Janny BARANES

I.R.E.M. de PARIS NORD

Spécimen 3,00F

ELEMENTS POUR UN DICTIONNAIRE

Une étude faite dans des

classes de 6e et 5e

Groupe de Recherche

Raymonde	BARON
Marcel	BOUILLY
Jacques	ENGELHARDT
Annie	GOUJON
Jean-Pierre	LYSIAC
Roland	ROZENFELD
Monique	VILLEDIEU
Janny	BARANES

MAI 1977

N° 25

Janny BARANES

I.R.E.M. de PARIS NORD

ELEMENTS POUR UN DICTIONNAIRE

Une étude faite dans des

classes de 6^e et 5^e

Groupe de Recherche

Raymonde	BARON
Marcel	BOUILLY
Jacques	ENGELHARDT
Annie	GOUJON
Jean-Pierre	LYSIAC
Roland	ROZENFELD
Monique	VILLEDIEU
Janny	BARANES

MAI 1977

N° 25

17.25 UNIVERSITE PARIS NORD .IREM .- Eléments pour un dictionnaire :une étude faite dans les classes de 6ème et 5ème /Groupe de recherche animé par Janny Baranès.- Villetaneuse :IREM, mai 77.- 29 cm.

ISBN 2 86 240 00 25 4

4 :51 Langage mathématique

Dépôt légal 4ème trimestre 1977

" Selon que notre idée est plus ou moins obscure,
L'expression la suit, ou moins nette, ou plus pure.
Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement
Et les mots pour le dire arrivent aisément ".

BOILEAU
" L'art Poétique "

" En réalité, il n'existe pas de synonyme, et il ne peut pas y en avoir. Car, dès qu'une langue dispose de plusieurs sons ou vocables pour traduire une même chose, immanquablement, elle donne à chacun une signification spéciale. Sa richesse verbale, qui est souvent l'effet de circonstances fortuites, lui permet de mieux discerner, et par là-même de mieux penser ".

Jean GUITTON
" Nouvel art de penser "

" Définition : Enonciation des qualités propres d'un objet qui le font connaître en le distinguant de tout autre objet ".

Larousse du XX^{e} Siècle
(en 7 volumes)

Sans qu'un but très précis ait été préalablement déterminé, nous avons essayé de faire élaborer des fiches, pompeusement intitulées "éléments d'un Dictionnaire", par des élèves de 6^e et 5^e .

Nous pensions que notre étude présenterait un intérêt à plusieurs niveaux :

1°. Sur le plan des révisions des notions, supposées acquises depuis le début de l'année scolaire.

2°. Sur le plan de l'exploitation des fiches, si elles s'averraient utilisables : soit par les mêmes élèves qui les avaient confectionnées, soit par leurs camarades de la classe suivante.

En réalité, le travail terminé, l'étude des fiches nous a surtout permis de voir que, quelles que soient leurs connaissances mathématiques, les élèves étaient également désemparés devant la définition.

Que devrait contenir une telle fiche ?

Quels sont les éléments qui doivent être inserrés dans une définition ?

1. C'est bien souvent à la " Description " d'un objet ou d'une notion mathématique, que l'on pense en tout premier lieu .

Au niveau 6^e-5^e, les élèves ont énormément de difficulté à " décrire ", et, en grande partie parceque leur vocabulaire est trop restreint ; dans ces conditions, ils parviennent très mal à mettre en valeur toutes les explications nécessaires à la compréhension d'un mot.

Souvent, dans le langage mathématique aussi bien que dans le langage courant, le mot n'a de signification que par rapport à ceux qui l'entourent.

La détermination de l'adjectif qui permet de qualifier l'objet, n'est pas non plus toujours très aisée pour eux.

D'autre part, la très mauvaise acquisition des structures grammaticales, est un gros handicap.

Ainsi, souvent, faute de mots, mais aussi parce que les phrases utilisées sont très mal construites, les jeunes élèves expliquent avec

beaucoup de maladresse, la " réalité mathématique " qu'ils se proposent de définir.

2. Souvent aussi, c'est en comparant qu'on obtient une bonne façon (sinon quelquefois la meilleure !) de définir ; en cherchant les rapports pouvant exister entre plusieurs objets, en déterminant ce qu'ils ont de " semblable ", de " différent " ,... de ... " comparable "!...

3. Pour comparer, il faut quelquefois arriver à classer, encore faut-il déterminer les critères qui permettent de le faire.

En première analyse, l'inventaire des données s'impose bien évidemment : détermination en particulier, du minimum de mots supposés connus, " pré-définis ", qui serviront aux explications futures ; mais ensuite ?, pas de règle préétablie, il faut adapter sa méthode à la situation présente, au mot à définir, et ce n'est pas toujours très aisé.

4. Une définition devrait permettre de reconnaître la présence de l'objet mathématique, aussi bien que son absence ; elle devrait finalement contenir en elle sa propre " contre-définition ". Autrement dit, elle devrait être " adéquate ", permettre de donner la signification de l'objet mathématique choisi,...et de lui seul !

Si on ajoute à cela le fait qu'elle doit être aussi claire et aussi brève que possible, on comprend les hésitations et les tâtonnements de ces élèves.

Compte tenu de ces considérations, dont la liste n'est évidemment pas exhaustive, il nous a paru plus intéressant de laisser aux élèves, le choix de leur mode d'expression, plusieurs s'ils le désiraient :

- Phrases (en langage formalisé ou non)
- Enumérations
- Exemples
- Contre-exemples
- Dessins ou schémas
- Diagrammes
- Représentations quelconques
- Tout autre moyen de communication <u>écrit</u>

Aucun de ces modes d'expression n'a été imposé de manière autoritaire par l'un d'entre nous ; souvent, les élèves ont ressenti le besoin d'utiliser à la fois des phrases, des schémas, des exemples etc., pour se faire comprendre.

Les méthodes choisies par chaque expérimentateur ont été diverses et chacun a tenté de les adapter le plus possible à la population d'élèves présente.

Le compte rendu qui suit, raconte le déroulement de 5 expériences dont une dans une classe de 6^e à programme allégé.

Nous avons essayé, pour chacune d'elles, d'en tirer les enseignements possibles, mais d'autres pourraient vraisemblablement le faire... plus objectivement ! Nous attendons vos suggestions !

<u>PREMIERE EXPERIMENTATION</u> : classe de 6^e à programme complet.

C'est une classe de bon niveau qui fait preuve d'une grande curiosité intellectuelle.

Les élèves ont travaillé par demi-groupes, et avec la possibilité de compulser des documents, en général choisis par eux.

L'étude s'est faite en trois étapes de plusieurs heures chacune :

1°. Inventaire oral puis écrit, des mots "nouveaux" étudiés depuis le début de l'année :

Ensemble
Application
Bijection
Equipotent
Inclusion
Egalité
Numération
Arbre
Pythagore
Appartenance
Cardinal
Schéma
Relation
Elément
Couple.

Inutile de préciser que les mots ont été proposés par les élèves, dans cet ordre !

Les élèves ayant toute liberté du choix des mots, pourquoi ne pas s'attendre à voir apparaître " Pythagore " dans cette liste ?

2°. Les élèves se groupent par quatre pour étudier un mot en commun.

Très vite le travail fait apparaître une présentation de la notion envisagée sous toutes ses formes : en particulier, l'exemple du mot " Application " est significatif, il permet tous les modes d'expression, tant la notion est riche. (cf. fiche 1).

Fiche 1

- Travail de groupes.

APPLICATION

Une relation R de A vers B est une application : signifie : chaque éléments de l'ensemble de départ a une image et une seule.

$A = \{0, 1, 2, 3\}$.

$B = \{a, b, c, d\}$.

schéma sagittal :

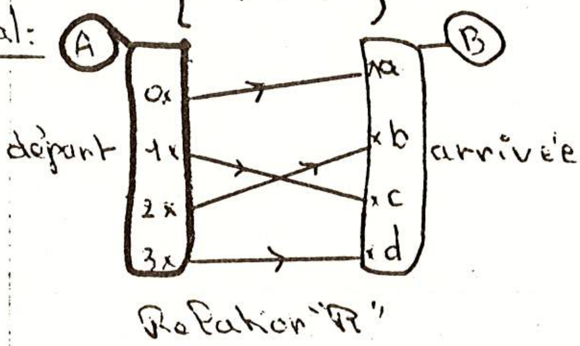
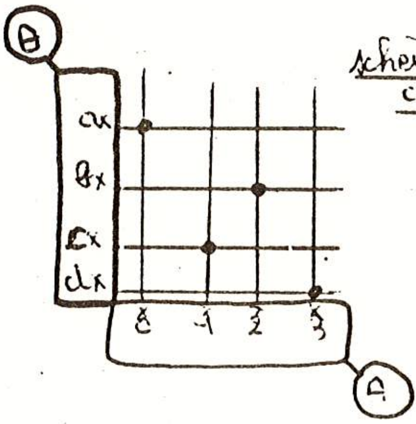


schéma cartésien :



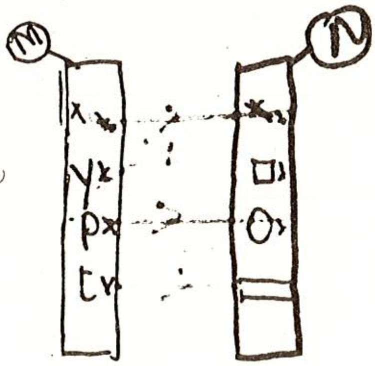
0 a pour image a.
1 a pour image c.
2 a pour image b.
3 a pour image d.

Une relation est représenté par un schéma sagittal, ou un schéma cartésien.

exemple

$M = \{x, y, p, r\}$

$N = \{ * \ \square \ \circ \ \rule{1em}{0.4em} \}$



Finalement, beaucoup plus q'une définition, on retrouve un cours complet ,... moins bien structuré en général !... (Cf : fiche 1 bis). Il faut canaliser les élans !

Fiche 1 bis.

Ensembles

Un ensemble est un groupement d'éléments quelconques ex:

X = {0, ✿ , , a, b, 4, 3, 1, 7, B, , ▲ ~~}~~ ect,....}

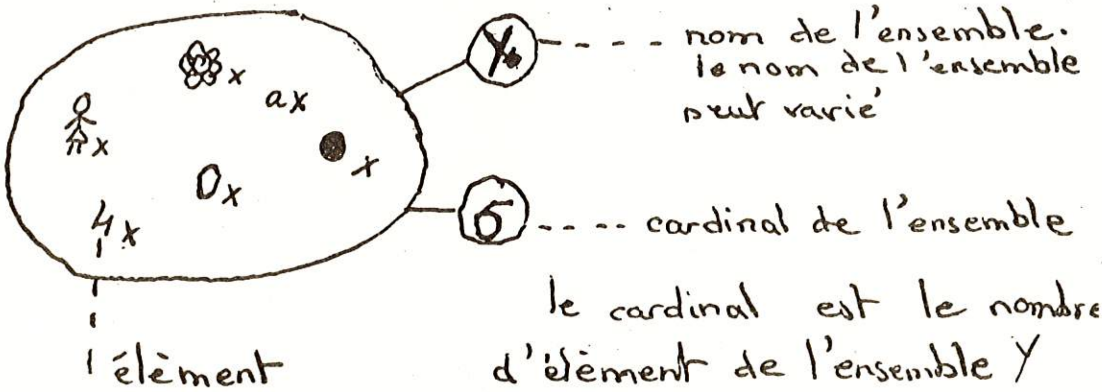
les accolades: sert a grouper des éléments.

Un ensemble peut être vide : il ne comporte pas d'éléments

Ce signe est représenté en mathématique : ∅

~~Il n'est pas~~ ~~mis~~ L'ensemble vide n'est pas mis sous accolades

Représentation d'un ensemble ~~quelconque~~ :

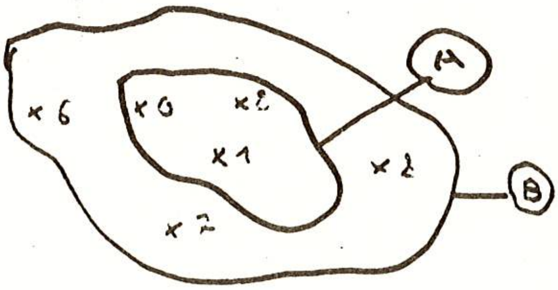


un élément ne peut être repeter 2 fois dans le meme ensemble

3°. Après plusieurs séances de recherche, le "mixage" des groupes permet d'affiner les définitions : Certains même "annotent" les fiches de leurs camarades (cf : Fiche 2 où ces annotations figurent à droite de la feuille sous la rubrique "Remarques").

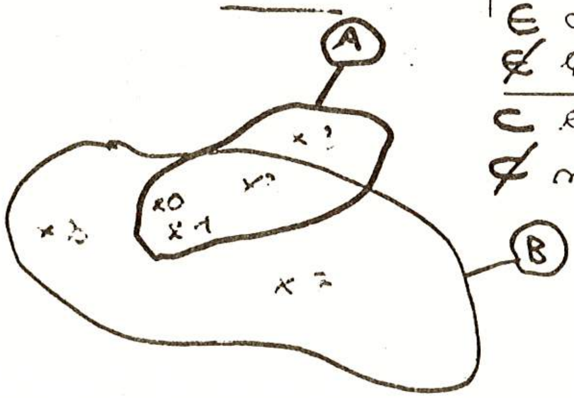
Fiche 2

INCLUSION



$6 \in B$
$7 \in B$
$8 \in B$
$0 \in B$ mais $0 \in A$
$1 \in B$ mais $1 \in A$
$2 \in B$ mais $2 \in A$

on dit que $A \subset B$



$8 \in B$
$7 \in B$
$0 \in B$ mais $0 \in A$
$1 \in B$ mais $1 \in A$
$2 \in B$ mais $2 \in A$
$3 \notin B$ mais $3 \in A$

on dit que A n'est pas un sous-ensemble de B car l'élément 3 n'est pas inclus dans B
$A \not\subset B$

remarques

Le mais est mal placé dans certaines phrases. ex : $0 \in B$ mais $0 \in A$ il faudrait mettre $0 \in B$ et $0 \in A$

un ensemble est toujours inclus dans lui même.
ex : $B \subset B$
$A \subset A$

ATTENTION : ne pas confondre $\subset$ et $\in$
$\in$ appartient à
$\notin$ n'appartient pas à
$\subset$ est inclus dans
$\not\subset$ n'est pas inclus dans.

Etude des fiches.

Les erreurs les plus fréquentes sont de deux sortes :

1°. Les déterminations sont souvent données à prcpos de cas particuliers : par exemple, à propos de la fiche 1, les schémas (Sagittal et Cartésien), sont ceux qui représentent une bijection, donc une application particulière.

2°. Les explications concernant un mot sont souvent données uniquement sur des exemples (Cf : Fiche 3).

Fiche 3

La commutativeté -

$\mathbb{N}$ Dans l'addition, la comutativité esciste car :
2 + 3 est egale a 3 + 2 :

$$\begin{array}{r} 2 \\ +\;3 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ +\;2 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \boxed{\text{donc } a+b = b+a}$$

$\mathbb{N}$ Dans La soustraction n'est pas comutative car :
$3 - 2 \neq 2 - 3$ $\boxed{\text{donc } a - b \neq b - a}$

$\mathbb{N}$ La multiplication est comutative car :
$6 \times 3 = 3 \times 6$ $\boxed{\text{donc } a \times b = b \times a}$

La commitiveité ~~est~~ c'est ce qui peu s'inverser

on retrouve un peu ce défaut au niveau de la fiche 4, mais le choix d'une table de Pythagore autre que celle de l'addition est une bien belle...consolation : (Cf : Fiche 4).

Fiche 4

La table de Pythagore

Les tables de Pythagore servent à renseigner l'homme sur les resultats des opérations possibles

son fonctionnement

Soit B ensemble des parties de X

$X = \{e, f\}$ $\qquad B = \{\emptyset, \{e\}, \{f\}, \{e, f\}\}$

table :

$\cup$	$\emptyset$	$\{e\}$	$\{f\}$	$\{e,f\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\{e\}$	$\{f\}$	$\{e,f\}$
$\{e\}$	$\{e\}$	$\{e\}$	$\{e,f\}$	$\{e,f\}$
$\{f\}$	$\{f\}$	$\{e,f\}$	$\{f\}$	$\{e,f\}$
$\{e,f\}$	$\{e,f\}$	$\{e,f\}$	$\{e,f\}$	$\{e,f\}$

Nous n'avons pas pu résister à l'envie de vous présenter la dernière fiche, bien rédigée, vraisemblablement mal digérée et.... avec son titre !.. (Cf : Fiche 5)

Fiche 5

Mario, Jean. Christofe, Catherine, Françoise, Natalie, cécile

DICTIONAIRE

application

Une relation de A vers B est une application signifie : Chaque élément de l'ensemble de départ à une image est une seule dans l'ensemble d'arrivee.

DEUXIEME EXPERIMENTATION : classe de 5^{e} à programme complet

La classe est d'un niveau moyen et travaille également par demi-groupe .

Ici, on a, sans dresser de liste préalable, laissé aux élèves le choix des mots qu'ils voulaient définir ; curieusement, beaucoup ont jeté leur dévolu sur des mots très inattendus, par exemple le mot "ALGEBRE".

Les enfants étaient autorisés à consulter des documents et ne s'en sont pas privés ; dans ces conditions, beaucoup de définitions "démodées" sinon inexactes du mot "Algèbre" ont été proposées; par exemple :

"Somme du calcul des grandeurs représentées par des lettres"

ou encore :

"l'Algèbre a pour but d'abréger et de généraliser la solution des questions relatives aux quantités".

Inutile de préciser les difficultés qui ont été les nôtres, pour "récupérer" la situation !

Finalement, le travail n'a pas été fructueux.

TROISIEME EXPERIEMENTATION : classe de 5^e à programme complet.

La méthode utilisée dans cette classe, a été très différente des précédentes.

Après un "contrôle" très peu réussi, à propos des relations dans un ensemble, on décide d'en faire suivre la correction d'une "redéfinition" des mots utilisés.

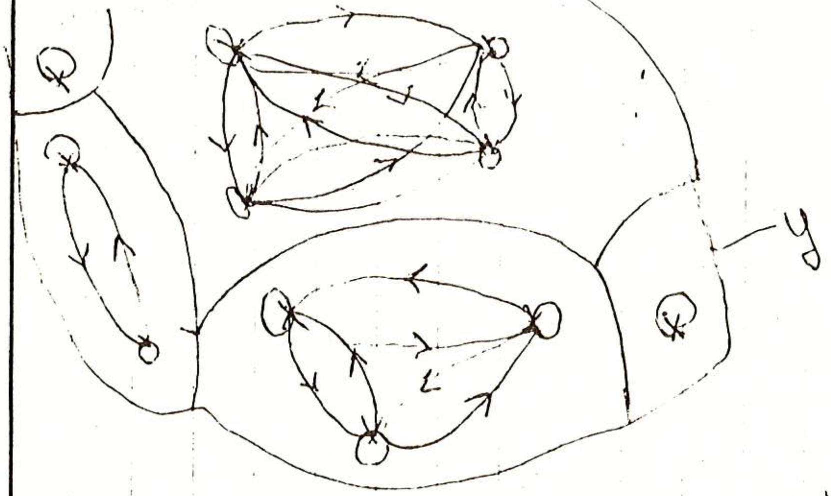
Les élèves sont autorisés à se reporter à leur manuel s'ils en ressentent le besoin ; on constate que souvent, la définition du manuel n'est pas à leur portée, et la notion est encore plus confuse dans leur esprit.

Etude des fiches

La principale caractéristique de ces fiches est la fréquence des schémas ; en effet, beaucoup plus que des mots, les élèves ont utilisé des représentations graphiques pour s'exprimer (Cf : Fiche 6).

Fiche 6

une relation d'équivalence possède les propriétés suivantes :
réflexive , symétrique , transitive



les classes d'équivalences sont disjointes
elles se trouvent dans un ensemble.
aucune classe n'est vide

une classe d'équivalence est un sous ensemble de l'ensemble
y

QUATRIEME EXPERIMENTATION : classe de 6^e à programme allégé

La classe est une classe très faible, où les difficultés de langage se font énormément ressentir.

Là encore, les élèves ont travaillé par demi-groupes.

1°. Inventaire de tous les mots utilisés en Mathématique depuis le début de l'année ;

2°. Choix des mots à définir ;

3°. Détermination des définitions, même si le mots prend une résonnance non mathématique.

Etude des fiches.

C'est dans cette classe que, finalement, l'évantail des critiques est le plus largement ouvert.

1°. Confusion entre la définition et la méthode.

> Extension
> Pour déjinir una ensemble mettre les élèments entre des zacolade et séparer par des virgule.

2°. Confusion entre la définition de l'objet et celle de sa représentation.

> un ensembles est une ligne fermé qui contient les élèments

3°. Phrase incompréhensible ou pour le moins....bizarre !

Puissance
La force où un volume

2) l'extension ~~est~~ quand on parle de plusieurs choses à la foi

3) la compréhension est quand on parle d'une seule chose.

4°. Définitions drôles .... et pourquoi pas ?!

élément :
C'est une chose qui peut appartenir à un ensemble et ne pas lui appartenir cela dépant des ensembles

Photocopie d'une partie de la fiche 11.

| Sous ensemble : petit ensemble sous le grand |

Photocopie d'une partie de la fiche 12.

élément	1) Un élément forme un ensemble 2) Un ensemble a des éléments quand ses éléments ~~sont~~ appartiennent à l'ensemble

5°. Mauvais maniement de la langue et du langage.

E

moins d'éléments
un ensemble est un sous ensemble il a les même éléments qu'un ensemble mais qu'il en aille moins

inclusion :
un sous ensemble dans un ensemble
une inclusion est un sous ensemble dans un ensemble

E

partie
un sous ensemble avec même élément qu'un ensemble
les éléments d'un sous ensemble qui sont les même qu'un autre ensemble

6°. Utilisation du mot dans la phrase qui sert à le définir.

9) la puissance est un nombre qui est multiplié autan de fois que l' indique la puissance

Finalement, la critique est "UNE" , mais elle est de taille : A aucun moment ou presque, il n'y a eu réellement définition ; les élèves se sont souvent contentés de remplacer un mot par un autre (synonyme ?), ou d'utiliser le mot dans la phrase qui servait à le définir.

J'ai voulu garder pour la "bonne bouche" la dernière fiche, seul exemple de présentation irréprochable mais ..... nul n'est parfait !!....

Réunion.

Mon père est parti à la réunion.
Demain il y aura reunion des parents d'élèves.
J'ai reuni des fleurs en un bouquet
j'ai reuni les bouquets de fleurs sur la table
j'ai reuni toutes les fleurs sur la table.

DERNIERE EXPERIMENTATION : la parole est aux élèves de 5^e

But de l'Etude.

La semaine qui suit leur travail sur fiches, les élèves de 5^e doivent expliquer à leurs camarades de 6^e (à programme allégé), les mots attachés à la notion de " Relation dans un ensemble ", c'est-à-dire :

* Réflexivité
* Symétrie
* Antisymétrie
* Transitivité , notions nouvelles pour les élèves de 6^e.

Méthode de travail.

- Deux élèves de 5^e sont regroupés avec deux élèves de 6^e
- Le travail est fait par demi-groupes
- Le travail est effectué en une séance d'une heure pour chaque groupe.
- Nous sommes trois à étudier les réactions des deux catégories d'élèves : " enseignants " et " enseignés ".

Nos remarques.

- Les explications sont le plus souvent données sous forme de schémas, l'appui verbal étant en général très réduit.

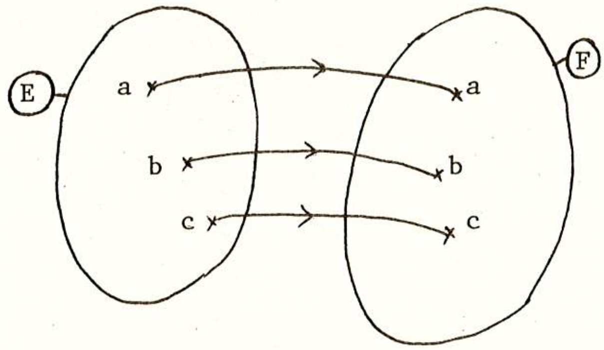
- Quelquefois cependant, un " grand ", dicte aux deux " petits ", une définition finalement assez bien structurée (surtout à propos de la Réflexivité où la phrase est relativement simple à construire) ; mais je crois là, beaucoup plus à un défoulement et un report d'autorité, qu'à un souci de rigueur et de clarté mathématique ,

- Nous effectuons un contrôle des connaissances, " double ", en posant aux élèves de 6^e, des questions sur ces dernières notions supposées acquises. La plupart du temps, l'étude est positive et... tout le monde y a trouvé son compte.

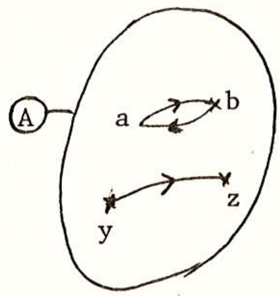
- Les erreurs sont de deux sortes :

1°. Confusion entre " Relation dans un ensemble " et " Relation entre deux ensembles ", les élèves de 6^e ne connaissent que la seconde

forme. On a vu, dans ces conditions, apparaître des représentations inexactes de la Réflexivité, par exemple :



2°. La détermination d'une relation à la fois symétrique et antisymétrique par une représentation sagittale inexacte :



La confusion provient, semble-t-il, en grande partie, du processus de pensée utilisé : les élèves auraient essayé de reconstruire le schéma d'une relation à la fois symétrique et antisymétrique, mais la représentation à mal débuté !!..

- Au bout d'une heure, la plupart des élèves de 6^{e}, même s'ils ne savaient pas toujours en expliquer très clairement toutes les raisons, savaient reconnaître toutes les propriétés d'une relation dans un ensemble, aussi bien que l'absence de ces propriétés. Un beau succès pour les élèves de 5^{e} très conscients d'ailleurs !! ...

CONCLUSION

Quel bilan tirer de cette étude ? Est-il positif ? L'expérience est-elle utile ? En faire un compte-rendu était-il bien nécessaire ? Ce compte-rendu est-il utilisable par d'autres ?

Tout dépend du but à atteindre.

Nous en avons déterminé les aspects qui nous ont paru intéressants :

1°. Les élèves ont tous été très enthousiastes à propos de ce travail, c'est important sur le plan psychologique.

2°. L'étude a permis un débroussaillage des notions supposées acquises depuis le début de l'année, et a mis en évidence certaines erreurs d'interprétation, insoupçonnées parce que bien enfouies.

3°. Nous avons pu, à la faveur de cette expérience, remettre à leur place certaines valeurs, et apporter les corrections de langue et de langage, nécessaires à l'expression écrite proposée.

4°. Enfin, l'ensemble de l'étude a été pour nous une leçon de modestie, qui nous a permis de placer à son juste niveau..... la valeur de notre enseignement.