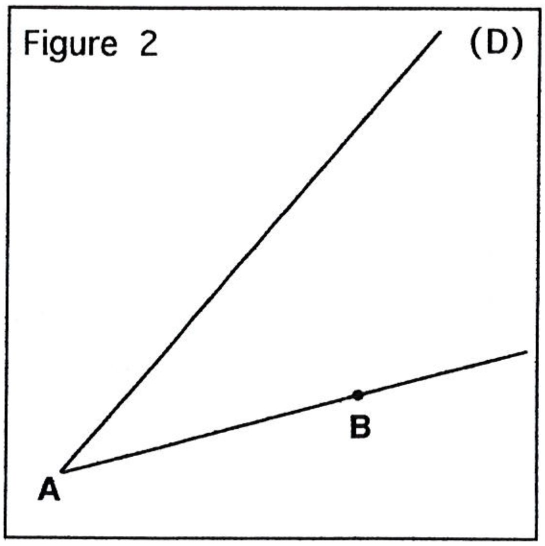


Figure 2

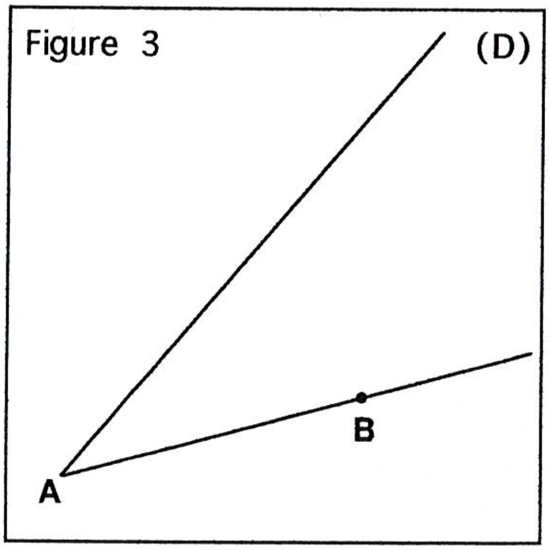
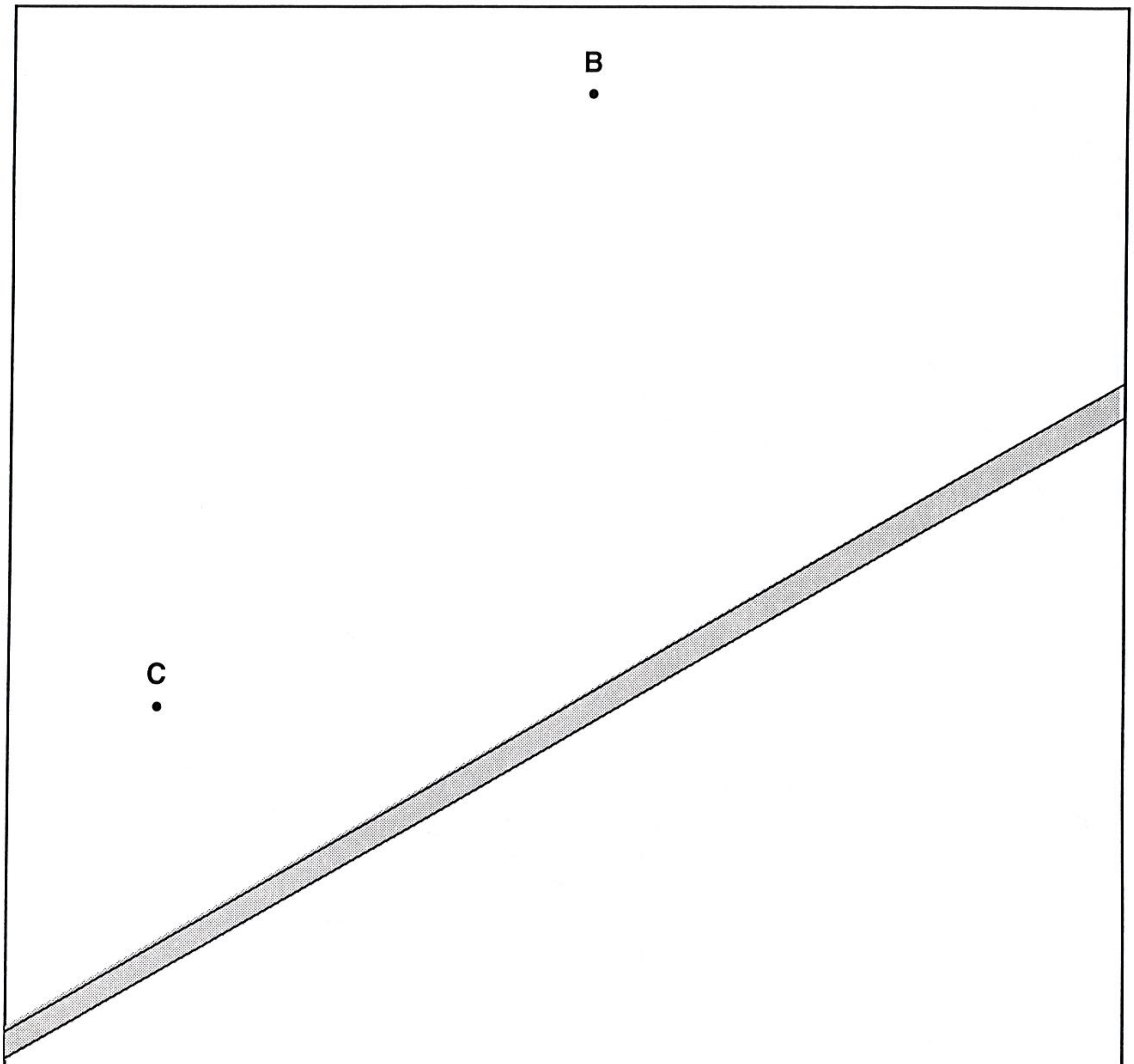


Figure 3

Pour chacune des figures construire un point C de la droite (D) de façon que le triangle ABC soit isocèle.

Les motards

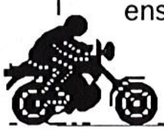


Deux motards B. Idon et C. Arter doivent rejoindre le village d'Abiensur situé sur une piste tracée dans un désert plat.

B. Idon part du village B situé à 76 km de la piste avec sa RS 1100 S rouge. alors que C. Arter part du village C situé à 30 km de la piste avec sa T 750 noire.

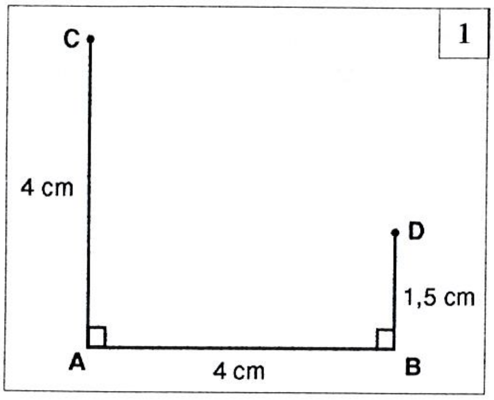
Les deux villages sont distants de 110 km à vol d'oiseau.

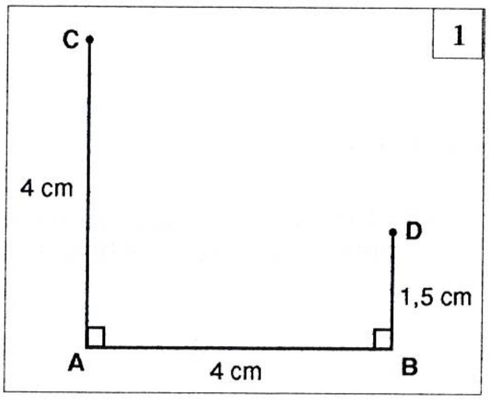
Parti le 19 octobre à 8 heures, chaque motard roule à la vitesse de 90 km/h. et se dirige directement vers leur lieu de rencontre où ils arrivent ensemble.

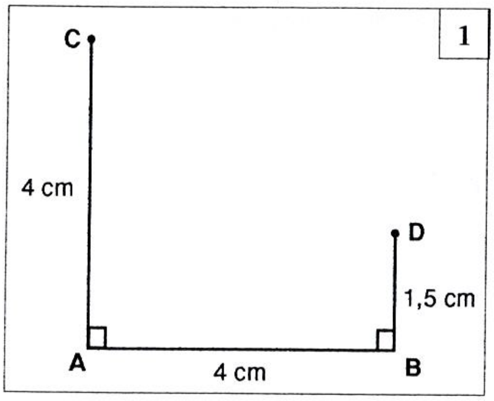


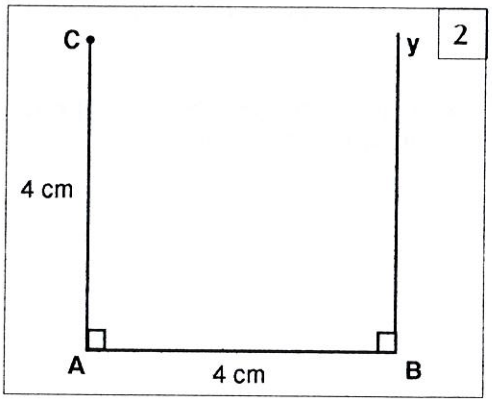
Placer ce village sur la carte.

Trois solutions?









1. Placer un point E sur le segment [AB] pour que le triangle CDE soit isocèle.

2. Placer D sur la demi-droite [By) pour que le problème précédent ait trois solutions.

Equidistance à trois points

La concourance des médiatrices d'un triangle est une démonstration accessible aux élèves de quatrième et avant de l'aborder on peut rechercher l'existence d'un point équidistant de trois points donnés, existence qui n'apparaît pas toujours évidente aux élèves.

Le centre

Problème très classique qu'on retrouve dans beaucoup de manuels mais qui offre l'avantage de montrer la bonne compréhension de la propriété.

Ont-ils le même centre?

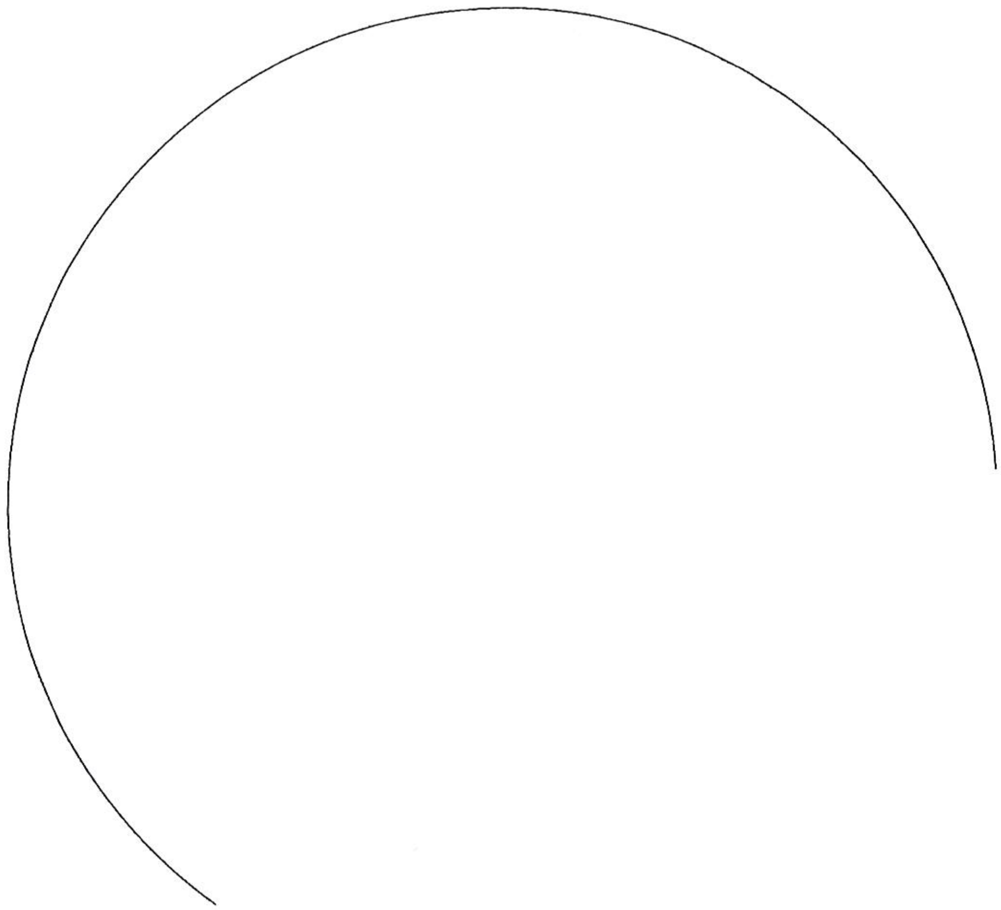
C'est une variante de l'exercice précédent.

La tache

Exercice plus subtil qui joue à la fois sur la concourance des médiatrices et la double définition de celles ci.

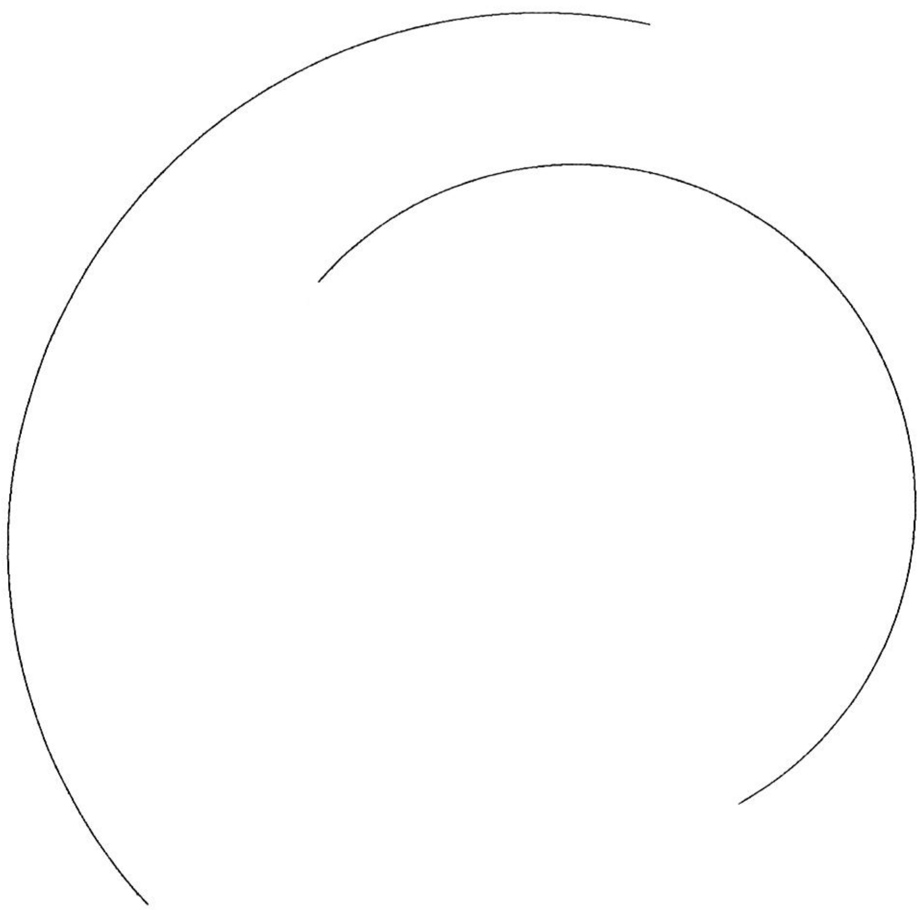
Il faut toutefois remarquer que d'autres méthodes peuvent être utilisées pour la résolution (théorème des milieux par exemple).

L e   c e n t r e



Construire le centre du cercle sur lequel est tracé l'arc donné.

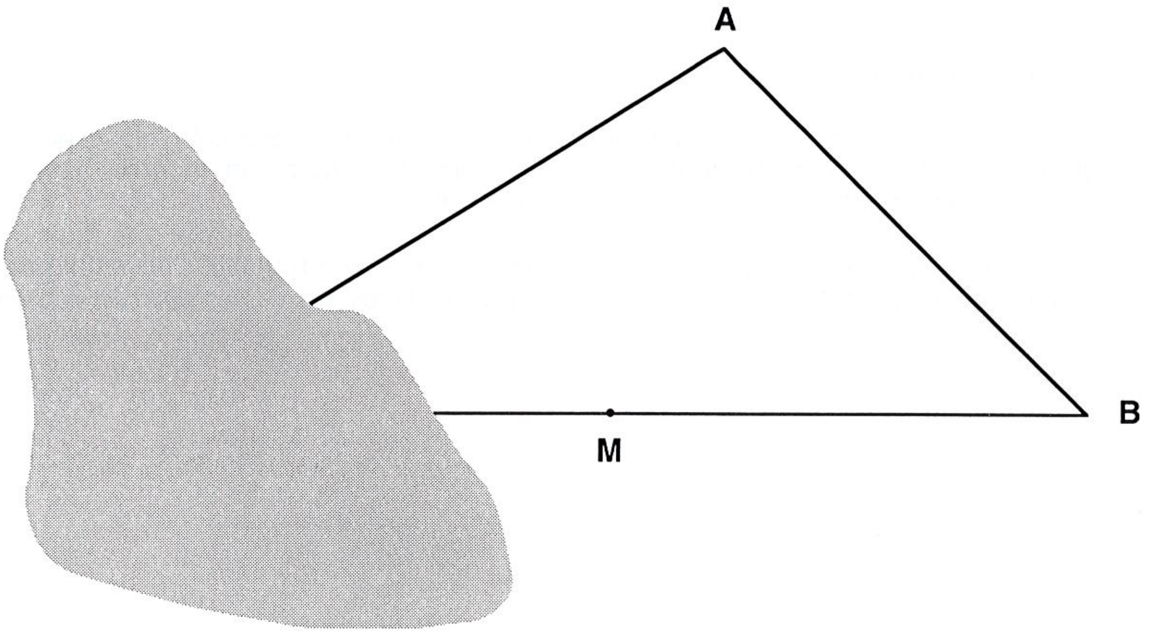
Ont-ils le même centre?



Ces deux arcs sont-ils tracés sur deux cercles qui ont le même centre?

Justifiez votre réponse.

La tache



Le sommet C du triangle ABC a disparu sous une tache.
Le point M est le milieu du segment [BC].

Sans dessiner sur la tache construire

- *le cercle circonscrit au triangle ABC*
- *le milieu N de [AC].*

D'autres équidistances

La définition de l'équidistance à deux points est explicitement au programme des collèges, pas celle d'équidistance à d' autres objets géométriques mais pourquoi ne pas s'y intéresser?

Où planter?

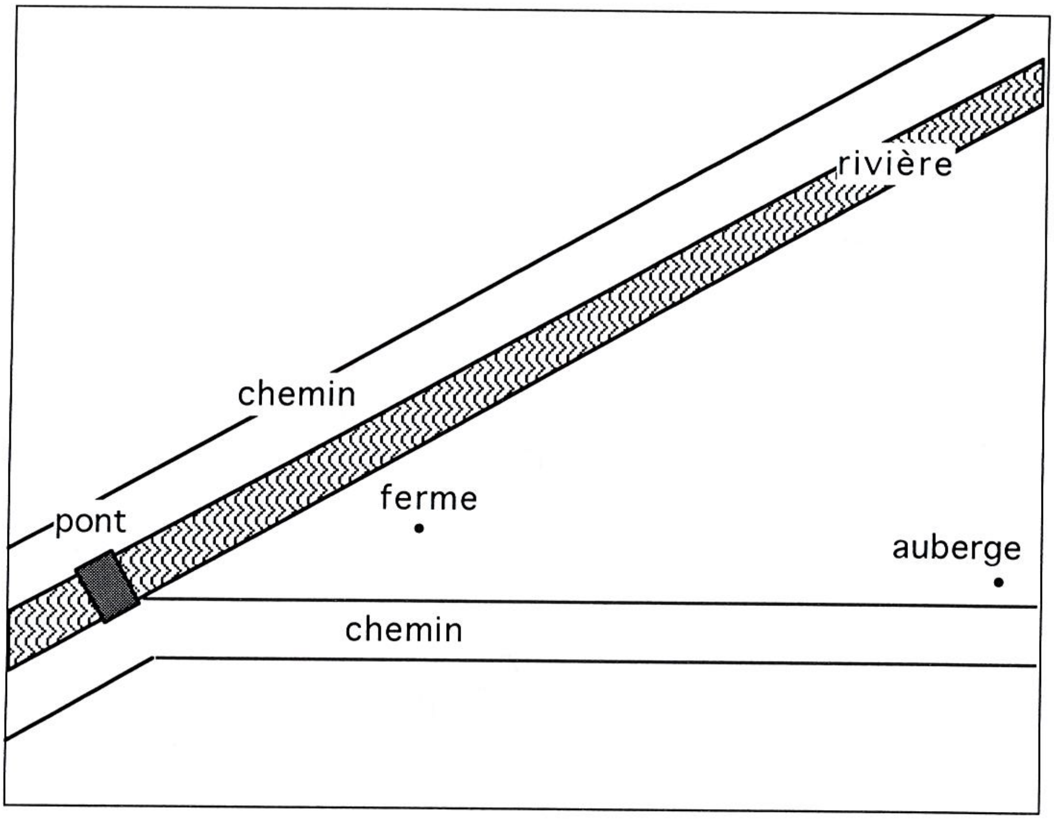
La bissectrice est connue comme axe de symétrie, l'équidistance d'un point à deux droites peut fournir une autre définition. La démonstration de l'équivalence de ces définitions, quoiqu'un peu délicate, est à la portée des élèves de quatrième.

Les camions

Pourquoi ne pas s'intéresser à l'équidistance à deux cercles? L'élève pourra proposer une définition de la distance d'un point à un cercle et montrer ainsi sa parfaite compréhension des définitions précédentes.

Bien sûr, il n'est pas question de définir dans son intégralité l'ensemble des points équidistants de deux cercles mais trouver quelques uns de ces points n'est pas sans intérêt.

Où planter?

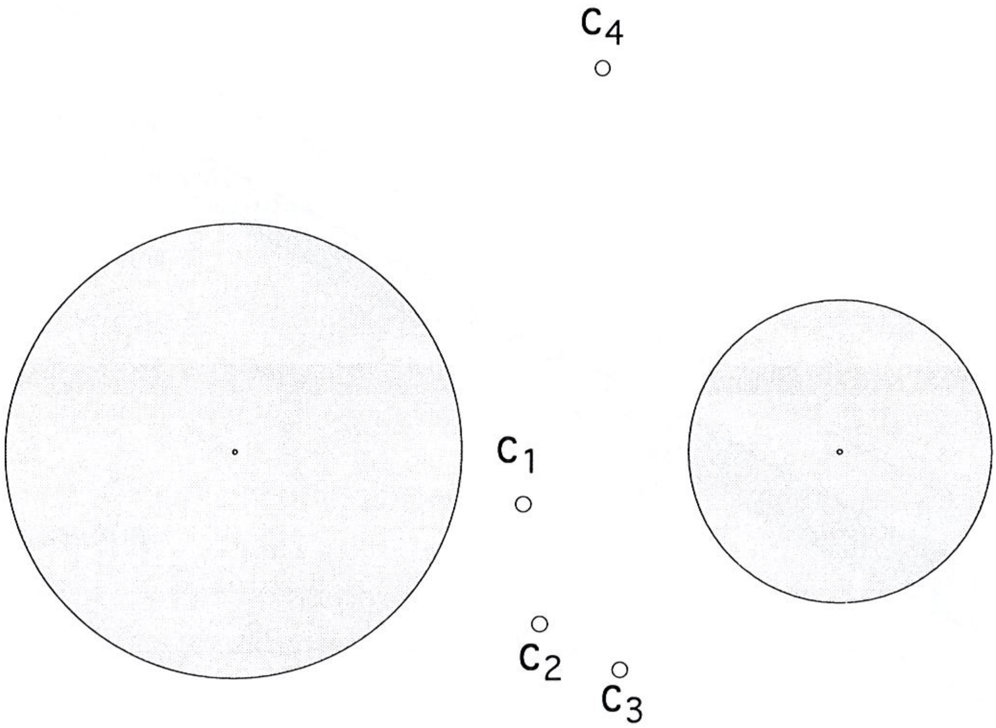


Un campeur désire planter sa tente à égale distance de la rivière où il va pêcher et du chemin où il gare sa voiture.

Sa femme veut être à égale distance de la ferme et de l'auberge pour faire les achats nécessaires à la confection des repas.

Où planter la tente?

Les camions

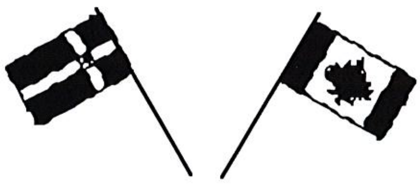


Les camions lourdement chargés doivent aller déposer leur chargement dans l'une des deux décharges. Le conducteur choisit celle qui est la plus proche.

Indiquer pour chacun le trajet qu'il doit suivre.
Trouver des positions pour lesquelles le conducteur a un choix embarrassant.

QUELLES ACTIVITES GEOMETRIQUES

A LA MAISON ?



Quelles activités géométriques à la maison?

1. Dans les programmes:

> Les activités choisies doivent développer la capacité de se poser des problèmes et de progresser vers leur résolution. Elles doivent aussi :
> Permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances acquises par tout le monde;
> Créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures;
> Rendre possible la mise en jeu des outils prévus;
> Fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement. On y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons...
> C'est à ce prix que l'on peut :
> Habituer à l'art d'expérimenter et à celui de conjecturer, donc d'entraîner à chercher;
> ...

2. Bibliographie:

Repères Irem n°8 (Pages 66 et 85) consacré aux activités et plus particulièrement deux articles :

Concevoir de " bonnes " fiches en mathématiques,
J.HOUDEBINE et J.JULO, IREM de Rennes.

Enseigner à partir d'activités est-ce bien raisonnable?
M. MATHIAUD.; IREM de Paris VII.

Les pavages du Kangourou; A. DELEDICQ, R. RABA; ACL éditions

Pavages et coloriages; M.P. COLLONGE - F. THENARD; IREM Paris VII

3. Les points retenus :

Une activité à la maison répond aux critères généraux retenus par Michelle MATHIAUD dans son article. Elle est aussi soumise à d'autres facteurs :

- Le "temps" : Il n'est plus une contrainte; chaque élève travaillant à son rythme;
- Les consignes : Elles doivent être simples et explicites dans la mesure où le professeur n'intervenant pas directement, l'élève travaille seul.

Elle pose aussi les questions :

- permet-elle à l'élève de s'auto-contrôler pour se remettre en question, se conforter et poursuivre son travail?
- permet-elle à l'élève de fournir une réponse même partielle (tout en évitant une consigne maïeutique) qui crée rapidement une situation susceptible de faire naître des stratégies ou des conjectures?
- permet-elle un travail personnel effectif, même si les élèves sont tentés de recopier celui d'un camarade?

Nous proposons les activités suivantes :

- Constructions de dessin :
    - La rosace du temple de Diane
    - La rosace inachevée
- Recherche systématique de figures :
    - Des triangles auror d'un carré
    - Les heptaminos
    - Drôles de polygones !
    - Les drapeaux
- Pavages :
    - A partir d'un pavage
    - A partir d'un motif

Constructions de dessins

Ces activités permettent :

- d'aboutir à une production, un modèle étant fourni
- d'offrir la possibilité d'un débat lors de la correction, dû aux différentes statégies de construction choisies
- de laisser la possibilité de s'auto-contrôler, à l'aide d'un papier calque par exemple

La rosace du temple de Diane

(in Petit x, Novembre 92)

Des prolongements sont possibles à partir de ce dessin :

- amorce d'un pavage
- objet de calculs, par exemple pour répondre à la question :

  les triangles compris entre deux carrés sont-ils équilatéraux ?
- réalisation avec une tortue Logo

La rosace inachevée

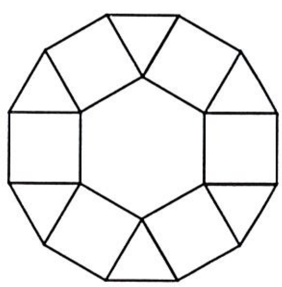
Elle peut être l'objet de :

- coloriages raisonnés ("*colorie dans une même couleur tous les losanges superposables*")
- Calculs d'angles (de proche en proche, tous les angles peuvent être calculés en admettant toutefois que certaines figures sont des carrés)

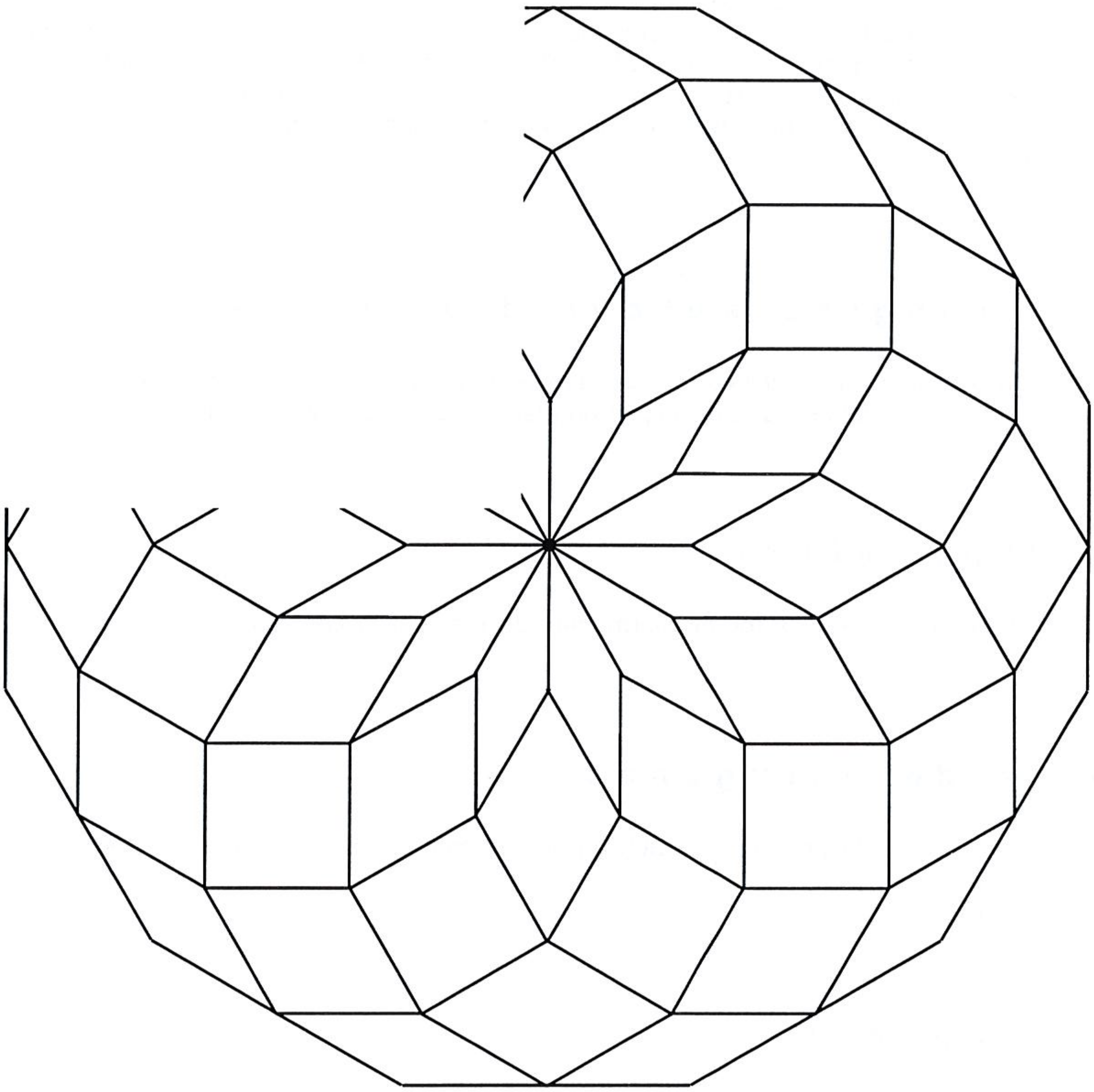
La rosace du temple de Diane

Dans les jardins de la Fontaine à NIMES, on trouve cette rosace appelée *rosace du temple de Diane*.

Reproduire cette rosace de façon que les côtés des carrés mesurent 4 centimètres.



La rosace inachevée



Colorier d'une même couleur les carrés superposables, puis les losanges superposables.

Recherche systématique de figures

On peut proposer dès la classe de sixième, des activités de recherche systématique. Ce type d'activités offre l'avantage d'assurer une production, même partielle, dès que la consigne est bien comprise : il est peut-être nécessaire de faire précéder chaque recherche d'une étude de contre-exemples.

Elles peuvent s'appuyer sur des manipulations physiques qui, à la maison ne posent pas de problème de temps, et laisser le problème ouvert en ne donnant pas à l'avance le nombre de figures à trouver. Chaque élève a la possibilité d'engager une stratégie de recherche; lors de la correction, une stratégie optimale peut alors être dégagée.

Des triangles autour d'un carré *

On peut aussi imaginer un exercice analogue sur papier pointé à base triangulaire en partant d'un hexagone aurour duquel on place 1, 2, ..., 6 triangles équilatéraux.

Les Heptaminos *

Les contre-exemples fournis permettent de préciser la consigne.

Drôles de polygones

Comme pour la première activité, on peut demander de chercher les éléments de symétrie.

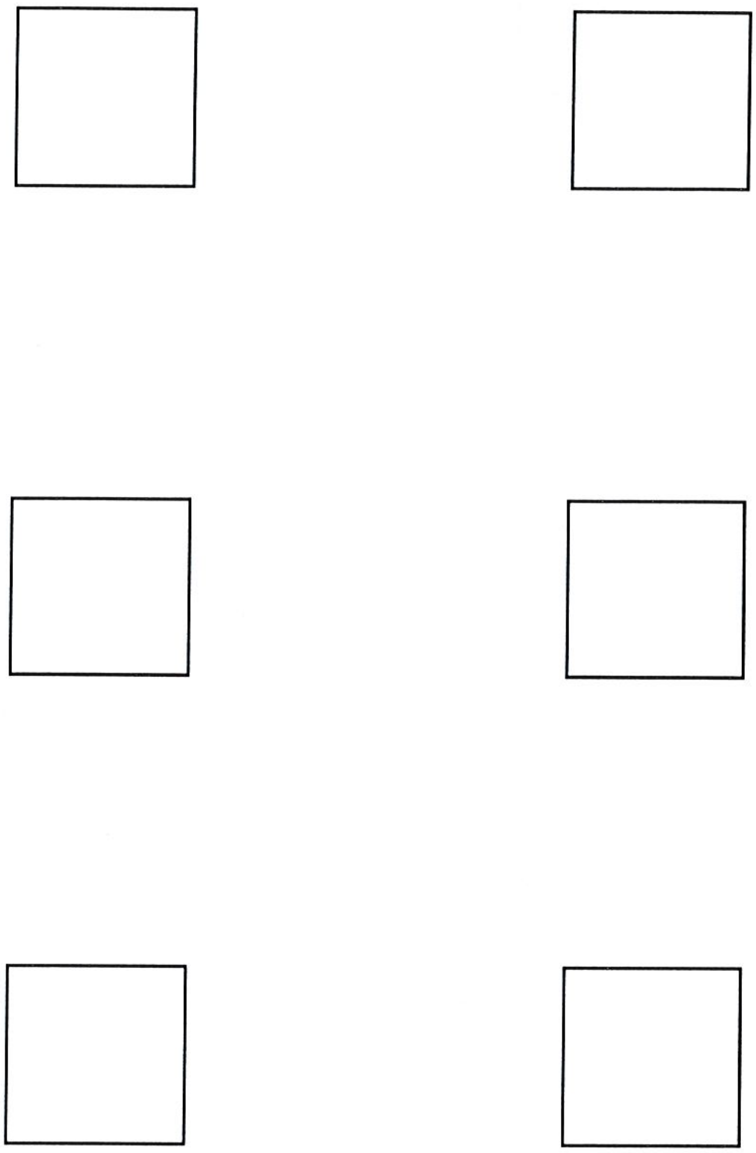
Les drapeaux *

Des explications seront sans doute nécessaires pour faire comprendre pourquoi la couleur est à prendre en compte dans la présence d'axes de symétrie.

Des exemples éclaireront la règle du jeu; ainsi le drapeau français (bleu, blanc, rouge) a trois couleurs et un seul axe de symétrie.

* IREM Paris-Nord, Les transformations, Fascicule 2: Symétrie axiale

Des triangles autour d'un carré

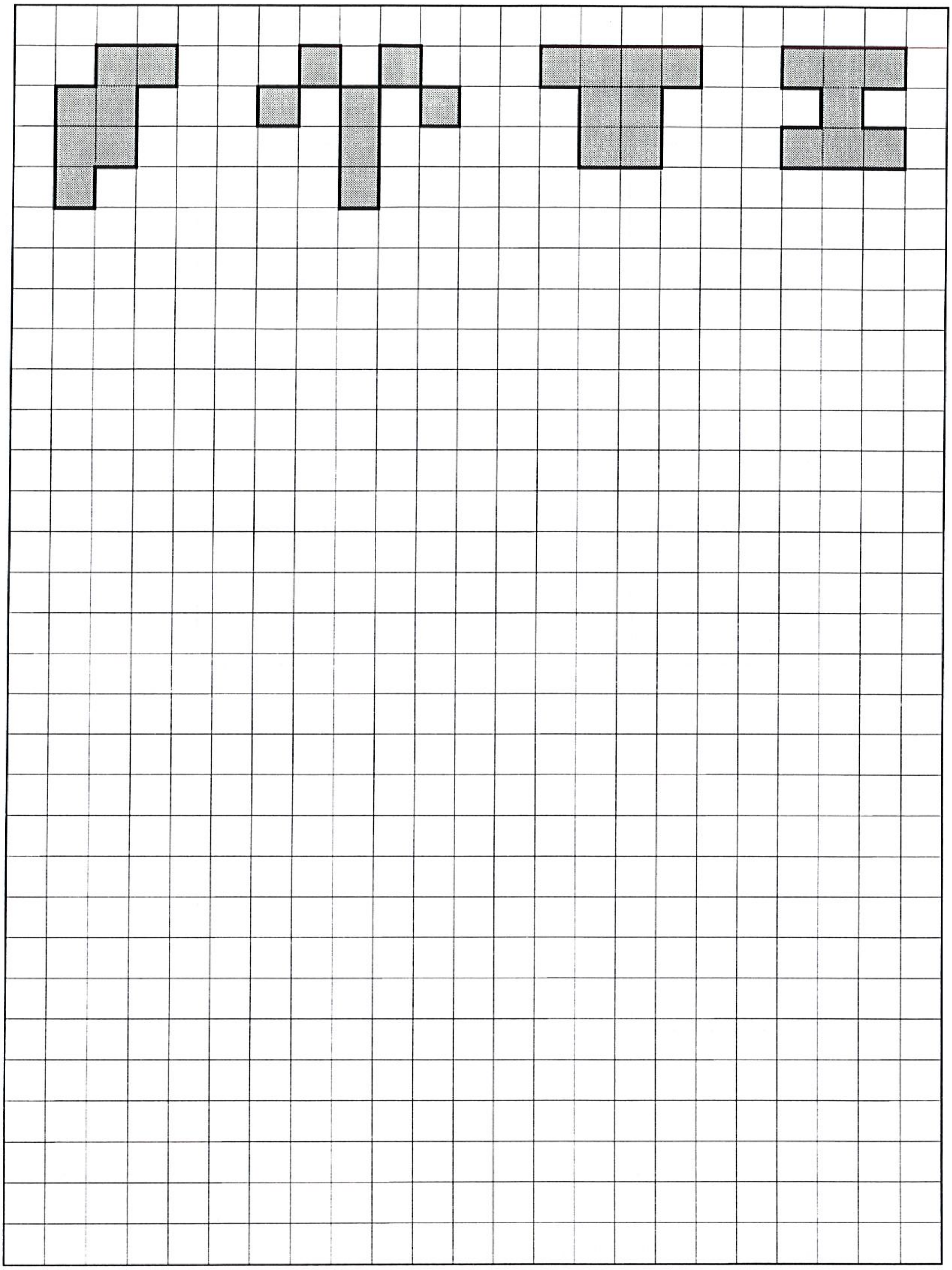


1. Dessiner sur un côté d'un carré, à l'extérieur, un triangle équilatéral ayant un côté commun avec le carré.

2. Dessiner sur 2 côtés du carré, à l'extérieur, 2 triangles équilatéraux autour du carré (il y a plusieurs possibilités...).

3. Continuer le même travail avec 3 puis 4 triangles.

Les heptaminos

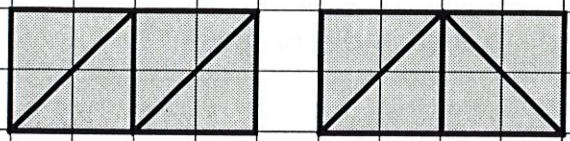


Tracer des figures en noircissant 7 carrés selon la règle suivante :

- tout carré a, au moins, un côté commun avec le reste de la figure
- la figure admet un et un seul axe de symétrie

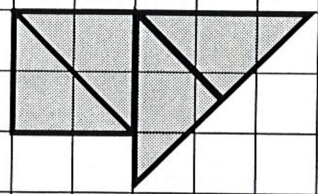
Drôles de polygones !

Exemples



Au choix car c'est le même polygone!

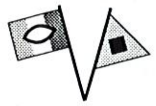
Contre-exemple



Dessiner tous les polygones que l'on peut former par l'assemblage de 4 triangles rectangles isocèles.

N.B. *2 triangles adjacents ont en commun un côté de même longueur.*

Les drapeaux

		Nombre de couleurs du drapeau		
		2 couleurs	3 couleurs	4 couleurs
Nombre d'axes de symétrie	0 axe			
	1 axe			
	2 axes			
	3 axes			
	4 axes			

Dessiner, quand c'est possible, un drapeau dans chacune des cases du tableau ci-dessus.

Les pavages

1. A partir d'un pavage :

Un pavage étant donné, diverses d'activités sont permises en fonction du niveau des élèves ou de la complexité du dessin :

Regarder :

Exercice d'observation pour lequel on peut demander de repérer :

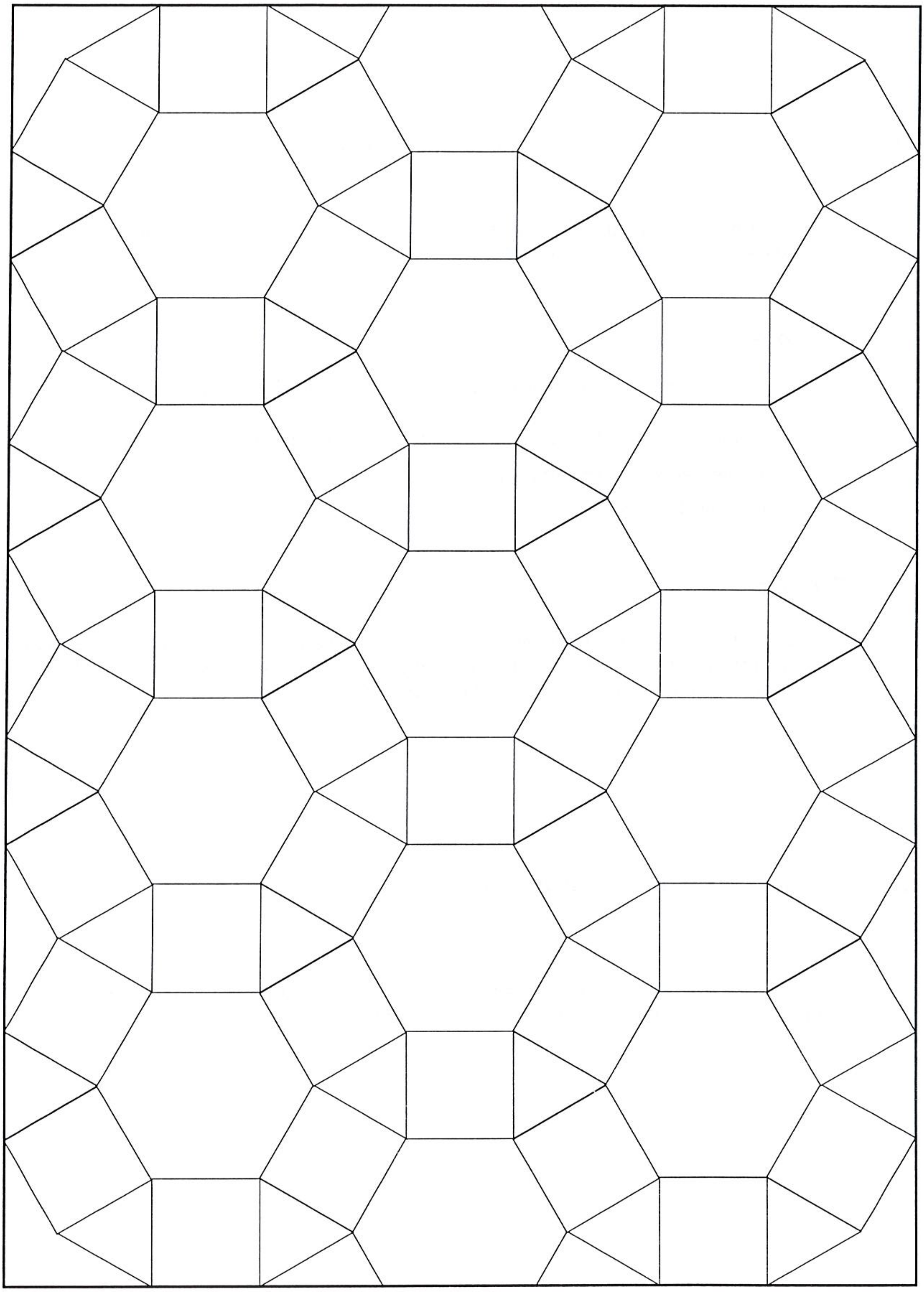
- les éléments identiques (superposables), les nommer , les colorier ...
- les éléments de symétrie, de translation, de rotation ....
- un motif de base,

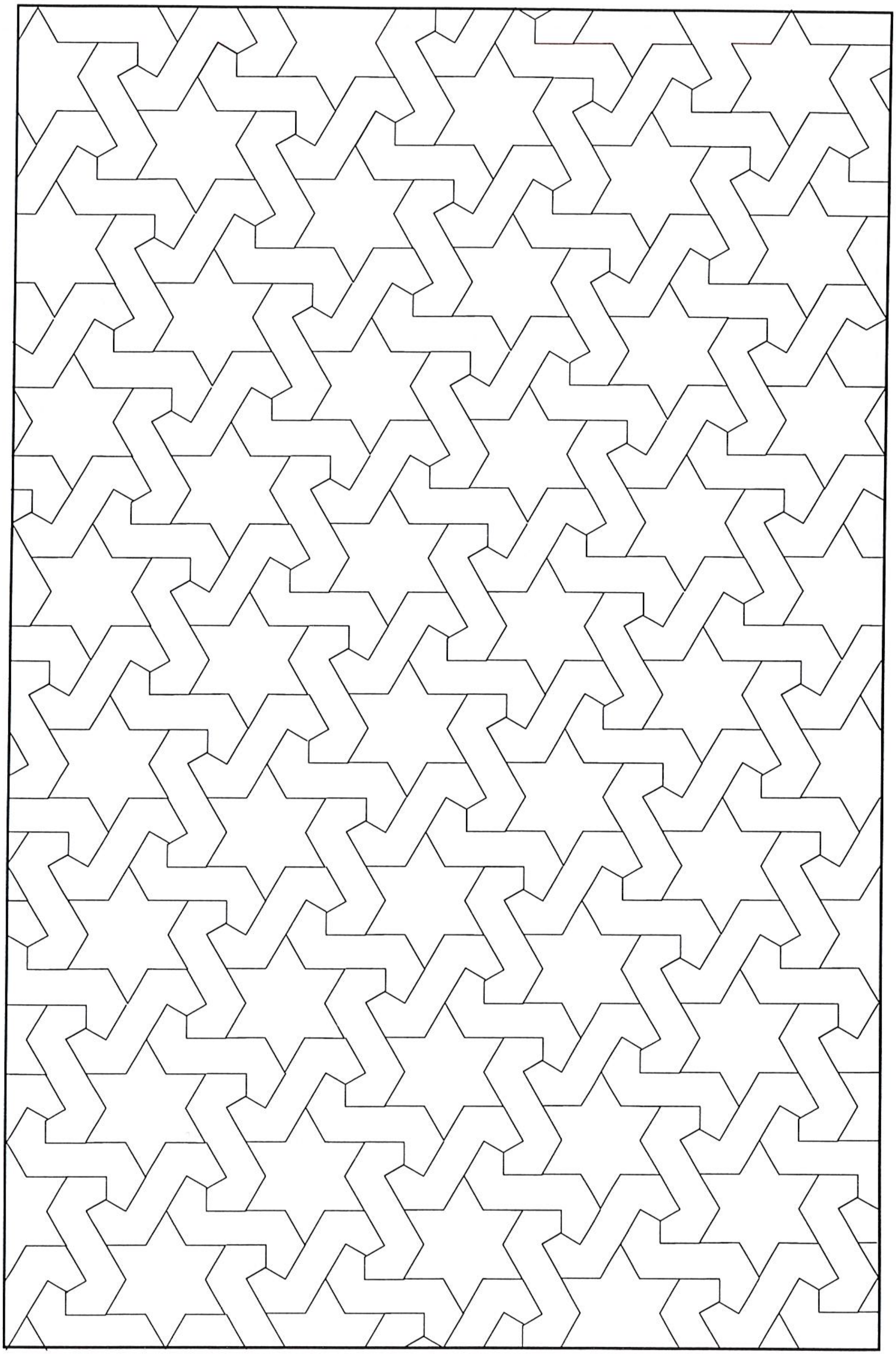
Tracer :

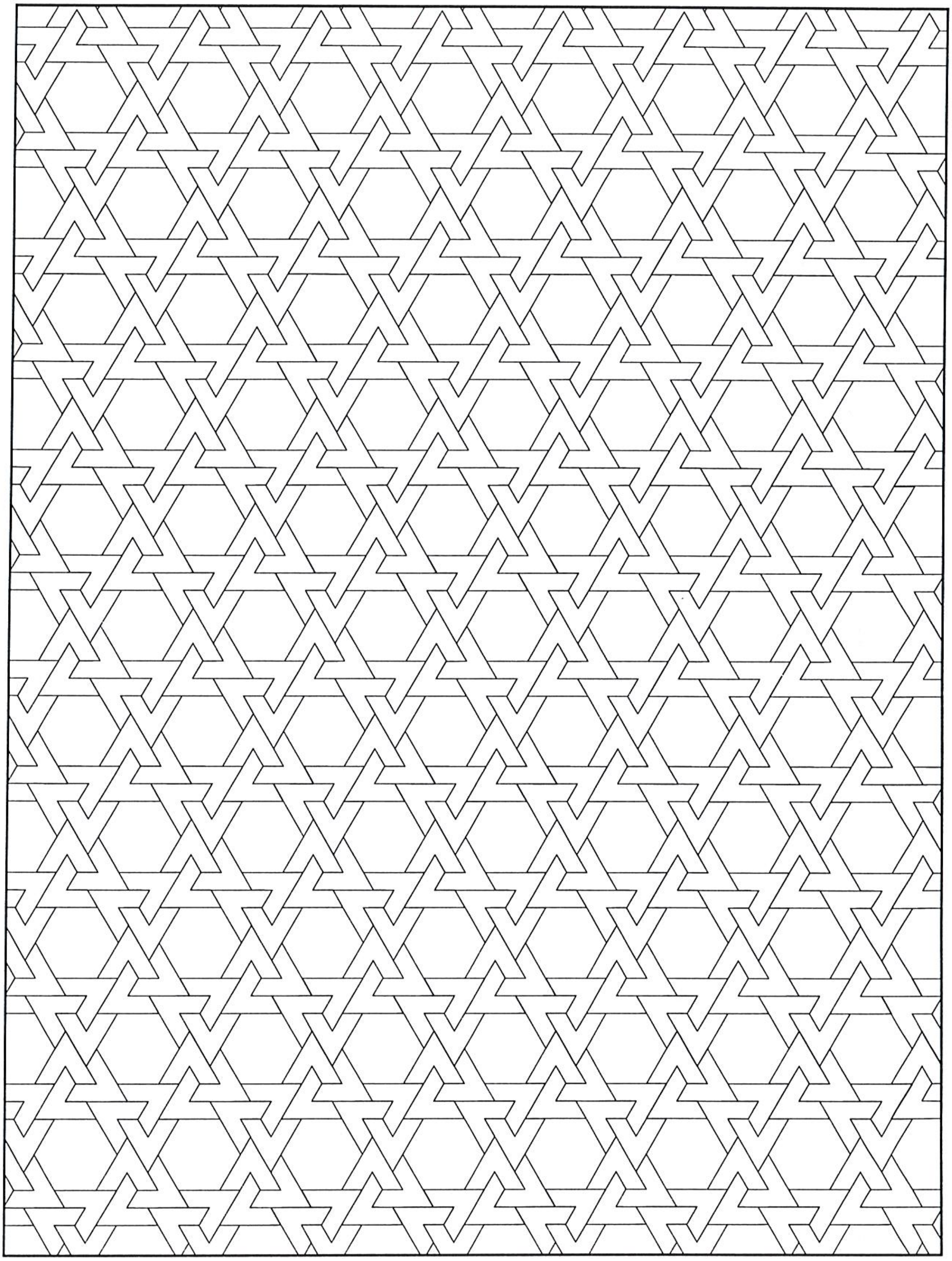
Exercice de dessin consistant à terminer un pavage dont une partie a été effacée (coller un "post-it" sur le pavage avant d'effectuer la photocopie). On peut éventuellement imposer des contraintes instrumentales.

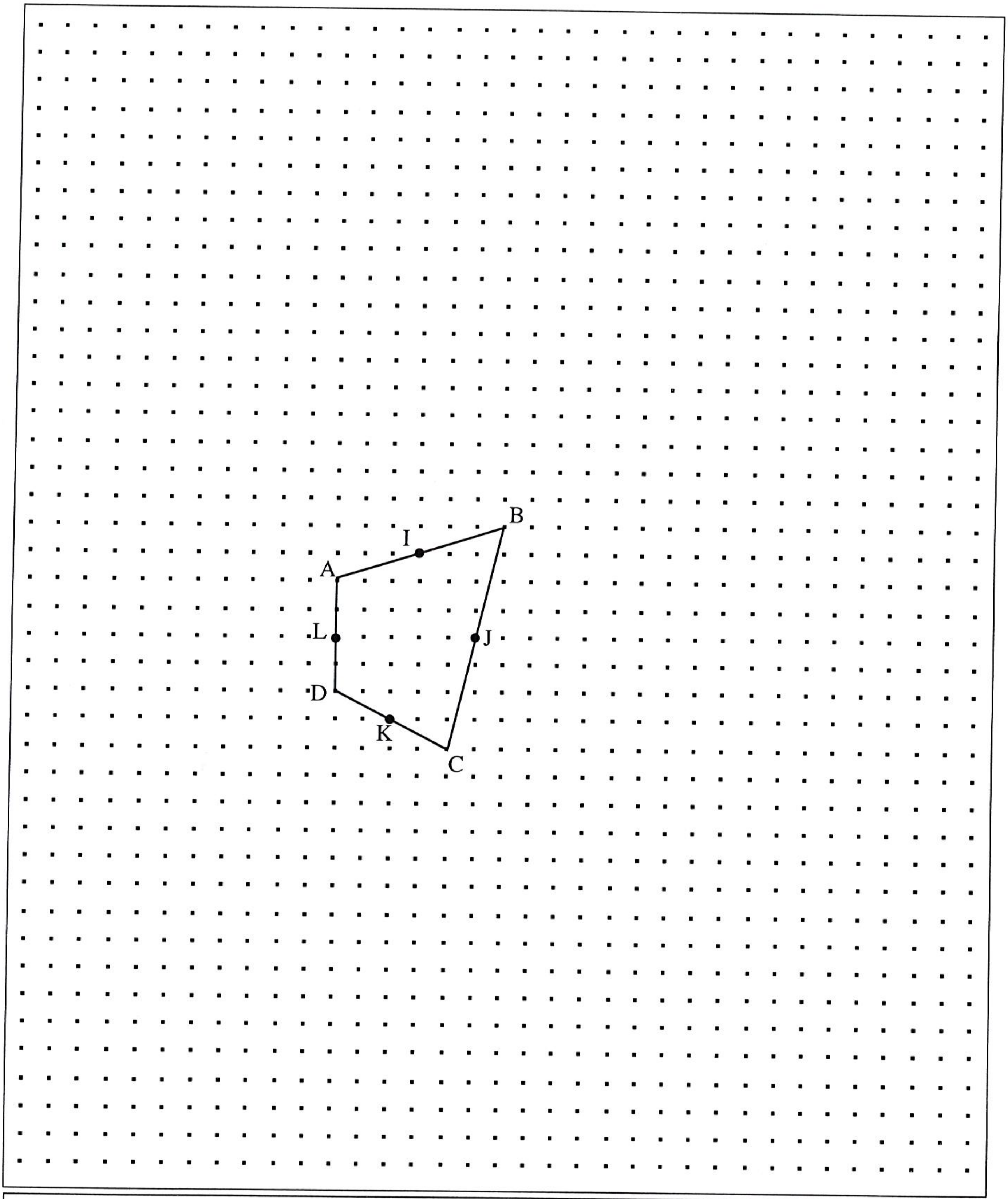
2. A partir d'un motif :

Il s'agit de générer un pavage à partir d'un quadrilatère. L'élève découvre le pavage et ses propriétés au fur et à mesure de sa réalisation.









1. Construire les symétriques du quadrilatère ABCD par rapport aux milieux I,J,K et L de chacun de ses côtés.

2. Après avoir repéré les milieux des côtés des quadrilatères ainsi obtenus, recommencer les constructions des quadrilatères symétriques.

3. … et ainsi de suite.

Auteurs : Groupe Elémentaire - Collège

Bernard DA COSTA
Jacques ENGELHARDT
Nicole PANNETIER
Jean François JAMART

Editeur : IREM Paris-Nord

Date : Juin 1995

Niveau : Collège

Mots clés : Géométrie - Activités géométriques - Collège - Distance - Aire - Périmètre -

Résumé : Ce document se présente sous forme de fiches, supports d'activités élaborées lors d'un stage programmé par la MAFPEN de Créteil. Il se situe dans le cadre d'une exploration de thèmes géométriques abordés au collège.

UNIVERSITÉ PARIS - NORD

IREM

Avenue Jean-Baptiste Clément
93430 VILLETANEUSE

☎ 49 40 36 40
Télécopie: 49 40 36 36