UNIVERSITE Paris-Nord – I.R.E.M

COURANTS PORTEURS EN LIGNE : UN THÈME PORTEUR POUR LES MATHÉMATIQUES EN STI2D

31 pages

Villetaneuse 2013

ISBN

Dépôt légal : x€

Avant-propos

Les nouveaux programmes de STI2D-STL, mis en application à la rentrée 2011 en première et 2012 en terminale, demandent aux enseignants de mathématiques d' « avoir régulièrement accès au laboratoire afin de favoriser des liens forts entre les formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines. »

L'IREM Paris-Nord a pris en charge le stage du Plan Académique de Formation 2012-2013 de Créteil, « Prendre en compte l'orientation des élèves et l'interdisciplinarité dans les nouveaux programmes de STI2D-STL », pour permettre aux stagiaires cet accès au laboratoire et concevoir des travaux pratiques de mathématiques en lien avec le thème étudié au laboratoire. Nous sommes partis du thème « Courants porteurs en ligne » proposé par le document « Ressources interdisciplinaires, classes de premières STI2D » publié sur le site Eduscol.

Ce thème nous a permis d'aborder une partie importante du programme de mathématiques de terminale : probabilités, simulation, fonctions circulaires, nombres complexes, fonctions logarithmes et échelle logarithmique, équations différentielles. Pour mettre en œuvre une démarche d'investigation, nous nous sommes appuyés sur les logiciels habituellement utilisés en TP de mathématiques : simulation avec un tableur, visualisation avec GeoGebra, programmation avec Scilab et calcul formel avec Maxima.

Cette brochure reprend l'ensemble de la démarche du laboratoire à la conception des TP. Elle propose une introduction du thème « Courant porteur en ligne » et, pour chaque TP, une fiche élève, la solution et des prolongements permettant de concevoir de nouveaux TP et d'éclairer le lecteur sur les contenus des autres enseignements scientifiques et technologiques.

Cette brochure a été réalisée par :

François Mailloux

Lycée Condorcet – MONTREUIL

Fmailloux@ac-creteil.fr

Avec la participation de :

membres du groupe IREM

Sommaire

TP1 - Transmission d'une information avec un code correcteur d'erreur (probabilités et simulation avec un tableur)

TP2 - Pulsation et fréquence d'un signal électrique (fonctions circulaires avec GeoGebra)

TP 3 : Filtrage – Détermination d'une fréquence de coupure (nombres complexes et fonctions ln, échelle logarithmique avec Tableur)

TP 4 : Filtrage – Filtre passe-haut (résolution d'équation différentielle avec un logiciel de calcul formel)

Courants porteurs en ligne : les principes de la communication en réseau

Courants porteurs en ligne : un thème d'actualité

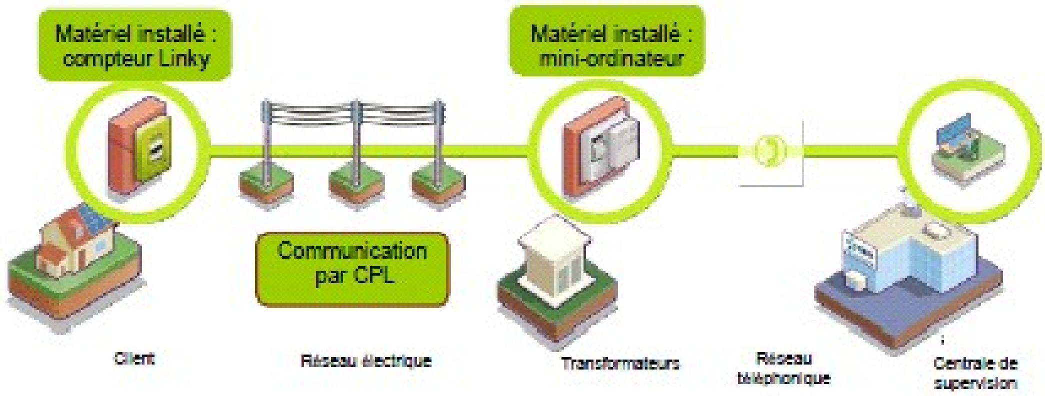
Les compteurs doivent être communicants d'ici 2020 ;

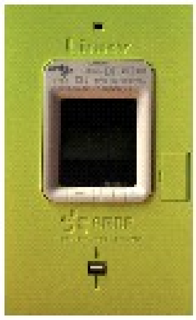
« Une directive européenne précise que 80 % des compteurs électriques doivent être communicant d'ici à 2020. Des informations devront pouvoir s'échanger entre une centrale de supervision pilotée par la société distributrice d'énergie électrique et les compteurs installés chez les clients. »

35 millions de compteurs installés à l'horizon 2018

« EDF a décidé d'installer 35 million de ces compteurs en France entre 2013 et 2018. Avec ces compteurs, les interventions telles que relevé de compteurs, changement de puissance ou mise en service pourront être réalisées à distance.

Les informations s'échangeront via les câbles électriques déjà installés. Sur le même support physique, transiteront d'une part des informations, codées en numérique et d'autre part l'énergie électrique consommée par le client. »





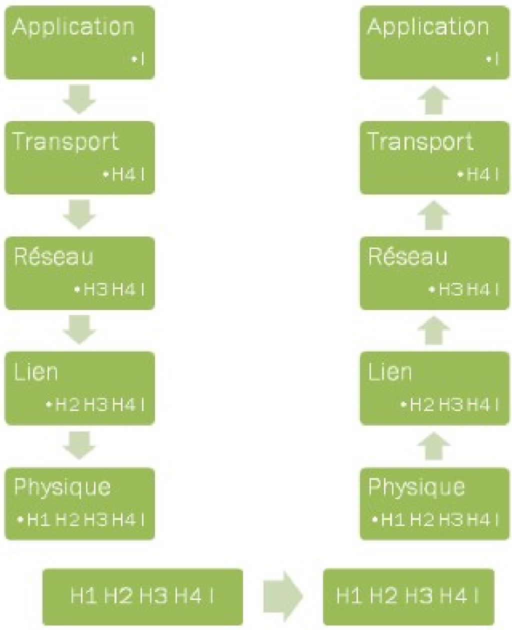
Communication dans un réseau : protocoles et couches

Comment transmettre des informations numériques en utilisant comme support physique les lignes basses tensions déjà existantes ?

Protocole

Si un programme *A*, P_A , par exemple le logiciel intégré au compteur communiquant *A*, veut communiquer des informations à un programme P_B exécuté sur le transformateur *B* dont dépend l'abonné, il sous-traite cette tâche à un programme spécialisé Q_A , exécuté sur le compteur *A* qui met en œuvre un *protocole*. Ce programme Q_A dialogue, suivant les spécifications de ce protocole, avec un programme homologue Q_B exécuté sur le transformateur *B*, ce qui permet la communication entre les programmes P_A et P_B.

Un protocole est un ensemble de règles qui régissent la transmission d'informations sur un réseau. Il existe de nombreux protocoles, chacun spécialisé dans une tâche



bien précise.

Couches

En fait le programme Q_A sous-traite à son tour certaines tâches moins complexes à d'autres programmes mettant en œuvre d'autres protocoles, qui sous-traitent, de même, certaines tâches encore plus élémentaires à d'autres protocoles, etc. On peut ainsi classer les protocoles en *couches* hiérarchiques, par le niveau de sophistication des tâches qu'ils exécutent.

Une couche est un ensemble de protocoles qui effectuent des tâches de même niveau. On distingue cinq couches appelées couche application, couche transport, couche réseau, couche lien et couche physique.

Ainsi, les informations envoyées par le programme P_A du compteur communiquant sont d'abord confiées à un protocole de la couche application, qui les confie à un protocole de la couche transport, qui les confie à un programme de la couche réseau, qui les confie à un programme de la couche lien , qui les confie à un programme de la couche physique, qui les transmet effectivement vers le transformateur B.

En-tête, encapsulation, décapsulation

Quand on confie une lettre à un facteur, on doit la mettre dans l'enveloppe et ajouter sur l'enveloppe des informations supplémentaires : l'adresse du destinataire, sa propre adresse, une preuve de paiement, etc. De même, quand un protocole de la couche $k+1$ confie des informations à un protocole de la couche k, celui-ci ajoute à ces informations un *en-tête* H_k qui contient des informations, comme l'adresse de l'ordinateur destinataire, utilisée par le protocole de la couche k. On appelle cela l'*encapsulation* des informations. Quand les informations I confiées par la couche application à la couche transport arrivent à un protocole de la couche physique, plusieurs en-tête H_4 , H_3 , H_2 , H_1 leur ont été ajoutés. Ces en-têtes sont supprimés à la réception : la couche k analyse puis supprime H_k avant de passer l'information à la couche $k+1$. On appelle cela la *décapsulation*.

Codage de l'information

On se situe au niveau de la couche application.

Les informations sont transmises sous forme numérique par une suite finie de symboles (bit) codant chacun un 1 logique ou un 0 logique.

L'information contient la consommation de l'abonné (valeur de 1 à 100000) : 17 bits permettent de coder des valeurs de 0 à 131071.

Erreurs de transmission

On peut détecter les erreurs sans les corriger si on a la possibilité de redemander l'envoi du code que l'on estime erroné.

Une manière peu coûteuse pour détecter des erreurs dans une suite code bits est d'ajouter un bit de contrôle tous les 100 bits transmis, indiquant si le nombre de 1 dans le paquet de 100 bits est pair (0) ou impair (1).

Méthodes pour détecter et corriger une erreur dans une suite de bits

Le triplement des bits : au lieu de transmettre la suite de bits 10110110, on transmet la suite de bits 111000111111000111111000 où chaque bit est répété trois fois. Pour retrouver le message original, il suffit de lire les bits reçus trois par trois, en remplaçant les triplets 000 par 0 et les triplets 111 par 1. Si l'un des triplets reçus n'est ni 111 ni 000, par exemple si c'est 010 ou 001, on peut être certain qu'une erreur s'est glissée. On peut corriger l'erreur : les 0 étant majoritaires, le triplet original était sans doute 000, et l'on peut interpréter le triplet 010 ou 001 par 0. Cela permet donc de détecter et corriger toutes les erreurs, à condition qu'il y ait au plus une erreur par triplet. En revanche, si plusieurs erreurs sont commises sur le même triplet, elles peuvent passer inaperçues ou être mal corrigées.

Une méthode de correction des erreurs moins coûteuse que le triplement des bits consiste seulement à ajouter 20 bits de contrôle de la manière suivante : on organise le paquet de 100 bits en un tableau de 10 lignes et 10 colonnes et on ajoute un bit de contrôle par ligne et un bit de contrôle par colonne soit 20 bits de contrôle au total. Ce bit indique si le nombre de 1 dans la ligne ou la colonne est pair ou impair.

La valeur du compteur va jusqu'à 100000.

17 bits : 131071

Il faut 17 bits pour transmettre l'information d'un compteur. Avec la méthode de triplement des bits il faut 51 bits pour transmettre l'information.

Communication Client / transformateur

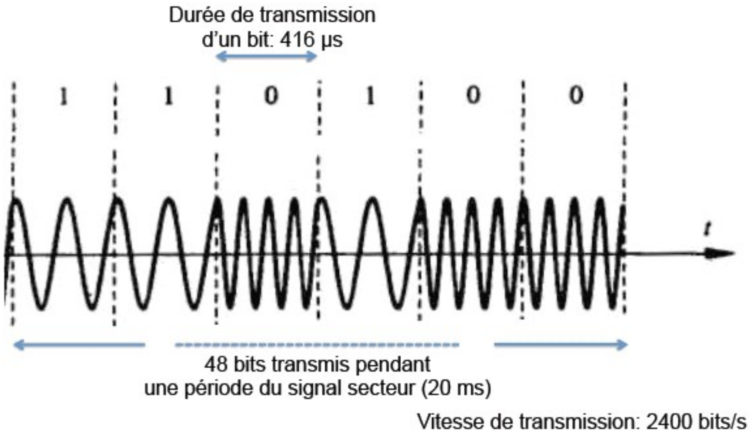
On se situe au niveau de la couche physique.

Les informations sont transmises sous forme numérique par une suite finie de symboles (bit) codant chacun un 1 logique ou un 0 logique :

- un 1 est transmis par un signal sinusoïdal de fréquence 63,3 kHz de tension efficace 2 V, sur une durée de 416 µs : $p(t)=2\sqrt{2}\sin(2\pi\times 63300t)$ (haute fréquence de 63,3 kHz et faible amplitude 3 V) ;

– un 0 par un signal sinusoïdal de fréquence de 74 kHz de tension efficace 2 V sur une durée de 416 µs : $m(t)=2\sqrt{2}\sin(2\pi\times 74000t)$ (haute fréquence de 74 kHz et faible amplitude 3 V) ;

On obtient un signal formé par une concaténation de fonctions sinusoïdales :



Durée de transmission d'un bit : 416 µs

48 bits transmis pendant une période du signal secteur (20 ms)

Vitesse de transmission : 2400 bits/s

Ce signal est additionné au signal secteur de tension efficace 226 V : $k(t)=226\sqrt{2}\sin(2\pi\times 50t)$ (c'est le courant électrique de nos lignes basses tension d'une fréquence de 50 Hz d'amplitude 230 V).

Visualisation du signal somme

Les signaux à sommer : un 0 logique est transmis pendant 1/50 s par superposition :

– du signal secteur de tension efficace 226 V : $k(t)=226\sqrt{2}\sin(2\pi\times 50t)$ (c'est le courant électrique de nos lignes basses tension d'une fréquence de 50 Hz d'amplitude 230 V) ;

– le signal porteur de l'information de tension efficace 2 V : $m(t)=2\sqrt{2}\sin(2\pi\times 74000t)$ (haute fréquence de 74 kHz et faible amplitude 3 V) ;

Le signal somme

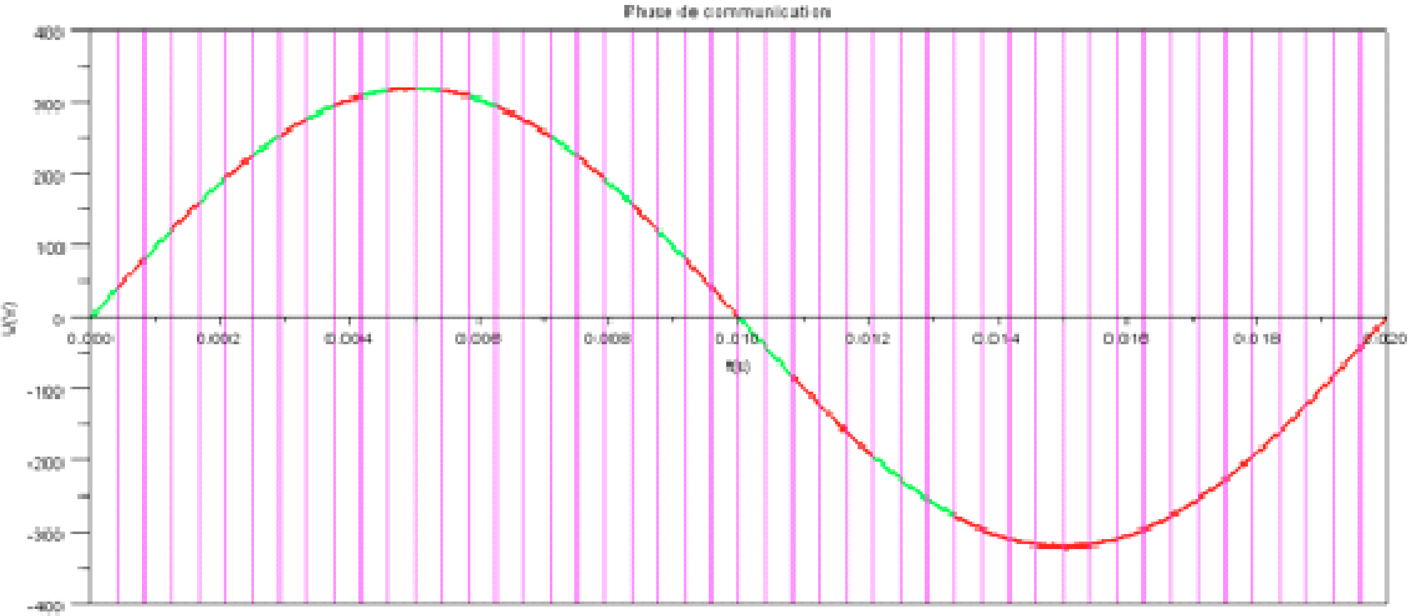
Les signaux à sommer : un 1 logique est transmis pendant 1/50 s par superposition :

– du signal secteur de tension efficace 226 V : $k(t)=226\sqrt{2}\sin(2\pi\times 50t)$ (c'est le courant électrique de nos lignes basses tension d'une fréquence de 50 Hz d'amplitude 230 V) ;

– le signal porteur de l'information de tension efficace 2 V : $p(t)=2\sqrt{2}\sin(2\pi\times 63300t)$ (haute fréquence de 63,3 kHz et faible amplitude 3 V) ;

Le signal somme

Simulation d'une trame



Chaque bande représente un bit transmis sur un intervalle de temps de 416 µs.

Programme avec Scilab

On crée deux fonctions zero et un qui permettent de construire la trame sur une période données de 416 µs et d'afficher un signal en créneau correspondant à la série de bits transmise.

```
clf;

w=2*%pi*50;
w1=2*%pi*63300;
w2=2*%pi*74000;
xtitle("Préambule +Délimiteur début de trame + Début de trame","t(s)","U(V)");


function un(i)
    t=linspace((i)/2400,(i+1)/2400,10000);
    U=230*sqrt(2)*sin(w*t)+2*sqrt(2)*sin(w1*t);
    plot(t,U,'g');
    plot(t,-400);
endfunction

function zero(i)
    t=linspace((i)/2400,(i+1)/2400,10000);
    U=230*sqrt(2)*sin(w*t)+2*sqrt(2)*sin(w2*t);
    plot(t,U,'r');
    plot(t,-500);
endfunction
```

Il faut ensuite créer une boucle qui prend en entrée la tableau des 0 et des 1 correspondant au message à transmettre (par exemple la valeur de la consommation) et qui transforme ce tableau en une courbe composée de la juxtaposition des fonctions zero et un.

Je vous montre une simulation avec Scilab de la valeur d'une consommation de 90231 kwh.

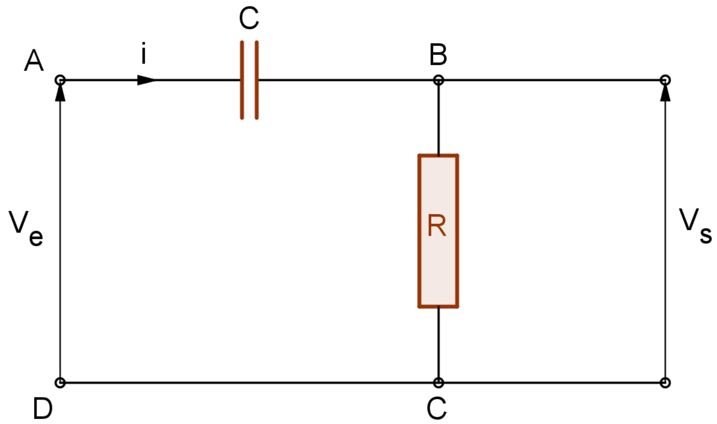
Peut-être que ça intéressera quelqu'un de s'emparer de ce thème, mais pour ma part, je pense qu'on est hors-programme sur cette partie là et qu'il vaut mieux laisser les collègues de STI faire cette partie (codage en binaire, etc...). Je vous le montre uniquement pour la compréhension globale de ce qu'on fait.

Décodage d'une trame

On se situe dans la couche physique du transformateur ou du compteur.

On construit un filtre pour retrouver le code (suite des 0 et des 1) à partir de la trame transmise.

Il s'agit d'un circuit RC avec une fréquence de coupure de 10000 Hz de façon que les fréquences situées au-dessus passent le filtre et les fréquences situées en-dessous ne le passent pas. On parle de filtre passe-haut.



On pourra faire un premier TP qui mettra en évidence les notions de « fréquence de coupure » et de « gain en tension ».

La fréquence de coupure est la fréquence à partir de laquelle on souhaite « laisser passer » le signal : si le signal a une fréquence supérieure, il n'est pas modifié, si le signal a une fréquence inférieure, il est atténué. On prendra ici $f_c = 10000$ Hz et, pour ce filtre, on a $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$. Le lien entre la pulsation et la fréquence est donné par $\omega = 2\pi f$. On trouve des capacités de 220.10^{-9} F.

L'amplitude du signal est la tension et la modification de la tension entre l'entrée et la sortie se mesure par le gain qui est une mesure en décibels de rapport entre la tension d'entrée et la tension de sortie.

Pour calculer le gain en tension, il faut calculer la fonction de transfert, H(jω), du circuit : on se situe dans le repère de Fresnel et $H(\mathrm{j}\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$ où $\underline{V_s}$ et $\underline{V_e}$ sont les nombres complexes associés aux tensions V_s et V_e et la pulsation est ω. Pour ce circuit, on établit en physique que $\underline{V_e} - \frac{1}{RC\omega j}\underline{V_s} - \underline{V_s} = 0$.

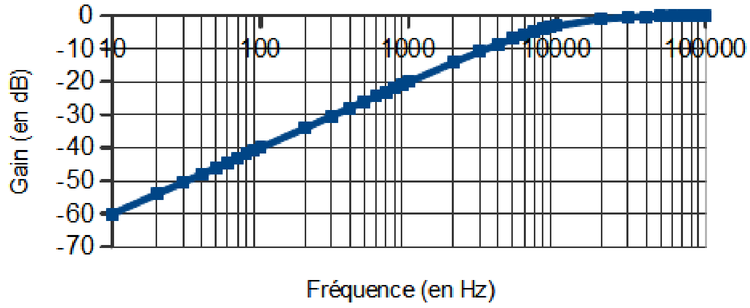
Le gain sera défini par $H_{dB} = -20\log|H(j\omega)|$ et si on pose $x = \frac{\omega}{\omega_c}$, on aura $x = \frac{f}{f_c}$ et

$$H_{dB} = 20 \log\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right).$$

La représentation du gain en fonction de la fréquence permet de visualiser l'effet du filtre sur l'amplitude du signal et de donner du sens à la notion d'échelle logarithmique.

B3 =20*LOG10((A3/B$1)/RACINE(1+(A3/B$1)^2))

	A	B
1	f_c=	10000
2	fréquence f	G
3	10	-60,0000043
4	20	-53,9794175
5	30	-50,457614
6	40	-47,9588697
7	50	-46,0207085
8	60	-44,4371313
9	70	-43,098252
10	80	-41,9384782
11	90	-40,9155016
12	100	-40,0004343
13	200	-33,9811369



Pour mettre en évidence la notion de filtre, on peut faire un deuxième TP avec la résolution d’une équation : u+RCu’=Ve(t) où Ve(t) est la tension d’entrée. On aura Vs=Ve-u en sortie et on pourra remarquer que le signal n’est presque pas modifié avec un signal de fréquence 74 kHz ou 63.3 kHz, mais qu’il devient du même ordre avec un signal de 50 Hz.

Le logiciel Maxima fournit un bon outil pour résoudre les équations différentielles et représenter les solutions. Par exemple, on pourra résoudre l'équation différentielle avec une tension d'entrée de 74kHz d'amplitude 2 V et avec une tension d'entrée de 50 Hz et d'amplitude 230 V. La visualisation de la tension d'entrée et de sortie sur un même graphique permet de comprendre l'intérêt du filtre, de même que l'addition des signaux en entrée et en sortie.

Une fois le signal secteur supprimé, on retrouve le signal porteur de l'information que l'on peut décrypter en comptant le nombre de d’intersection avec l’axe des abscisses avec un programme de dichotomie. Là on est dans le chapitre fonctions.

TP1 - Transmission d'une information avec un code correcteur d'erreur

Fiche élève : Probabilité et simulation avec un tableur

Une société souhaite transmettre les informations de compteurs électriques par le procédé de « courant porteur en ligne ».

Pour coder l'information des compteurs elle utilise un code correcteur d'erreur par triplement des bits : au lieu de transmettre la suite de bits « 10110000001110000 », elle transmet la suite de bits « 111000111111000000000000000000111111111000000000000 » où chaque bit est répété trois fois. Pour retrouver le message original, il suffit de lire les bits reçus trois par trois, en remplaçant les triplets 000 par 0 et les triplets 111 par 1. Si l'un des triplets reçus n'est ni 111 ni 000, par exemple si c'est 010 ou 001, on peut être certain qu'une erreur s'est glissée. On peut corriger l'erreur : les 0 étant majoritaires, le triplet original était sans doute 000, et l'on peut interpréter le triplet 010 ou 001 par 0. Cela permet donc de détecter et corriger toutes les erreurs, à condition qu'il y ait au plus une erreur par triplet. En revanche, si plusieurs erreurs sont commises sur le même triplet, elles peuvent passer inaperçues ou être mal corrigées.

1° L'entreprise va utiliser la méthode du triplement des bits:

- chaque bit est répété trois fois ;
- chaque bit transmis a 3 chances sur 100 d'être erroné;
- la transmission d'une erreur sur un bit est indépendante des 2 autres.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à tout triplet de bits pris au hasard sur les transmissions des codages, associe le nombre d'erreurs commises sur le triplet.

a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

b) Calculer $P(X \leqslant 1)$. Interpréter ce résultat.

2° Pour transmettre les informations d'un compteur l'entreprise a besoin de 43 bits. On admet que la probabilité qu'une erreur de transmission soit commise par triplement des bits est égale à p=0,003.

a) Expliquer pourquoi la formule =ENT(ALEA()+0,003) permet de simuler sur un tableur le nombre d'erreurs commises lors de la transmission des informations d'un compteur.

b) Réaliser cette simulation.

3° a) Réaliser une simulation des erreurs commises lors de la transmission du codage de 1000 compteurs.

	A	B	C	D	E	F
1	Erreur de transmission du codage d'un compteur					
2						
3	p=	0,003				
4	Compteur n°	bit 1	bit 2	bit 3	bit 4	bit 5
5	1	0	0	0	0	0
6	2	0	0	0	0	0

b) Créer une colonne avec le nombre d'erreurs possibles sur les 43 bits de codage de l'information d'un compteur. Créer une colonne avec le nombre de compteurs pour lesquels tant d'erreurs ont été transmises. Après avoir sélectionné cette dernière plage, on pourra utiliser la formule =FREQUENCE(données;classes).

Déterminer pour cette simulation la fréquence des cas où aucune erreur n'a été commise.

c) Cette fréquence vous semble-t-elle satisfaisante ?

Déterminer la valeur de p pour laquelle la fréquence qu'aucune erreur ne soit transmise est égale à 0,95.

Corrigé

1°

a) Le nombre d'erreurs commises lors du codage de chaque triplet de bits est constitué de 3 épreuves de Bernoulli indépendantes. Un bit transmis est erroné avec une probabilité de 0,03. La variable aléatoire qui, à tout triplet de bits pris au hasard sur les transmissions des codages, associe le nombre d'erreurs commises sur le triplet suit la loi binomiale $\mathscr{B}(n=3;p=0{,}03)$ de paramètres n=3 et p=0,03.

b) Avec un tableur, on peut calculer cette probabilité par la formule =LOI.BINOMIALE(nb_succès;nb_tentatives;p_succès;booléen_cumulatif). Dans notre cas, on obtient $P(X\leqslant 1)=0{,}997$.

2°

a) La fonction ALEA() du tableur distribue de façon pseudo aléatoire et uniforme des valeurs décimales de l'intervalle [0;1]. Si on appelle v la valeur prise par ALEA() lors d'une simulation, P(v<a)=a. La fonction ENT(ALEA()+0,003) affichera la valeur 0 si ALEA()+0,03<1, c'est à dire si ALEA()<0,997. Ainsi ENT(ALEA()+0,003) affichera 0 avec une probabilité de 0,997 et 1 avec une une probabilité de 0,003 ce qui simule bien la transmission d'une erreur lors de la transmission des informations d'un compteur.

b)

A1 =ENT(ALEA()+0,003)

	A	B	C	D
1	0			
2				

3°

a)

	A	B	C	D	E	F
1	**Erreur de transmission du codage d'un compteur**					
2						
3	p=	0,003				
4	Compteur n°	bit 1	bit 2	bit 3	bit 4	bit 5
5	1	0	0	0	0	0
6	2	0	0	0	0	0

b)

AV5:AV10 {=FREQUENCE(AS5:AS1004;AU5:AU10)}

	AR	AS	AT	AU	AV
1					
2					
3					
4	bit 43	Nombre d'erreurs		Nombre d'erreurs	Nombre de compteurs
5	0	0		0	884
6	0	0		1	106
7	0	0		2	10
8	0	0		3	0
9	0	0		4	0
10	0	0		5	0

La fonction FREQUENCE du tableur est une « fonction matricielle ». Il convient de sélectionner la plage des cellule devant contenir les valeurs de la fonction (ici AV5:AV10), de saisir la formule =FREQUENCE(AS5:AS1004;AU5:AU1004) et d'appuyer sur la combinaison de touches CTRL+Shift+Entrée.

c) La simulation nous donne un pourcentage d'erreur supérieur à 10 %, ce qui n'est pas convenable. En prenant p=0,001 on arrive à un pourcentage d'erreur inférieur à 5 %.

Prolongement

Quelques informations

La consommation en kWh affichée sur un compteur est un entier inférieur à 100000.

17 bits : 131071

Le nombre d'abonnés : plusieurs dizaines de millions ;

26 bits : 67108863.

En tout il faut 43 bits pour transmettre l'information d'un compteur.

« Informatique de science du numérique » Spécialité ISN de TS. Ed Eyrolles

Détecter (et corriger) des erreurs dans un code

1) « On peut détecter les erreurs sans les corriger si on a la possibilité de redemander l'envoi du code que l'on estime erroné.

Une manière peu coûteuse pour détecter des erreurs dans une suite code bits est d'ajouter un bit de contrôle tous les 100 bits transmis, indiquant si le nombre de 1 dans le paquet de 100 bits est pair (0) ou impair (1).La longueur du message est ainsi augmentée seulement de 1 %. Bien sûr, si on commet un nombre impair d'erreurs elles deviennent indétectables. On peut aussi prendre des suites de 10 bits ou 1000 bits. Plus la suite est longue, plus la méthode est économe, mais plus la probabilité de voir deux erreurs se produire dans la même suite est élevée. »

Paquets de 10 bits probabilité que le nombre d'erreurs soit pair ?

2) Méthodes pour détecter et corriger une erreur dans une suite de bits.

Le triplement des bits : au lieu de transmettre la suite de bits 10110110, on transmet la suite de bits 111000111111000111111000 où chaque bit est répété trois fois. Pour retrouver le message original, il suffit de lire les bits reçus trois par trois, en remplaçant les triplets 000 par 0 et les triplets 111 par 1. Si l'un des triplets reçus n'est ni 111 ni 000, par exemple si c'est 010 ou 001, on peut être certain qu'une erreur s'est glissée. On peut corriger l'erreur : les 0 étant majoritaires, le triplet original était sans doute 000, et l'on peut interpréter le triplet 010 ou 001 par 0. Cela permet donc de détecter et corriger toutes les erreurs, à condition qu'il y ait au plus une erreur par triplet. En revanche, si plusieurs erreurs sont commises sur le même triplet, elles peuvent passer inaperçues ou être mal corrigées.

Une méthode correction des erreurs moins coûteuse que le triplement des bits consiste seulement à ajouter 20 bits de contrôle de la manière suivante : on organise le paquet de 100 bits en un tableau de 10 lignes et 10 colonnes et on ajoute un bit de contrôle par ligne et un bit de contrôle par colonne soit 20 bits de contrôles au total. Ce bit indique si le nombre de 1 dans la ligne ou la colonne est pair ou impair. Quand on reçoit le message, si on détecte une erreur dans la ligne l et une erreur de colonne dans la colonne c, on sait que le bit erroné est celui qui se trouve dans le tableau à la ligne l et à la colonne c ; il suffit, pour corriger le message, de remplacer ce bit par un 1 si c'est c'est un 0 ou par un 0 si c'est un 1. Si on détecte une erreur dans une ligne et pas dans une colonne ou le contraire, c'est que l'erreur porte sur le bit de contrôle lui-même et il n'y a rien à corriger dans le message. Cette méthode demande donc d'allonger le message de 20 % et elle permet de corriger toutes les erreurs à condition qu'une erreur au plus se produise dans chaque suite de 120 bits.

Exercice : on utilise la méthode décrite précédemment pour transmettre 16 bits. Par exemple, pour transmettre le message 0011010111010111 on construit le tableau :

					Colonne de contrôle
	0	0	1	1	0
	0	1	0	1	0
	1	1	0	1	1
	0	1	1	1	1
Ligne de contrôle	1	1	0	0	

et on transmet la suite 001100101011011011111100.

De combien de bits de contrôle a-t-on besoin ?

Montrer que si on reçoit le message 00?10?0111010?11001?1100, où les « ? » représentent des bits inintelligibles, il est possible de reconstituer entièrement les données qui ont été envoyées, y compris les bits de contrôle.

Est-il possible de reconstituer le message original si on reçoit la séquence suivante : 0??10?0111010?11001?1100 ?

Montre que le message suivant 101001111001001000010100, transmis suivant la même méthode, est incohérent. Expliquer cette incohérence. Comment y remédier ?

Exercice : On utilise un lien physique peu fiable : à chaque fois que l'on transmet un 0 ou un 1, la probabilité que ce bit ne soit pas reconnaissable à l'arrivée est 3/10. Pour pallier ce manque de fiabilité, on utilise une forme de redondance : quand l'émetteur demande d'envoyer un 0, son émetteur envoie la suite de bits 0,1,0,0,1 qui est interprétée par le récepteur comme un 0. De même quand l'émetteur demande qu'un 1 soit envoyé, il émet la suite 1,0,1,1,0 qui est interprété par le récepteur comme un 1.

A partir de combien de bits erronés la suite de cinq bits envoyée n'est-elle plus discernable de l'autre suite ?

En déduire la probabilité qu'un suite de cinq bits envoyée ne soit pas reconnaissable à l'arrivée.

Quels sont les avantages et inconvénients de cette méthode ?

TP2 - Pulsation et fréquence d'un signal électrique

Fiche élève : pulsation et fréquence d'un signal avec GeoGebra

Les signaux électriques peuvent avoir des fréquences différentes les uns des autres. Le courant basse tension a une fréquence de 50 Hz. Les signaux émis pour transmettre l'information entre les compteurs communiquant et les transformateurs ont une fréquence très élevée de 74 kHz ou 63,3 kHz.

L'objectif de ce TP est de comprendre l'influence du paramètre fréquence sur l'allure des signaux électriques.

Ouvrir GeoGebra et, dans le menu « Options », choisir l'unité d'angle radian. Créer un curseur ω (cocher « Angle ») de 0 à 6,283 rad avec un incrément de 0,017 rad.

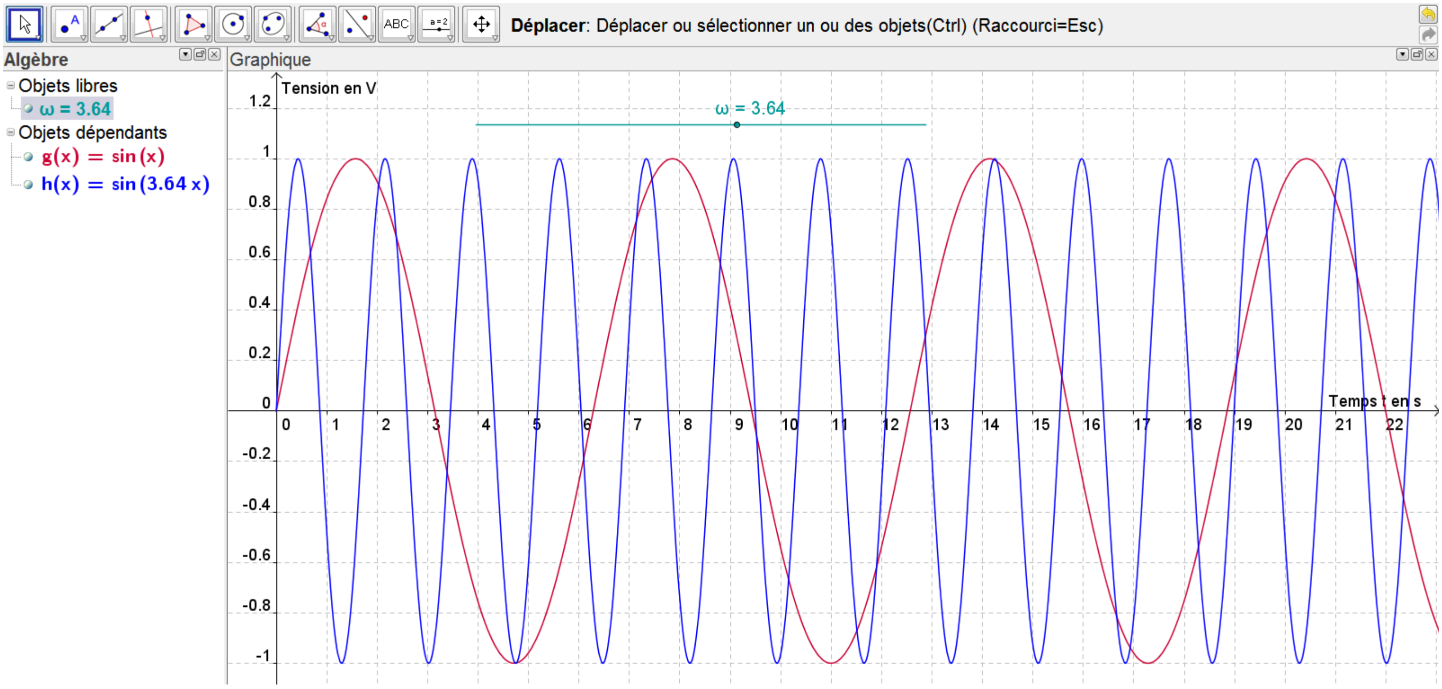
Tracer la courbe définie par g(x)=sin(x) en rouge et la courbe définie par h(x)=sin(ωx) en bleu.

Dans le menu Options>Configuration cliquer sur le bouton « Graphique ».

« Basique » : remplir xMin avec « -1 » et xMax avec « 8 », yMin avec « -1 » et yMax avec « 1,35 », et enfin axeX:axeY = « 2 » : « 1 ».

« Axe X » : remplir les champs Distance avec « 1 » et Label avec « Temps t en s ».

« Axe Y » : remplir les champs Distance avec « 0.2 » et Label avec « Tension en V ».



1. Que devient la courbe bleue lorsque ω = 1 ?
2. Que devient la courbe bleue lorsque ω = 4 ?
   a) On appelle T_1 la période de la courbe rouge et T_2 la période de la courbe bleue. Trouver un relation entre les périodes T_1 et T_2.
   b) Quelle est la valeur de T_1 ?
3. Donner alors la relation qui relie T_2 et ω.
4.
   a) On règle le curseur sur $\omega \approx 6{,}28$ $rad.s^{-1}$. Combien y a-t-il de période en 1 s ?

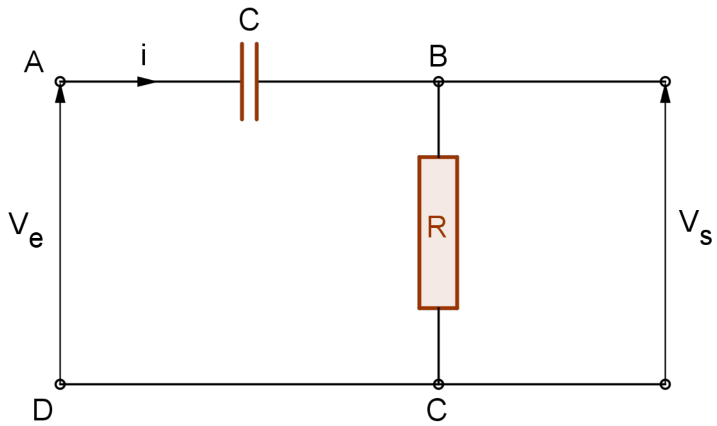
b) On règle le curseur sur $\omega \approx 3{,}14 \ rad.s^{-1}$. Combien y a-t-il de période en 1 s ?

5. On appelle fréquence f le nombre de périodes par seconde. Quelle est la relation entre f et ω ?

   Quelle est la relation entre f et T ?

TP3 – Détermination d'une fréquence de coupure

On donne ci-dessous le schéma d'un circuit, constitué d'un condensateur de capacité $C=220.10^{-9}$ F et d'un dipôle résistif de résistance R exprimée en ohms.



On admet que les tensions V_e (tension d'entrée exprimée en volts) et V_s (tension de sortie exprimée en volts) sont des tensions sinusoïdales de même pulsation ω définies en fonction du temps t, exprimé en secondes.

Partie A – Expression du gain du filtre passe-haut

1) La fréquence de coupure notée f_c, en hertz, du filtre est donnée par la relation $f_c=\frac{1}{2\pi RC}$.

a) Calculer R de façon que la fréquence de coupure soit égale à 10000 Hz.

b) La pulsation est donnée par la relation $\omega_c=2\pi f_c$. Calculer ω_c.

Corrigé

a) $R=\frac{1}{2\pi C f_c}=\frac{1}{2\pi 220.10^{-9}\times 10^4}=\frac{10^5}{440\pi}\approx 72{,}34$

b) $\omega_c=2\pi f_c=20000\pi$

2) La fonction de transfert est définie par $H(j\omega)=\frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}}$ où $\underline{V_s}$ et $\underline{V_e}$ sont les nombres complexes associés aux tensions V_s et V_e, et ω la pulsation. j est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Pour ce circuit, on établit en physique que $\underline{V_e}$- $\frac{1}{RC\omega j}$ $\underline{V_s}$-$\underline{V_s}$=0. Calculer $\underline{V_e}$ en fonction de $\underline{V_s}$ puis H(jω).

Corrigé

$$H(j\omega)=\frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$$

3) Dans cette question on admet que $H(j\omega)=\frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$

a) On pose $x = \frac{\omega}{\omega_c}$. Écrire $H(j\omega)$ sous la forme algébrique, puis calculer $|H(j\omega)|$ en fonction de x.

b) On définit la fonction de gain par $H_{dB} = -20 \log|H(j\omega)|$, où log est la fonction logarithme décimal : $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$. Calculer H_{dB} en fonction de x.

c) Sachant que $\omega = 2\pi f$, établir que $x = \frac{f}{f_c}$.

Corrigé

a) $H(j\omega) = \frac{jx}{1+jx} = \frac{jx(1-jx)}{(1+jx)(1-jx)} = \frac{x^2+jx}{1+x^2}$ et

$$|H(j\omega)|^2 = \left(\frac{x^2}{1+x^2}\right)^2 + \left(\frac{x}{1+x^2}\right)^2 = \frac{x^4}{(1+x^2)^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{x^4+x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{x^2(1+x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{x^2}{1+x^2}$$

On a donc $|H(j\omega)| = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

b) $H_{dB} = 20 \log\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$

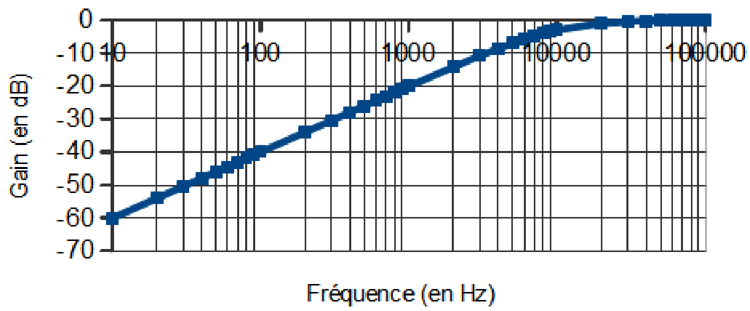
Partie B – Étude du gain en fonction de la fréquence

Un filtre électronique est un circuit électrique qui ne transmet que des signaux dont la fréquence appartient à un certain intervalle appelé « bande passante » du filtre. Le « gain » du filtre (en décibels, dB) est une fonction de la fréquence définie par $G(\omega) = 20 \log\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$ où $x = \frac{\omega}{\omega_c} = \frac{f}{f_c}$.

On a tabulé et représenté la fonction G à l'aide d'un tableur.

B3 =20*LOG10((A3/B$1)/RACINE(1+(A3/B$1)^2))

	A	B
1	f_c=	10000
2	fréquence f	G
3	10	-60,0000043
4	20	-53,9794175
5	30	-50,457614
6	40	-47,9588697
7	50	-46,0207085
8	60	-44,4371313
9	70	-43,098252
10	80	-41,9384782
11	90	-40,9155016
12	100	-40,0004343
13	200	-33,9811369



1) La formule entrée en B3 est =20*LOG10((A3/B$1)/RACINE(1+(A3/B$1)^2)).

Quelle est la formule contenue en B4 ?

2) Reproduire la feuille de calcul précédente en tabulant de 10 en 10 pour f dans l'intervalle [10;100], puis de 100 en 100 pour f dans l'intervalle [100;1000] etc. jusqu'à 100000. Dans la représentation graphique, choisir une échelle logarithmique pour x.

Quel est l'intérêt de choisir une échelle logarithmique ?

3) On fait varier la fréquence de coupure en attribuant à la cellule B1 la valeur 100, puis 1000, puis 10000. Décrire la courbe en mettant en évidence deux zones. Pourquoi qualifie-t-on la fréquence f_c de « fréquence de coupure » ?

4) On utilise ce filtre en prenant une fréquence de coupure $f_c=10000$ Hz.

a) Un signal de fréquence $f=50$ Hz passe à travers le filtre. Quel est le gain de ce signal ?

b) Même question avec un signal de fréquence $f=63300$ Hz et un signal de fréquence $f=74000$ Hz.

Solution

Prolongement

Repère de Fresnel

Représentation complexe de la tension

Dérivée et primitive de la tension

Loi des mailles

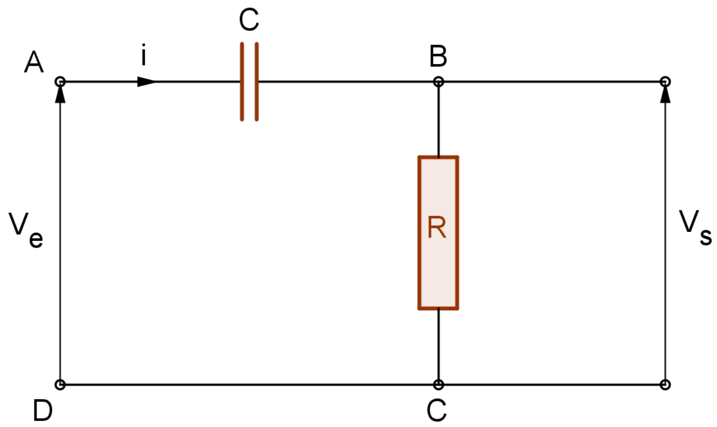
TP 4 – Filtre passe-haut

Étudier une équation une équation différentielle d'ordre 1 avec GeoGebra

Une société de distribution électrique souhaite équiper ses abonnés de compteurs communiquant. Le signal de transport de l'information est le courant usuel « basse tension » de fréquence 50 Hz et de tension efficace 230 V. L'information est codée en binaire et elle est transmise par un signal avec un courant de haute fréquence et de très basse amplitude : un 1 est transmis par un signal sinusoïdal d'une fréquence de 63,3 kHz de tension efficace 2 V pendant une durée de 416 µs ; un 0 est transmis par un signal sinusoïdal d'une fréquence de 74 kHz de tension efficace 2 V pendant une durée de 416 µs. Le signal de transport et le signal codant l'information sont additionnés et passent dans le réseau électrique.

Pour décoder le signal, le transformateur de réception des informations utilise un filtre passe-haut pour atténuer le signal « basse fréquence » et ne laisser passer que les signaux porteurs de l'information « haute fréquence ».

Le filtre est constitué d'un montage en série d'une capacité C de 220.10^{-9} F et d'une résistance R (en Ω).



La tension de sortie en fonction du temps t (en secondes) aux bornes du condensateur est désignée par $V_c(t)$, (en volts).

Les lois de la physique montrent que V_c est solution, sur [0;+∞[, de l'équation différentielle : $y'+RCy=V_e(t)$ où y est la fonction inconnue définie et dérivable sur]0;+∞[, y' sa dérivée et $V_e(t)$ la tension d'entrée exprimée en volts.

La tension de sortie sera alors $V_s(t)=V_e(t)-V_c(t)$.

La résistance et la capacité sont liées par la relation $f_c=\dfrac{1}{2\pi RC}$ où f_c est la « fréquence de coupure » du filtre.

L'objectif de ce TP est de montrer que les fréquences inférieures seront stoppées par le filtre et les fréquences supérieures passeront.

1) Dans ce TP on prendra $f_c=10000$ Hz.

Écrire R en fonction de C.

Dans un fichier Maxima attribuer à C la valeur 220.10^{-9} en saisissant la ligne de commande

C:220*10^(-9);

Saisir de même la ligne de commande pour attribuer à R la valeur établie par la formule.

Partie A – Tension de sortie d'un signal codant un 0

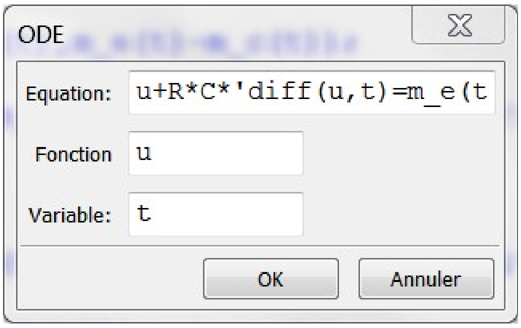
Dans cette partie, nous étudions le filtre pour le signal codant le 0, c'est à dire une tension d'entrée $m_e(t)=2\sqrt{2}\sin(74000\times2\times\pi t)$.

Le dipôle RC est soumis à une tension d'entrée de fréquence $f_0=74000$ Hz. Saisir la ligne de commande pour attribuer à f_0 sa valeur.

1) Définir la fonction donnant la tension d'entrée m_e en saisissant la ligne de commande

define(m_e(t),2*sqrt(2)*sin(f_0)*2*%pi*t));

2) Résoudre l'équation différentielle en saisissant ode2(u+R*C*'diff(u,t)=m_e(t),u,t); ou en utilisant le menu Equations/Résoudre une équation différentielle...



u' se traduit par 'diff(u,t), attention à ne pas oublier ' devant diff.

3) Résoudre la même équation en ajoutant la condition initiale u(0)=0 avec la ligne de commande

ic1(%,t=0,u=0);

4) Saisir les deux lignes de commandes

define(m_c(t),expand(rhs(%)));

define(m_s(t),m_e(t)-m_c(t));

a) A quoi servent ces deux lignes de commande ?

b) Que représente la fonction m_s ?

5) Sur une même figure, tracer les courbes représentatives des deux fonctions m_e(x) et m_s(x) pour x de 0 à $\frac{2\pi}{f_0}$ et y compris entre -3 et 3. On utilisera le menu Tracé de courbes/Courbe 2d...

Quel est l'effet du filtre sur ce signal ?

Partie B – Tension de sortie du signal de transport

Dans cette partie, nous étudions le filtre pour le signal transportant l'information, c'est à dire une tension d'entrée $k_e(t)=226\sqrt{2}\sin(50\times2\times\pi t)$.

1) Reprendre l'ensemble des lignes de commande avec la fréquence f=50 Hz, la tension d'entrée k_e, la fonction solution de l'équation différentielle k_c et la tension de sortie k_s.

2) Avec le menu Tracé de courbes/Courbe 2d..., représenter sur une même figure les deux fonctions k_e(x) et k_s(x) pour x de 0 à $\frac{2\pi}{f}$ et y compris entre -330 et 330.

3) Tracer la courbe représentative de k_s toute seule. Quel intervalle faut-il prendre pour y ?

Partie C – Tension de sortie d'une trame de 0

1) Représenter la somme des deux tensions d'entrée k_e(x)+m_e(x) sur les intervalles x de 0 à $\frac{2\pi}{6f}$ et y de -330 à 330.

2) Représenter la somme des deux tensions de sortie k_s(x)+m_s(x) sur les intervalles x de 0 à $\frac{2\pi}{6f}$ et y de -5 à 5, puis sur les intervalles x de 0 à $\frac{2\pi}{f_0}$ et y de -5 à 5.

Solution

Prolongement

Les filtres analogiques

Le déphasage

D'autres types de filtres : passe-bas, passe-bande, du deuxième ordre...

Bibliographie

Document ressource Maths 1ère STI2D sur Eduscol
http://eduscol.education.fr/cid45766/ressources-classe-college-lycee.html

Manuel 1ère et Tale « Mathématiques STI2D-STL », Dutarte-Mailloux-Verlant, Ed. Foucher

Manuel Spécialité ISN de TS « Informatique de science du numérique », direction G. Dowek, Ed Eyrolles

Merci à Stéphane Douillard, professeur d'électronique au Lycée Condorcet de Montreuil.

Merci à Samir Djedjik, professeur de SI en prépa au lycée Condorcet de Montreuil.

Table des matières

Avant-propos....2
Extraits du préambule des programmes de STI2D-STL....2
Sommaire....4
Courants porteurs en ligne : les principes de la communication en réseau....5
Courants porteurs en ligne : un thème d'actualité....5
Les compteurs doivent être communicants d'ici 2020 ;....5
35 millions de compteurs installés à l'horizon 2018....5
Communication dans un réseau : protocoles et couches....5
Protocole 5
Couches....6
En-tête, encapsulation, décapsulation....6
Codage de l'information....7
Erreurs de transmission....7
Méthodes pour détecter et corriger une erreur dans une suite de bits....7
Communication Client / transformateur....7
Visualisation du signal somme....8
Simulation d'une trame....9
Programme avec Scilab....9
Décodage d'une trame....10
TP1 - Transmission d'une information avec un code correcteur d'erreur....12
Fiche élève : Probabilité et simulation avec un tableur....12
Corrigé....14
Prolongement....16
TP2 - Pulsation et fréquence d'un signal électrique....18
Fiche élève : pulsation et fréquence d'un signal avec GeoGebra....18
TP3 – Détermination d'une fréquence de coupure....20
Partie A – Expression du gain du filtre passe-haut....20
Partie B – Étude du gain en fonction de la fréquence....21
Solution....23
Prolongement....24
Repère de Fresnel....24
Représentation complexe de la tension....24
Dérivée et primitive de la tension....24
Loi des mailles....24
TP 4 – Filtre passe-haut....25
Étudier une équation une équation différentielle d'ordre 1 avec GeoGebra....25
Partie A – Tension de sortie d'un signal codant un 0....26
Partie B – Tension de sortie du signal de transport....26
Partie C – Tension de sortie d'une trame de 0....27
Solution....28
Prolongement....29
Les filtres analogiques....29
Le déphasage....29
D'autres types de filtres : passe-bas, passe-bande, du deuxième ordre....29
Bibliographie....30