|  |
| --- |
| **CCF** |
| **BTS Systèmes numériques**  **2ème année** |

**Exercice 1 :**

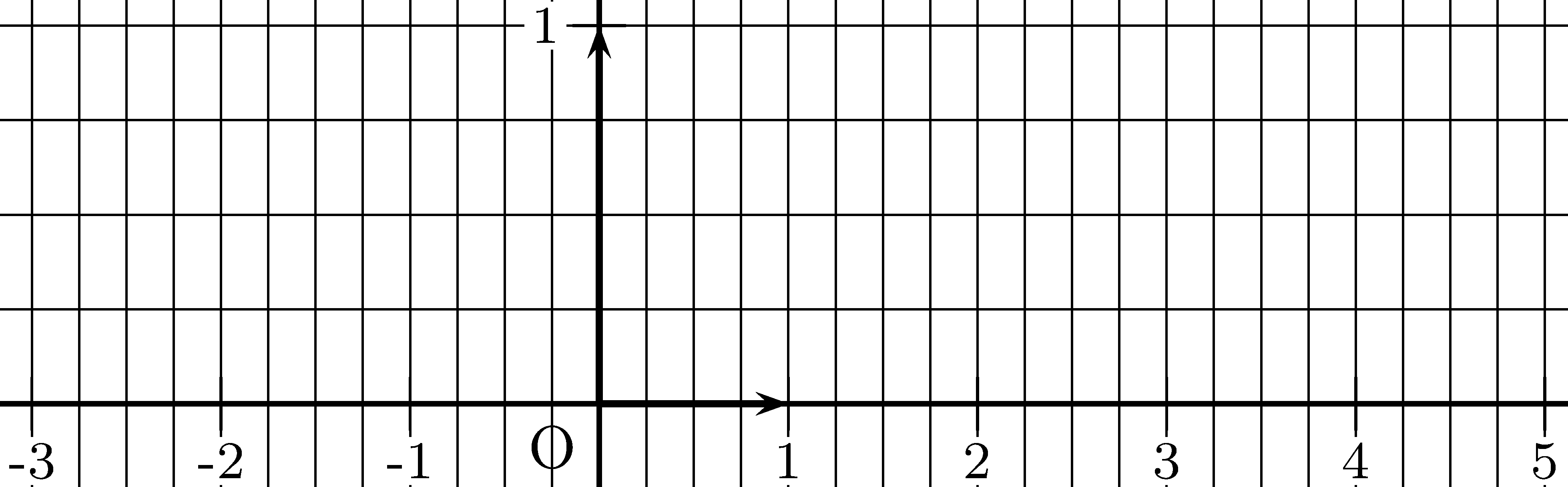
On considère le signal , périodique de période défini par :

.

On souhaite étudier le spectre de à l'aide d'un échantillonnage et de sa transformée de Fourier discrète.

**Partie A : Étude du signal et discrétisation**

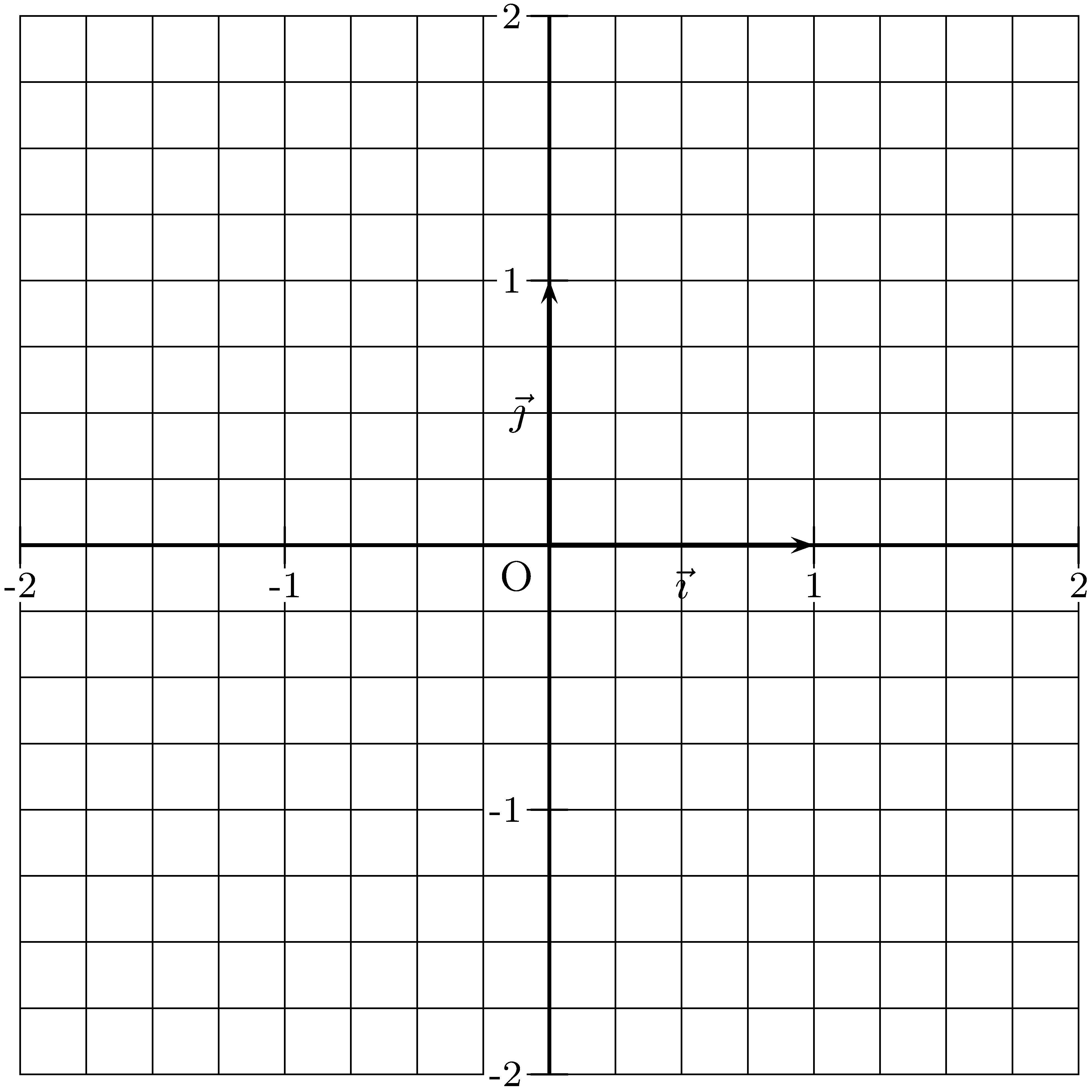
1. Tracer la représentation graphique de la fonction , pour variant dans l'intervalle , dans le repère ci-dessous.



1. Considérons le nombre complexe .

**a.** Simplifier .

**b.** Placer dans le plan complexe ci-dessous les points , , , et d'affixes respectives , , et .



1. On effectue mesures à une fréquence d'échantillonnage de Hz à partir de l'instant .
   1. Donner la période d'échantillonnage.
   2. Donner les instants , , , auxquels on effectue un échantillon.
   3. Donner les valeurs du signal correspondantes notées , , , , c'est-à-dire que pour tout de à , on a .

Appel Professeur

**Partie B : Transformée de Fourier discrète**

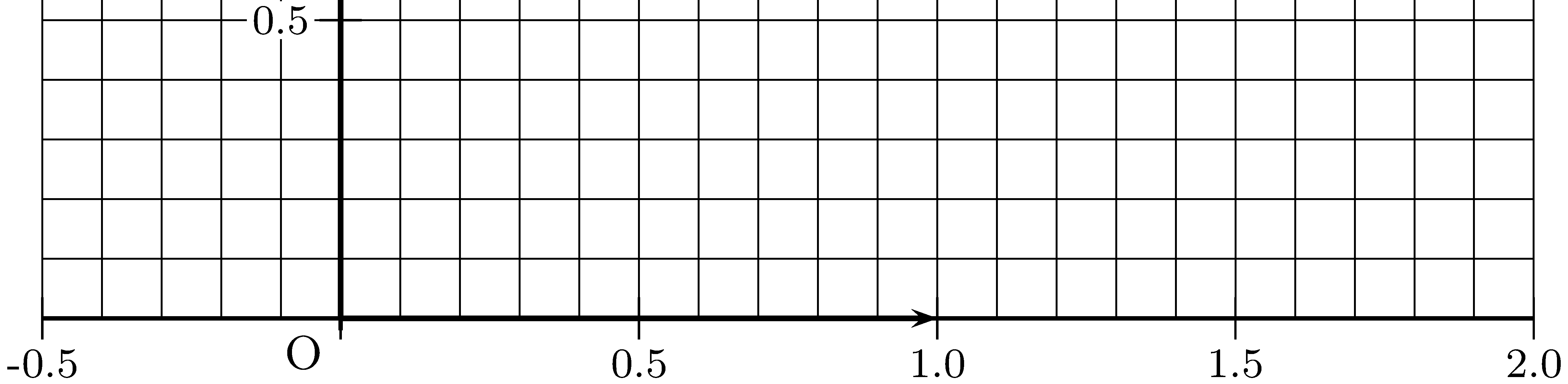
Pour obtenir une approximation du spectre, on utilise la transformée de Fourier discrète d’un échantillon . Pour tout de à , on note :

1. On souhaite calculer les valeurs , , , calculées à partir de l’échantillon de la partie précédente.
2. Écrire l'égalité définissant , , , sous forme matricielle.
3. En déduire les valeurs de , , , .

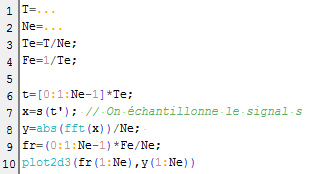
Appel Professeur

1. Compléter le tableau ci-dessous et représenter dans le repère ci-dessous le spectre donné par les valeurs : , , , .

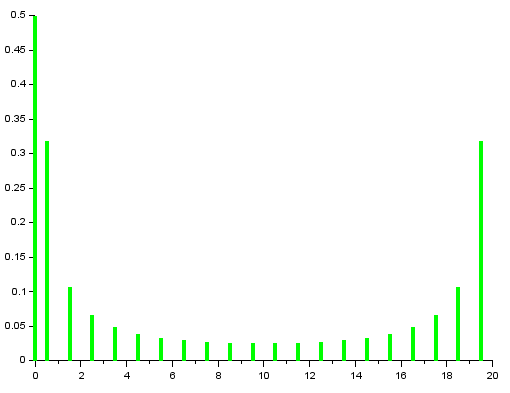
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |



1. La précision précédente est insuffisante. Pour cela, on augmente le nombre d'échantillons sur une période. On prend mesures du signal. Un logiciel de calcul numérique nous permet d'obtenir les valeurs , , ..., . On donne l’extrait de programme Scilab suivant :



1. Dans le programme ci-dessus, quelles valeurs faut-il affecter à T et Ne ?
2. Le programme nous permet d'obtenir le graphique suivant :

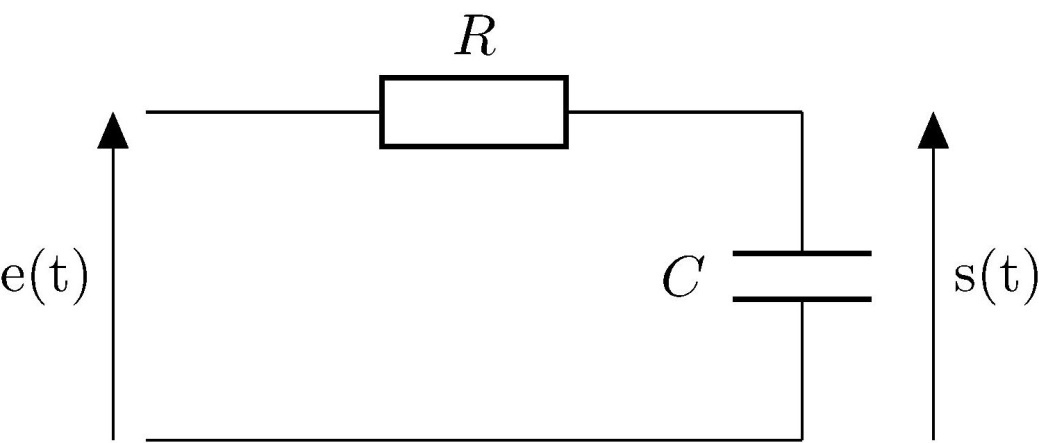


Donner une approximation de l'amplitude des quatre premières fréquences.

1. Comparer avec les valeurs obtenues à la question 2. Que peut-on en déduire ?

**Exercice 2 :**

On considère le circuit représenté ci-dessous alimenté par une tension . On note la tension aux bornes du condensateur.



L'équation différentielle régissant ce circuit s'écrit :

où la fonction inconnue , de la variable , est définie et dérivable sur et est la fonction dérivée de .

On se place dans le cas où et F.

1. Écrire l'équation différentielle en utilisant les données précédentes.
2. On suppose que .
   1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle .
   2. Soit la fonction définie sur par . Démontrer que est une solution particulière de .
   3. En déduire toutes les solutions de .
   4. Déterminer la solution de l'équation différentielle solution de vérifiant la condition initiale .
3. Si est la fonction de l'exercice 1, quel devrait être le graphique de la fonction sachant que ?

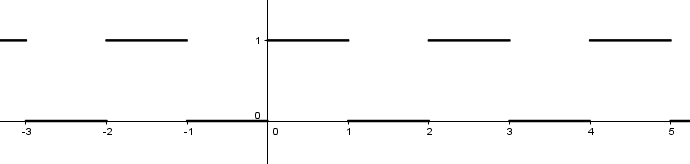
|  |  |
| --- | --- |
| a) |  |
| b) |  |
| c) |  |

La réponse correcte est recopiée et le choix justifié sur la copie.

**Éléments de correction**

**Exercice 1 :**

**Partie A :**



Les segments sont fermés à gauche et ouverts à droite.

1. **a.** .

**b.** Il faut placer les points , 0,1), et .

1. **a.** On a donc .

**b.** , , , .

**c.** , , , .

**Partie B :**

On note , et .

1. **a.** On a , où donc

**b.** , , , .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

1. **a.** , .

**b.** Graphiquement, on obtient les valeurs approchées

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Fréquences |  |  |  |  |
| Amplitudes |  |  |  |  |

**c.** L'amplitude pour est assez correcte mais il faut savoir que seule la première moitié du spectre approxime le spectre cherché ce qui explique la différence notable pour .

**Exercice 2 :**

1. On obtient l'équation différentielle : .
2. **a.** Les solutions sont données par : , .

**b.** donc et .

**c.** , .

**d.** .

1. Dans ce cas, le graphique de la fonction est le graphique a).Sur l'intervalle , la fonction est égale à donc d'après la question 2.d. la fonction est constante et égale à . Sur l'intervalle , la fonction est constante et égale à , donc d'après la question 2.a. la fonction est la fonction retardée de .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **GRILLE NATIONALE D’ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES**  **BTS SN – Sous-épreuve E3** | | | |
| NOM : | | Prénom : | |
| Situation d’évaluation n° | | Date de l’évaluation : | |
| **1. Liste des contenus et capacités du programme évalués** | | | |
| Contenus | Transformée de Fourier discrète.  Équations différentielles linéaires du premier ordre. | | |
| Capacités | Placer pour variant de à sur le cercle unité.  Calcul de la TFD à l'aide d'une matrice.  Résoudre une équation différentielle de premier ordre à la main. | | |
| **2. Évaluation** | | | |
| Compétences | Capacités | Questions de l’énoncé | Appréciation du niveau d’acquisition |
| **S’informer** | Rechercher, extraire et organiser l’information. | Ex1 : A 3, B 3  Ex 2 : 1 2 |  |
| **Chercher** | Proposer une méthode de résolution.  Expérimenter, tester, conjecturer. | Ex 2 : 2 |  |
| **Modéliser** | Représenter une situation ou des objets du monde réel.  Traduire un problème en langage mathématique. | Ex 1 : A 1 2, B 2 |  |
| **Raisonner, argumenter** | Déduire, induire, justifier ou démontrer un résultat. Critiquer une démarche, un résultat. | Ex 1 : B3  Ex 2 : 3 |  |
| **Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie** | Calculer, illustrer à la main ou à l’aide d’outils numériques, programmer. | Ex 1 A3, B1, B3  Ex 2 : 2 |  |
| **Communiquer** | Rendre compte d’une démarche, d’un résultat, à l’oral ou à l’écrit.  Présenter un tableau, une figure, une représentation graphique. | Ex 1 : A 1 2  Ex 2 : 2 3 |  |
|  |  | **TOTAL** | **/10** |